LIBRARY

BUREAU OF EDUCATION

6—1132

L'ARITHMÉTIQUE

EN

SA PERFECTION.

NLE
ed.gov

L'ARITHMÉTIQUE
EN SA PERFECTION,
MISE EN PRATIQUE SELON L'USAGE
DES FINANCIERS,
GENS DE PRATIQUE,
BANQUIERS ET MARCHANDS;
CONTENANT

Une ample & familiere explication de ſes Principes, tant en nombres entiers qu'en fractions;
Un Traité de Géométrie-Pratique, appliquée à l'Arpentage & au Toiſé, tant des Superficies que des Corps ſolides;
Un Abrégé d'Algebre, ſuivi de quantité de Queſtions curieuſes;
Et un Traité d'Arithmétique aux Jetons.

Par F. LE GENDRE, Arithméticien.

Derniere Edition, corrigée & augmentée d'une nouvelle Regle d'Alliage.

A ROUEN,
Chez LAURENT DUMESNIL, Imprimeur-Libraire, rue de l'Ecureuil.

M. DCC. LXXIX.
AVEC PERMISSION.

13
1675

LE LIBRAIRE

AU LECTEUR.

J'AUROIS cru paſſer pour ingrat envers le Public, ſi la derniere impreſſion de ce Livre étant finie, je n'avois pris le ſoin d'en mettre ſous la preſſe une autre, dans laquelle vous verrez la netteté que l'Auteur s'eſt efforcé d'apporter pour rendre faciles les principes de l'Arithmétique, qu'il a accommodés à l'uſage des Financiers, Gens de Pratique, des Banquiers & des Marchands, par une application convenable à toutes ſortes de ſujets, comme on le peut facilement voir dans la Table des Matieres qu'il en a dreſſée; c'eſt pourquoi la pluralité des Traités qui ſont renfermés dans le corps de cet Ouvrage, ne ſurprendra pas ceux qui ſavent la dépendance & la ſubordination que les Sciences ont les unes des autres, en ce qu'ils reconnoîtront aiſément que toutes les parties qui ſont inſérées dans ce volume répondent à la fin qu'un Arithméticien véritablement habile doit avoir. L'Arithmétique, dans ſon origine, étant la premiere partie des Mathéma-

tiques, l'Auteur a jugé à propos, pour la rendre pratiquable, de l'accompagner de plusieurs Traités qui y ont du rapport ; l'intelligence de celui des Fractions, qu'il a fait fort ample, eſt abſolument néceſſaire à ceux qui aſpirent aux Sciences mathématiques, comme à l'Arpentage, au Toiſé, tant de Maçonnerie que de Charpente, à l'Algebre, & autres parties qui en dépendent ; c'eſt pourquoi la connoiſſance parfaite de l'abrégé de Géométrie, de l'Arpentage, du Toiſé, ou de la Meſure des quantités quarrées ou ſolides, de l'Algebre & des Queſtions utiles & curieuſes ſur divers ſujets, ſuppoſe celle de tout ce qu'il a amplement expliqué dans cette derniere Edition, à laquelle on a ajouté une nouvelle Regle d'alliage. La longue expérience qu'il avoit de tous ces Traités, lui a donné lieu de les rendre méthodiques, faciles & d'uſage, comme on le pourra voir par l'inſpection ſeule des Propoſitions différentes, & des queſtions curieuſes & divertiſſantes, utiles & néceſſaires à toutes ſortes d'Arts & de Profeſſions.

TABLE

DES MATIERES

CONTENUES EN CE LIVRE.

Définition de l'Arithmétique, page 1
De la Numération, 8
ADDITION. I. *Regle*, 10
Preuve de l'Addition, 13 & 16
Avertissement sur l'Addition, Soustraction, Multiplication & Division, 18
SOUSTRACTION. II. *Regle*, 22
Preuve de la Soustraction, 24 & 27
MULTIPLICATION. III. *Regle*, 30
Preuve de la Multiplication par 9, 33
Abréviation pour la Multiplication, 35
Usage de la Multiplication, 36
Avertissement pour la Multiplication & Division par livres, sols & deniers, 39
DIVISION. IV. *Regle*, 40
Preuve de la Division par 9, 47
Preuve de la Division par la Multiplication, ibid.
Preuve de la Multiplication par la Division, 48
DIVISION. *à l'Espagnole*, 49
DIVISION *à l'Italienne*, 51
Parallele des Divisions à la Françoise, à l'Espagnole, & à l'Italienne, 53
Abréviation de la Division, 55
Propriétés de la Division, 56
Usage de la Division, 57

Traité des Fractions Arithmétiques, 58
Les cinq Réductions des Fractions, 61 & suiv.
Evaluation des Fractions, 71
ADDITION *par Fraction*, 73
SOUSTRACTION, 78
MULTIPLICATION, 81
DIVISION, 83
Questions sur les Fractions, 86 & suiv.
Façon de dresser un Bordereau d'aunage, 95
Multiplication par livres, sols & deniers, 97
Multiplication par les parties aliquotes, 100
Multiplication par les deniers purs, 108
Questions sur la Multiplication en Fractions d'aunage, avec la preuve par 9, & par la Division, 115
Avertissement pour la preuve des Multiplications d'aunage, 118
Abréviations de Multiplication par les parties aliquotes de 10, *de* 100, *& de* 1000, 120
Maniere de multiplier par des sols, sans parties aliquotes, 123
Abréviation pour la Multiplication par les parties aliquotes, 124
Plusieurs Questions sur la Multiplication, 126
Bordereau de paiement par Multiplication, 134
Division par livres, sols & deniers, 137
Avertissement sur la réduction des livres en sols, &c. 141
Plusieurs Questions sur la Division servant de preuve à la Multiplication, 144
Bordereau de paiement par Division, 152
Abréviations pour la Division par les parties aliquotes, 155
Regle de TROIS, *ou de proportion*, 159
Définition de la Regle de Trois, 160
Avertissement sur la preuve de la Regle de Trois, 163
Abréviations sur la Regle de Trois, 165
Questions sur la Regle de Trois, 168

Queſtions touchant les Marchandiſes à tant le 100, *&c.* 174
Queſtions ſur les Regles de paiement, 177
Regle de TROIS *en fractions*, 179
Avertiſſement ſur la Regle de Trois en fractions, 181
Regle de TROIS *inverſe en nombres entiers*, 184
Avertiſſement ſur ladite Regle, 188 & 191
Regle de Trois inverſe en fractions, 193
Regle de TROIS *double compoſée de cinq termes*, 195
Regle de TROIS *double en fractions*, 199
Regle CONJOINTE *ou de compoſition*, 201
Traité des Réductions, ou de Rapport des aunages, 205
Correſpondance des Poids de vingt deux Villes ou Provinces, 215
Des Trocs, 225
*Regle d'*ALLIAGE, 227
Nouvelle Regle d'Alliage du ſieur Faure, 234
Regle de change & d'intérêt, 242
Queſtion pour faire voir ce que c'eſt que le change du change, 246
Table pour les conſtitutions de rente, 250
*Regle d'*ESCOMPTE, 255
Avertiſſement ſur la Regle d'Eſcompte, 257
Regle d'Eſcompte critiquée mal-à-propos, 260
Regle pour tirer la Tare, 266
Regle de COMPAGNIE, *ſimple*, 267
Regle de Compagnie pour les Financiers, 275
Regle de Trois inverſe, ou de Compagnie par temps, 278
Regle de Compagnie par temps, critiquée mal-à-propos, 283
Du Marc ou ſol la livre, & de ſon uſage, 290
Maniere de dreſſer un Tarif, & de ſon uſage, 298
Regle TESTAMENTAIRE, 308
Etat de l'Extraordinaire des Guerres, 314
Regle de fauſſe poſition ſimple, 317

Regle des deux fauſſes poſitions, 320
De la Progreſſion Arithmétique, 325
De la Progreſſion Géométrique, 329
De l'extraction de la Racine quarrée, 333
Preuve de l'extraction de la Racine quarrée, 336
Autre preuve par 9, ibid.
De l'extraction de la Racine cubique, 343
Preuve de l'extraction de la Racine cubique, 348
Autre preuve par 9, 349
Traité de Géométrie-pratique, 353
Deſcription des inſtruments néceſſaires à l'Arpentage, 363
Traité de l'Arpentage, 371
De la Meſure des hauteurs acceſſibles & inacceſſibles, 414
Traité de la Meſure des Solides & du Toiſé, 421
Toiſé du Bois de charpente, 438
Toiſé des Couvertures, 440
Abrégé de l'Algebre, 442
Pluſieurs Queſtions ſur divers ſujets, 460
Traité de l'Arithmétique par les Jetons, 497
De la Poſition & de la Numération, 498
ADDITION. I. *Regle*, 505
SOUSTRACTION. II. *Regle*, 512
MULTIPLICATION. III. *Regle*, 515
DIVISION. IV. *Regle*, 523

Fin de la Table des Matieres.

PERMISSION SIMPLE.

FRANÇOIS-CLAUDE-MICHEL-BENOIST LE CAMUS DE NÉVILLE, Chevalier, Conseiller du Roi en tous ses Conseils, Maître des Requêtes ordinaire de son Hôtel, Directeur général de la Librairie & Imprimerie.

VU l'article VII de l'arrêt du Conseil du 30 Août 1777, *portant Réglement pour la durée des Priviléges en Librairie*, en vertu des pouvoirs à nous donnés par ledit arrêt : Nous permettons au sieur LAURENT DUMESNIL, Imprimeur-Libraire à Rouen, de faire une édition de l'Ouvrage qui a pour titre : *Arithmétique de le Gendre ;* laquelle édition sera tirée à trois mille exemplaires, en un volume, format in-douze, & sera finie dans le délai de trois mois ; à la charge par ledit sieur DUMESNIL, d'avertir l'Inspecteur de la Chambre syndicale de Rouen, du jour où l'on commencera l'Impression dudit Ouvrage, au desir de l'article XXI de l'arrêt du Conseil du 30 Août 1777, *portant suppression & création de différentes Chambres syndicales ;* de faire ladite édition absolument conforme à celle de Paris, de 1774 ; d'en remettre un exemplaire pour la Bibliothéque du Roi, aux mains des Officiers de la Chambre syndicale de Rouen ; d'imprimer la présente Permission à la fin du Livre, & de la faire enregistrer dans deux mois pour tout délai, sur les registres de ladite Chambre syndicale de Rouen ; le tout à peine de nullité.

DONNÉ à Paris, le 31 Octobre 1778.

NÉVILLE.

Par Monsieur le Directeur général.

DE HANCY.

Regiſtré ſur le Regiſtre de la Chambre ſyndicale des Libraires & Imprimeurs de Rouen, numéro 23, folio 4, conformément aux Arrêts du Conſeil du 30 Août 1777. A Rouen, ce 4 Février 1779.

PIERRE FERRAND, Syndic.

L'ARITHMÉTIQUE

L'ARITHMÉTIQUE
EN
SA PERFECTION.

DÉFINITION.

L'ARITHMÉTIQUE est *la Science des Nombres;* & le nombre est une multitude d'unités mises ensemble.

L'usage de l'Arithmétique est de représenter par écrit toutes sortes de nombres proposés, en connoître la valeur, les ajouter ensemble, les soustraire les uns des autres, les multiplier les uns par les autres, les diviser ou partager; enfin l'Arithmétique sert pour mettre en pratique toutes les regles de proportion, vulgairement appellées *Regles de Trois*, dont l'utilité est très-grande en toutes les affaires & négociations de la vie humaine; & de telle sorte qu'il n'y a point de condition ni profession qui n'en ait besoin.

L'Arithmétique se pratique par le moyen de quatre préceptes ou opérations, qui sont, Addition, Soustraction, Multiplication & Division, tant en nombres entiers qu'en fractions, lesquelles étant bien entendues, on peut par icelles résoudre

toutes queſtions de ſolution poſſible, propoſées ſur les nombres.

L'Arithmétique ſe diviſe en deux parties, ſavoir, en Arithmétique vulgaire, de laquelle je me propoſe d'expliquer amplement & familiérement les préceptes néceſſaires pour réſoudre les queſtions propoſées en icelle ; & en Arithmétique d'Algebre, de laquelle j'expliquerai les quatre préceptes ou opérations d'Addition, Souſtraction, Multiplication, & diviſion, au commencement d'un Queſtionnaire que je donnerai enſuite de mon Traité de Géométrie.

L'Arithmétique eſt double, l'une théorique, & l'autre pratique.

L'Arithmétique théorique eſt celle qui conſidere les propriétés des nombres, en tant qu'ils ſont compoſés de pluſieurs unités.

L'Arithmétique pratique eſt celle qui joint le nombre avec la matiere, & qui emploie ſon office dans le commerce des hommes, ſoit pour la Géométrie, Aſtronomie, Fortifications, Finances & Marchandiſes, &c. Et pour cette utilité, il eſt néceſſaire que les raiſons de la théorique ſoient jointes à la pratique ; d'autant qu'en l'Arithmétique conçue purement, il n'y a que l'Addition d'un nombre avec un autre, & au contraire la Souſtraction d'un nombre de l'autre. Tout le reſte, comme la Multiplication, qui eſt un abrégé de l'Addition, & la Diviſion un abrégé de la Souſtraction, comme auſſi les autres Regles qui ſuivent, dépendent de la Géométrie pour le raiſonnement, & empruntent ſeulement de l'Arithmétique les caracteres, leſquelles y ſervent, comme auſſi de l'Addition & de la Souſtraction, qui ſont propres à la même Arithmétique.

L'Arithmétique pratique, outre qu'elle emprunte l'utilité & le nombre de la théorique, elle ſous-

entend que l'unité ſoit diviſible à l'infini, en diminuant, tout ainſi qu'elle va augmentant le nombre à l'infini par ſon addition, quoique la ſpéculative la conſidere indiviſible.

Or, ce n'eſt pas qu'à proprement parler, le nombre, comme il vient d'être dit, ſoit joint avec la matiere en la pratique de l'arithmétique ; mais c'eſt qu'on le lui approprie pour déterminer les choſes matérielles que l'on veut exprimer ; & c'eſt pourquoi le nombre eſt diſtingué en deux façons, ſavoir, en nombre nombrant, & en nombre nombré.

Le nombre nombrant eſt celui qui donne à connoître, par les unités qu'il contient, combien il y a de choſes nombrées ; & le nombre nombré ſont les choſes nombrées ; comme quand on dit : Il y a 24 hommes, livres, écus, &c. ce nombre 24, ſoit qu'il ſoit écrit ou énoncé par la voix, eſt appellé nombrant, & les hommes, livres, écus, &c. nombre nombré.

Il y a deux ſortes de nombres : la premiere eſt des nombres entiers ; la ſeconde des nombres rompus, vulgairement appellés parties ou fractions de quelque entier.

Le nombre entier eſt une multitude d'unités toutes entieres, comme trois aunes, ſept écus, cent livres, &c.

Le nombre rompu ou en fraction eſt de deux ſortes.

La premiere eſt des fractions ſimples ; la ſeconde des fractions compoſées.

La fraction ſimple contient une ou pluſieurs parties de quelqu'entier, comme un tiers d'aune, trois quarts de livre, cinq ſixiemes d'un écu.

La fraction compoſée eſt celle que l'on appelle vulgairement, fraction de fraction, comme quand on dit, les deux tiers de trois quarts de vingt ſols, qui eſt autant que de dire, les deux tiers de quinze

ſols, c'eſt-à-dire, dix ſols. Voyez ſur ce ſujet le Traité des Fractions.

Le nombre, outre ce que je viens de dire, eſt diviſé en nombre ſimple, articulé ou compoſé.

On appelle nombre ſimple tout nombre qui eſt au-deſſous de 10, & qui s'exprime par une ſeule figure, comme 4, 6, 8, &c.

Le nombre articulé eſt celui qui ſe ſépare également en dixaines, c'eſt-à-dire, tout nombre qui eſt fait de deux figures, ou plus, deſquelles la premiere à main droite eſt zéro, comme 10, 20, 30, 100, 200, 300, &c.

Le nombre compoſé eſt celui qui provient du ſimple & de l'articulé; tels ſont les nombres qui s'expriment par pluſieurs figures, dont la premiere à la droite n'eſt pas zéro; par exemple, 24, 91, 102, 138, &c.

Le nombre eſt encore diviſé en nombre parfait & en imparfait.

Le nombre parfait eſt celui duquel les parties aliquotes étant ajoutées, produiſent préciſément leur tout, comme 6, 28, 496.

Les parties aliquotes de 6, ſont 3, 2, 1, leſquelles, jointes enſemble, font 6. Les parties aliquotes de 28, ſont 14, 7, 4, 2, 1, leſquelles, jointes enſemble, font 28, &c.

Le nombre parfait eſt celui duquel les parties aliquotes étant jointes, font plus ou moins que leur tout, dont elles ſont parties.

Les nombres imparfaits ſont de deux eſpeces, ſavoir, défectueux ou abondants.

Les nombres défectueux ſont ceux deſquels les parties aliquotes ajoutées enſemble, font moins que le nombre duquel elles ſont parties, comme 16, dont les parties aliquotes, 8, 4, 2, 1, étant ajoutées, font ſeulement 15, qui ſont moins que 16.

Les abondants ſont ceux deſquels les parties ajou-

tées enſemble font plus que le nombre duquel elles ſont parties, comme 12, dont les parties aliquotes, 6, 4, 3, 2, 1, étant ajoutées, font 16, qui font plus que 12, &c.

De plus, le nombre eſt diviſé en nombre pair & nombre impair.

Le nombre pair eſt celui qui ſe peut diviſer en deux parties égales, ſans reſte, comme 24, 12, 10, 6, &c.

Le nombre impair eſt celui qui ne ſe peut diviſer en deux parties égales, ſans reſte, comme 3, 5, 7, 9, &c.

Enfin le nombre eſt diviſé en quarré, cube & ſourd.

Après avoir défini l'arithmétique & le nombre, & donné leurs diviſions, il en faut faire voir l'uſage, qui eſt le deſſein que j'ai pris pour toute mon arithmétique, dans laquelle je donnerai une ample explication de tous les préceptes & regles d'icelle, non-ſeulement en nombres entiers, mais auſſi en fractions, ſur leſquelles je propoſerai quantité de queſtions curieuſes, accompagnées de leur conſtruction pour la réſolution d'icelles, leſquelles ſe verront au Traité des Fractions, & dans mon Queſtionnaire.

Pour donc commencer cet Ouvrage, & entrer en matiere, je dirai qu'en l'arithmétique on ſe ſert de dix caracteres différents, qui ſont, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, ou zéro, qui ſignifient, un, deux, trois, quatre, cinq, ſix, ſept, huit, neuf, zéro; 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0; deſquels caracteres neuf ſont appellés figures ſignificatives, dont le zéro ne ſignifie rien, ſinon en tant qu'il eſt poſé au-devant de quelqu'autre figure: & par le moyen de ces dix figures, on peut repréſenter toutes ſortes de nombres propoſés, ſoit qu'ils ſoient énoncés par la voix ou par écrit,

comme, par exemple, si on vouloit exprimer quatre cents vingt-cinq, on posera 425, ainsi des autres.

Il faut noter qu'une seule figure ne vaut que sa valeur, comme 4 simplement ne vaut que quatre; mais si on met un zéro au devant de ce même 4, alors il sera augmenté de dix fois sa valeur, c'est-à-dire, qu'il vaudra 40, ou quarante; si on y met deux zéros, ou 00, il sera augmenté de cent fois sa valeur, & vaudra 400, ou quatre cents; si on y met trois zéros, on l'augmentera de mille fois, ainsi des autres, comme il se voit.

4 40 400 4000

quatre, quarante, quatre cents, quatre mille. Et si, au lieu de zéros, il y a des caracteres significatifs, ils conservent leur valeur selon leur ordre, comme 4537, qui signifient 4000, 500, 30, 7.

Voyez auparavant la numération ci après.

Mais auparavant que de l'expliquer, je donnerai la Table suivante, pour faire voir la fabrique des chiffres qui servent ordinairement, tant aux Financiers qu'aux Marchands, comme aussi l'usage de certaines notes ou lettres alphabétiques qui sont numérales, & dont on peut se servir pour dénoter quelque multitude ou quantité que ce soit, comme les siecles, les ans, les mois, les jours, les heures, les hommes, les poids, les mesures, &c. lesquelles notes ou lettres sont appellées éléments de l'Arithmétique.

Table des Notes ou Caracteres, tant antiques que modernes.

un	1	I
deux	2	II
trois	3	III
quatre	4	IV
cinq	5	V
ſix	6	VI
ſept	7	VII
huit	8	VIII
neuf	9	IX
dix	10	X
vingt	20	XX
trente	30	XXX
quarante	40	XL
cinquante	50	L
ſoixante	60	LX
ſoixante-dix	70	LXX
quatre-vingt	80	IIIIxx *ou* LXXX
quatre-vingt-dix	90	IIIIxxX *ou* XC
cent	100	C
deux cents	200	CC *ou* IIc
trois cents	300	CCC *ou* IIIc
quatre cents	400	CCCC *ou* IVc
cinq cents	500	Vc *ou* D *ou* ıↃ
ſix cents	600	VIc *ou* ıↃc
ſept cents	700	VIIc *ou* DCC *ou* ıↃcc
huit cents	800	VIIIc *ou* DCCC *ou* ıↃccc
neuf cents	900	IXc *ou* DCCCC *ou* ıↃcccc
mille	1000	M *ou* cıↃ

1	I
10	X
100	C

1000	M *ou* CIC *ou* $\overline{I}$
10000	XM *ou* $\overline{X}$
100000	CM *ou* C
1000000	MM
10000000	XMM
100000000	CMM

Vous voyez, par la Table ci-deſſus, qu'il y a ſept lettres en l'alphabet qui ſont numérales, par leſquelles on peut exprimer tous nombres entiers : ces lettres ſont,

C. D. I. L. M. V. X.

Anciennement chacune d'icelles ſignifioit mille fois ſa valeur, ayant un trait au-deſſus, comme il ſe voit ci-deſſous.

$\overline{C}$. $\overline{D}$. $\overline{I}$. $\overline{L}$. $\overline{M}$. $\overline{V}$. $\overline{X}$.

De la Numération.

Nombrer eſt exprimer la valeur d'un ou pluſieurs caracteres d'arithmétique, mis d'ordre, comme :

I
IO
IOO

1000
10000
100000

Les zéros étant changés en d'autres caracteres, le nom & la ſignification ne changent point, comme ſi au lieu de 1000 on trouve 1574, cela feroit toujours 1000, & encore 500, 70 & 4, & ainſi des autres : & ſi l'on veut exprimer le nombre ſuivant, qui eſt de 567, 456, 789, 346, on conſidérera l'ordre de la numération, pour avoir la valeur de

chaque caractere, tant selon ses unités que selon son ordre.

Arbre de la Numération.

5	6	7	4	5	6	7	8	9	3	4	6
centaine de milliars	dixaine de milliars	milliars	centaine de million	dixaine de million	million.	centaine de mille	dixaine de mille	mille	centaine	dixaine	nombre

Maintenant si on veut savoir à combien se monte la somme ci-dessus, on séparera le nombre de trois en trois figures, comme il se voit, commençant à la main droite en tirant vers la gauche, & chacune de ces séparations s'appelle période, laquelle n'est autre chose qu'une répétition de nombre, dixaine, centaine; mais selon la diversité des périodes, en s'éloignant du premier caractere vers la main droite, on changera de dénomination; car au premier période, qui est 346, on dira simplement trois cents quarante-six; au second période, qui est 789, on dira sept cents quatre vingt-neuf mille; au troisieme, qui est 456, on dira quatre cents cinquante six millions; & au quatrieme & dernier, qui est 567, on dira cinq cents soixante-sept milliars, & ainsi de suite. Enfin, quand on voudra trouver la valeur de quelque nombre, on commencera à nombrer, ou, comme l'on dit vulgairement, à décompter par le premier caractere de la main droite en rétrogradant vers la gauche, disant ainsi qu'il se voit à l'arbre de numération, nombre, dixaine, centaine, &c. & on trouvera, par cer ordre, que le nombre proposé ci-dessus vaut cinq cents soixante-sept milliars, quatre cents cinquante-six millions, sept cents quatre-vingt-neuf mille, trois cents quarante-six.

Après avoir amplement expliqué les éléments de l'Arithmétique, leur valeur & l'ordre de la numération d'iceux, il convient passer à l'explication des Regles, dont la premiere est l'Addition.

ADDITION, PREMIERE REGLE.

Définition de l'Addition.

AJOUTER est assembler plusieurs sommes ou nombres particuliers de même espece, pour trouver la somme totale, qui est le résultat de la Regle. Je dis de même espece, parce qu'on ne doit pas ajouter des livres avec des écus, ou des sols avec des deniers confusément; mais les deniers avec les deniers, les sols avec les sols, les livres avec les livres, & ainsi des autres, comme il se verra dans l'exemple de l'Addition ci-dessous.

Exemple d'Addition en nombre entier.

Il est dû à un particulier les quatre sommes suivantes, savoir 4354 liv. 345 liv. 48 liv. & 7 livres: on demande combien il lui est dû en tout. R. 4754 liv. qui lui sont dues. Pour ce faire, il faut poser les sommes à ajouter ci-dessus les unes sous les autres, de sorte que les nombres soient sous les nombres, les dixaines sous les dixaines, les centaines sous les centaines, &c. Cela fait, on commencera à nombrer tous les caracteres de la premiere colonne à main droite, disant: Tant avec tant fait tant, qui est la maniere de parler de l'Addition, comme 7 & 8 font 15, & 5 font 20, &c. comme il sera expliqué ci-après.

Opération.

	D	C	B	A	
Sommes particulieres	4	3	5	4	livres.
à ajouter		3	4	5	
			4	8	
				7	
Somme totale	4	7	5	4	livres.

Ayant ainſi poſé les quatre ſommes les unes ſous les autres, il faut commencer à compter par la colonne A, diſant de bas en haut, 7 & 8 ſont 15, & 5 ſont 20, & 4 ſont 24 : de 24 je poſe le ſurplus des dixaines, ſavoir 4, & retiens les deux dixaines que je porte à la colonne B, diſant : 2 & 4 ſont 6, & 4 ſont 10, & 5 ſont 15 : je poſe 5, & retiens une dixaine que je porte à la colonne C, diſant 1 & 3 ſont 4, & 3 ſont 7 : je poſe 7 ſous la même colonne C, & ne retiens rien. Enfin, il ſe trouve ſeulement 4 dans la colonne D, que j'écris ſous la même colonne D, ainſi des autres.

Il faut remarquer que faiſant l'Addition de chaque colonne, ſi les dixaines ſe trouvent complettes, comme 10, 20, 30, 40, &c. il faut poſer zéro deſſous, & retenir une dixaine, ou plus, s'il y échet, que l'on joindra à la colonne ſuivante, & ainſi de colonne en colonne, comme il ſe voit en l'exemple ci-deſſous.

Queſtion.

Dans une Armée, il y a des Soldats de quatre différentes Nations, comme ci-deſſous, on demande combien il y a de Soldats en tout.

	Savoir,	4532 Soldats François.
	plus	5327 Allemands.
	plus	3459 Lorrains.
	plus	682 Suiſſes.
R.		14000 Soldats.

Ayant fait l'Addition, il eſt venu 14000 Soldats en tout, & c'eſt la réponſe.

Exemple d'Addition compoſée de livres, ſols & deniers.

Un particulier fait revue de ſes comptes, & trouve qu'il lui eſt dû d'une part,

	D	C	B	A				
Savoir,	2	3	3	4	liv.	17	ſ. 8	den.
plus	5	6	7	8		15	7	
plus		3	0	5		19	6	
plus			4	8		2	4	
plus				9		3	3	

on demande combien il lui eſt dû en tout.

Somme totale 8 3 7 6 liv. 18 ſ. 4 den. qui lui ſont dûs.

Ayant diſpoſé les ſommes particulieres comme ci-deſſus, ſavoir les livres ſous les livres, les ſols ſous les ſols, & les deniers ſous les deniers, on commencera à compter par la colonne des deniers, qui font 28 en leur total, qui valent 2 ſols 4 deniers; il faut poſer les 4 deniers, & retenir les 2 ſols, qu'il faut joindre à la premiere colonne des ſols, où il ſe trouve 28 ſols, deſquels faut poſer 8 ſols, & en retenir 2 dixaines, qu'il faut retenir pour les joindre à la ſeconde colonne des ſols, diſant: 2 dixaines retenues & 1 font 3, & 1 font 4, & 1 font 5 dixaines, ou 50 ſols, qui valent 2 liv. 10 ſ. je poſe une dixaine qui vaut 10 ſ. derriere les 8 ſ. déjà poſés, & retiens 2 liv. qu'il faut joindre à la prochaine colonne des livres, marquée A, diſant: 2 livres que j'ai retenues & 9 font 11, & 8 font 19, & 5 font 24, & 8 font 32, & 4 font 36; je poſe 6 & retiens 3 dixaines que je porte à la colonne B; & continuant d'ajouter de même ordre de colonne en colonne juſqu'à la colonne D, comme il a été expliqué ci-devant, on trouvera que la ſomme

totale eſt 8376 livres 18 ſols 4 deniers ; ainſi des autres.

PREUVE DE L'ADDITION.

Avertiſſement ſur la preuve des quatres Regles, que l'on appelle Preuve de 9.

Quoique l'Addition, Souſtraction, Multiplication & Diviſion, qui ſont les quatre préceptes deſquels on ſe ſert pour faire toutes les Regles d'Arithmétique en nombres entiers, ſe doivent prouver par leur contraire ; ſavoir l'Addition par la Souſtraction, & la Souſtraction par l'Addition, la Multiplication par la Diviſion, & la Diviſion par la Multiplication ; néanmoins il ſemble qu'il ſoit néceſſaire en certaines choſes de ſuivre l'uſage & la pratique ancienne, & ſe conformer en quelque façon au deſir de ceux qui cherchent la facilité. C'eſt pourquoi je n'ai pas voulu négliger de donner l'explication de la preuve de l'Addition par 9, quoiqu'elle ſoit ſujette à manquer, comme je ferai voir ci-après par raiſon évidente.

Enſuite de quoi j'expliquerai la preuve de la même Regle d'Addition, laquelle ſe fait par Souſtraction.

Exemple d'Addition en nombres entiers, pour la pratique de la preuve par 9.

	4457	liv.	On fera l'Addition comme il a été enſeigné ci-devant.
Sommes à ajouter	3989	2	
	707	——	
	97	2	
	40		
Somme totale	9290	liv.	

Explication de la preuve par 9.

Pour prouver l'Addition ci-deſſus, il faut nommer tous les caracteres de chaque colonne, commençant à main gauche de haut en bas, ou de bas en haut indifféremment, & rejeter tous les 9

à mesure qu'il s'en rencontre dans les nombres, soit en figure, soit en valeur, & à la fin poser sur une ligne le surplus de 9.

Ensuite, il faut tirer la preuve de la somme totale, rejetant les 9 comme dessus; & si le surplus de 9 vient égal au premier reste posé sur ladite ligne, la somme totale de l'addition sera la véritable somme que l'on cherche, comme il se voit ci-dessus, où il reste 2 pour preuve, tant des sommes particulieres, que de la somme totale; mais ce n'est qu'en tant que l'on peut estimer bonne la preuve par 9, parce qu'elle est sujette à manquer.

La raison est, que si par malice, ou par mécompte on met un 9 pour un zéro, ou, au contraire, que l'on change quelque caractere de place, tant aux sommes particulieres qu'à la somme totale, la preuve ne laisse pas de se trouver bonne, & néanmoins la Regle est fausse: au lieu, au contraire, que lorsque la preuve est fausse, la regle est fausse aussi, comme il se voit dans l'exemple ci-dessus, où la somme totale est 9290, laquelle étant supposée être 9920, si on en tire la preuve, elle se trouvera bonne, parce que le surplus de 9 est 2, comme ci-devant, & cependant la Regle seroit fausse.

Si, au contraire, on supposoit la somme totale de l'Addition ci-dessus être 9820, la preuve seroit fausse, & partant la Regle fausse aussi, & ainsi des autres Additions tant en nombres entiers, que de diverses especes, soit d'Addition, Soustraction, Multiplication ou Division. C'est pourquoi je ne vous conseille de vous en servir, que par supplément de la véritable preuve, laquelle se fait par le contraire, c'est-à-dire, par Soustraction.

Autre avertissement sur la preuve de l'Addition par 9.

Si les sommes particulieres à ajouter sont com-

posées de livres, sols & deniers, comme à l'exemple suivant, qui servira aussi pour expliquer la preuve de l'Addition par la Soustraction ; alors on gardera le même ordre ci-dessus pour les livres, qui est de rejeter tous les 9 qui se trouveront ; mais au lieu que l'on écrit tout simplement le surplus de 9 sur une ligne, quand il n'y a que des livres à ajouter ici dans l'Addition de livres, sols & deniers, après avoir tiré la preuve de toutes les livres, il faut doubler le surplus de 9, s'il y en a, pour le joindre aux sols, desquels il faut tirer la preuve de même, & de tripler le surplus de 9 ; s'il y en a, pour le joindre aux deniers, desquels il faut encore tirer la preuve, & viendra 2, qu'il faut écrire sur une ligne.

Enfin, il faut tirer la preuve de la somme totale en même raison ; savoir, après avoir tiré la preuve de toutes les livres, de doubler le surplus de 9 pour le porter aux sols, & tripler le surplus de 9 aux sols pour le porter aux deniers, desquels ayant tiré la preuve, le surplus de 9, qui sera 2, se doit écrire sous la même ligne, desquels deux restes se trouvant égaux, on doit conclure que la Regle est bien faite, comme il se voit dans l'exemple ci-dessous, où la preuve des deniers de la somme totale se trouve égale à la preuve des deniers des sommes particulieres ; savoir 2 & 2.

La raison pourquoi, après avoir tiré la preuve des livres, on double le surplus de 9 pour le joindre aux sols, c'est que chaque livre vaut 20 sols, & que la preuve de 20 est deux ; comme aussi, pourquoi, après avoir tiré la preuve des sols, on triple le surplus de 9 pour le porter aux deniers, c'est que chaque sol vaut 12 deniers, & que la preuve de 12, c'est-à-dire, le surplus de 9 est 3.

On observera le même ordre pour la preuve de la Soustraction, Multiplication, & Division, lors-

qu'il y aura livres, ſols & deniers, de doubler aux livres, tripler aux ſols & aux deniers écrire la preuve comme elle ſe trouvera, comme il vient d'être dit pour l'Addition; c'eſt pourquoi l'explication ci-deſſus ſervira pour la preuve par 9 des autres Regles, ſans en donner d'autres raiſons, ſinon les précédentes.

Exemple d'Addition, par livres, ſols & deniers.

Un particulier eſt comptable des quatre ſommes ci-deſſous, on demande à combien ſe monte la ſomme totale.

	D C B A			
	2 3 4 5 liv.	15	ſ. 6	den.
Sommes à ajouter	4 5 6 7	9	3	Preuve 2
	4 5 6	7	9	par 9 ——
	3 2 5	6	2	2
Somme totale	7 6 9 4 liv.	18	ſ. 8	den.
Preuve par la Souſtraction.	x x x x	x	∅	

Ayant fait l'Addition ci-deſſus, comme il a été enſeigné ci-devant, il eſt venu pour ſomme totale 7694 livres 18 ſols 8 deniers.

Preuve de l'Addition par la Souſtraction.

Pour faire la preuve de l'Addition ci-deſſus par la Souſtraction, il faut nouvellement ajouter les nombres de la colonne D, on trouvera 6, qu'il faut ôter du 7 de la ſomme totale, & reſte 1, qu'il faut écrire ſous le même 7; enſuite ajoutant les nombres de la colonne C, vient 15 qu'il faut ôter de 16, compoſés de l'unité ou dixaine reſtée, & du 6 qui eſt enſuite du 7 de la même ſomme totale, & reſte 1, qu'il faut écrire ſous le même 6. Enſuite, ajoutant les nombres de la colonne B, il ſe trouve 17, qu'il faut ôter de 19, compoſés de l'unité ou dixaine reſtée, & du 9 de la ſomme totale, & le

reſte eſt 2 : puis ajoutant les nombres de la colonne A, il ſe trouve 23 qu'il faut ôter de 24, compoſés de deux unités ou dixaines reſtées & du 4 de la même ſomme totale, & reſte 1, c'eſt-à-dire, 1 livre en cet endroit, qu'il faut compter pour 20 ſols.

Enſuite nombrant les ſols, on en trouve 37, qu'il faut ôter de 38, compoſés de la livre reſtée valant 20 ſols, & des 18 ſols de la ſomme totale, & reſte 1, c'eſt-à-dire, un ſol en cet endroit, qui vaut 12 deniers.

Enfin, comptant tous les deniers, il ſe trouve 20 den. qu'il faut ôter de 20 den. compoſés du ſol reſté, 1 valant 12 den. & des 8 den. de la ſomme totale, il ne reſte rien, comme veut la regle ; partant il faut conclure que la véritable ſomme totale eſt de 7694 livres 16 ſols 8 deniers.

Quand l'Addition n'eſt que des nombres entiers, comme d'hommes, de livres, écus, &c. il faut obſerver le même ordre que deſſus ; & ôtant ce qui ſe trouve dans chaque colonne, de ce qui ſe trouve deſſous à la ſomme totale, il ne doit rien reſter à la derniere Souſtraction ; autrement la Regle ſeroit fauſſe.

Si en l'Addition il y a (comme il arrive ſouvent dans les Livres de comptes) 25, 30, ou plus de ſommes à ajouter, comme ci-deſſus, lors il les faut ſéparer de 6 en 6, ou de 8 en 8, ſelon la commodité de celui qui compte, & coter à part les produits de chaque ſomme ſéparée, pour les ajouter en une ſomme qui ſera totale.

Exemple.

Somme à ajouter.

121 livres.
232
343
452
563
674—2385 Premier produit.

780
896
927
238
349
452—3647 Second produit.

563
624
755
836
947
358—4083 Troiſieme produit.

Addition des trois produits.

2385 liv.
3647
4083

10115 l. Somme des trois produits.

Ayant ſéparé les ſommes à ajouter de 6 en 6, & trouvé trois produits, comme il ſe voit, après les avoir ajoutés, il eſt venu 10115 livres pour ſomme totale de l'Addition entiere.

On voit par cet ordre que l'on peut ajouter quantité de ſommes particulieres, ſans intéreſſer la mémoire, & ſans embarras.

Avertiſſement ſur l'Addition, Souſtraction, Multiplication, & Diviſion.

COMME il eſt néceſſaire, outre l'Addition, Souſtraction, Multiplication, & Diviſion, par livres, ſols & deniers, d'en faire faire d'autres, com-

me de la ℔ de poids & de ſes parties, du marc de même, comme auſſi de la toiſe, de la perche, & de leurs parties, &c. j'ai trouvé à propos de donner les Tables ſuivantes, par leſquelles on connoîtra la ſubdiviſion de chaque eſpece ſupérieure en ſes parties inférieures prochaines.

Premiere Table, qui eſt des Monnoies.

La livre tournois vaut	20 ſ. tournois.
Le ſol tournois	12 d. tournois.
L'écu d'or ſol ou de banque vaut	3 liv. ou 60 ſols.

2. *De la ℔ de poids, & du marc.*

La ℔ pour peſer la ſoie ſe diviſe en	15 onces.
La ℔ marchande ou Douane ſe diviſe en	16 onces.
ou	2 marcs.
Le marc ſe diviſe en	8 onces.
L'once en	8 gros.
Le gros en trois deniers, ou	72 grains.
Le denier en	24 grains.

3. *De l'Aunage.*

L'aune ſe diviſe en 2 demi-aunes, en 4 quarts, en 8 huitiemes, en 16 ſeiziemes, &c.

Plus en 3 tiers, en 6 ſixiemes, en 12 douziemes, &c.

4. *De la Toiſe.*

La toiſe ſe diviſe en	6 pieds de Roi.
Le pied en	12 pouces.
Le pouce en	12 lignes.
La ligne en	12 points.

5. *De l'Arpent.*

L'arpent contient 100 perches quarrées.

La perche anciennement ſe diviſoit en 28 pieds; mais maintenant elle ſe diviſe ſelon la coutume des pays; ſavoir:

En quelques lieux, comme en la Prevôté & Vicomté de Paris, elle eſt de 18 pieds;

En d'autres de 19, 20, 22, 24, &c.

Enfin on ſe regle ſelon la coutume du pays, pour

la diviſion de la perche en ſes pieds.
La diviſion du pied de Roi ne change jamais, il eſt toujours de 12 pouces.

6. Du Muid de ſel, ou de bled.

Le muid de ſel ou de bled ſe diviſe en 12 ſetiers.
Le ſetier en 4 minots.
Le minot en demi & en quarts
Le quart en 16 litrons.
Le muid de bled contient auſſi 12 ſetiers.
Le ſetier 2 mines ou 12 boiſſeaux.

7. Du Muid de vin.

Le muid de vin, meſure de Paris, contient 150 quartes ou 300 pintes, marc & lie, & 280 pintes de vin clair.

La quarte 2 pintes.
La pinte 2 chopines.
La chopine 2 demi-ſetiers

D'où s'enſuit que quand on voudra faire addition ou quelqu'autre opération, comme Souſtraction, Multiplication ou Diviſion concernant quelqu'une des ſuſdites eſpeces, comme de la ℔ de poids & de ſes parties; on conſidérera, en matiere d'Addition, qu'il faut commencer à ajouter par les plus petites parties: par conſéquent on commencera à compter par les gros, & pour 8 gros on retiendra une once, que l'on joindra aux onces, & le ſurplus de 8 gros ou de 16 gros, &c. ſera écrit ſous les mêmes gros; pour 16 onces on retiendra une ℔, que l'on joindra aux ℔, & le ſurplus de 16 onces ou 32 onces ſera écrit ſous les mêmes onces; puis nombrant les ℔ entieres, on trouvera la quantité requiſe.

De même, faiſant addition du marc & de ſes parties, on retiendra un denier pour 24 grains, pour 3 deniers un gros, pour 8 gros une once, & pour 8 onces un marc.

De même dans l'addition de la toiſe & de ſes par-

ties on retiendra pour 12 points une ligne, pour 12 lignes un pouce, pour 12 pouces un pied, & pour 6 pieds une toise.

On observera le même dans l'Addition de quelqu'autre espece que ce soit & de ses parties.

Pour la pratique du discours ci-dessus, je donnerai les exemples suivants.

Addition de la ℔ de poids, onces & gros.

Nombres à	3 ℔	5 onces	8 gros.
ajouter	4	6	7
	8	4	3
Somme totale	16 ℔	0 onces	7 gros.

Addition du marc, onces, gros, &c.

Nombres à	4 marcs	3 onces	4 gros	1 d.	13 gr.
ajouter	3	5	6	2	7
	8	6	3	1	9
Somme totale	16 marcs	7 onces	6 gros	2 d.	5 gr.

Addition de la toise, pieds, pouces, &c.

	5 toises	4 pieds	9 pouces	7 lig.	3 p.
Nombres à	4	3	3	6	4
ajouter	5	4	3	2	3
	6	5	8	8	2
Somme totale	23	0	1	0	0

La preuve de ces Additions se doit faire par Soustraction, comme il a été enseigné pour la même preuve d'Addition par livres, sols & deniers, observant de réduire les especes supérieures procédant de la droite à la gauche en leurs inférieures prochaines, selon leur valeur, & faire la Soustraction d'espece en espece jusqu'à la fin, où il ne doit rien rester; autrement la regle seroit fausse.

SOUSTRACTION, II. REGLE.

Définition de la Souſtraction.

SOUSTRAIRE eſt ôter un petit nombre d'un plus grand, pour trouver le reſte qui eſt le réſultat de la Regle.

Les deux premiers nombres doivent être de même eſpece, deſquels le plus grand s'appelle la *dette*, & le moindre la *paie*.

Il faut poſer l'un ſous l'autre; ſavoir, la paie ſous la dette, ſelon l'ordre de la numération, & une ligne deſſous.

Cela fait, pour trouver le reſte que l'on cherche, il faut ôter ou lever les figures inférieures des figures ſupérieures de colonne en colonne l'une après l'autre, commençant la Souſtraction à main droite, & finiſſant à la gauche, diſant ainſi: Qui de tant ôte tant, reſte tant, qui ſont les termes de parler de la Souſtraction; comme qui de 7 ôte 2, reſte 5.

Si dans une même colonne, les figures de la paie & de la dette ſe trouvent égales, comme s'il ſe trouvoit 5 à la dette & 5 deſſous la paie, il faudroit dire: Qui de 5 ôte 5 reſte rien, & pour exprimer ce rien, il faut ſouſcrire un zéro ſous le 5.

Si la figure ſupérieure de la dette eſt plus grande que la figure de la paie qui lui correſpond, ayant fait la Souſtraction, il faut écrire le ſurplus au-deſſous. Si elle eſt moindre, il faut emprunter une dixaine ſur la figure précédente ſignificative, laquelle dixaine ſera jointe à la figure pour laquelle on a emprunté, poſant un point ſur la figure où l'em-

prunt s'eſt fait pour marque de dimunition d'un, puis ſouſtraire l'un de l'autre, ſelon l'ordre de la Souſtraction.

On remarquera qu'aux nombres entiers, ſi on emprunte pour un zéro, le zéro vaudra 10, & ſi on emprunte derriere un ou pluſieurs zéros, chaque zéro vaudra 9, comme il ſe verra dans l'exemple ci-deſſous, où ſont pratiquées toutes les obſervations décrites ci-deſſus.

Exemples de Souſtraction en nombres entiers.

Quelqu'un eſt comptable au Roi de la ſomme de 50009245 ; ſur quoi il a fait dépenſe de 16043742, on demande de combien il eſt redevable.

Opération de la Regle.

H G F E D C B A

Dette	5 0 0 0 9 2 4 5
Paie	1 6 0 4 5 7 4 2
Reſte à payer	3 3 9 6 3 5 0 3

Explication de la Regle.

Ayant ainſi poſé les deux ſommes l'une ſous l'autre ; ſavoir, la paie ſous la dette, & une ligne deſſous, je commence à ſouſtraire par la colonne A, diſant : Qui de 5 paie 2, reſte 3, que j'écris au-deſſous de la ligne & de la même colonne A.

Enſuite paſſant à la colonne B, je dis : Qui de 4 paie 4, il ne reſte rien, j'écris zéro de ſuite ſous le 4.

Je paſſe à la colonne C, diſant : Qui de 2 paie 7, cela ne ſe peut ; j'emprunte une dixaine ſur le 9 prochain de la colonne D, que j'ajoute au même 2, puis je dis : qui de 12 paie 7, reſte 5.

Enſuite le 9 de la colonne D, ne valant plus que 8

à cauſe de l'emprunt, je dis: qui de 8 paie 5 reſte 3.

Enſuite de quoi je paſſe à la colonne E, diſant: Qui de zéro paie 4, cela ne ſe peut; j'emprunte une dixaine ſur le 5 de la colonne H, puis je dis: Qui de 10 paie 4, reſte 6.

Enſuite à cauſe de l'emprunt qui a été fait derriere le zéro de la colonne G, ce même zéro vaut 9; je dis donc: Qui de 9 paie zéro ou rien, reſte 9 que j'écris.

Continuant, je compte le zéro de la colonne G pour 9 auſſi-bien que le zéro de la colonne F, & je dis: Qui de 9 paie 6, reſte 3.

Enfin paſſant au 5 de la colonne H, réduit à 4 à cauſe de l'emprunt, je dis: Qui de 4 paie 1, reſte 3, d'où je conclus qu'il reſte à payer 33963503.

C'eſt tout ce qui ſe peut dire pour l'art de ſouſtraire les nombres entiers, ou ſimples eſpeces, les uns des autres.

Preuve de Souſtraction par l'Addition.

Comme l'Addition précédente ſe prouve par ſon contraire, qui eſt la Souſtraction, de même il faut prouver la Souſtraction par ſon contraire, qui eſt l'Addition.

Exemple.

Quelqu'un doit 30020 livres, & il en paie comptant 12789 livres, on demande ce qu'il doit de reſte.

Faites l'opération de la ſouſtraction ſuivante, comme il vient d'être enſeigné.

Dette	30020 liv.
Paie	12789
Reſte à payer	17231
Preuve	30020 liv.

Pour

Pour faire la preuve de cette Souſtraction, & généralement de toutes les autres, il faut ajouter la paie avec le reſte à payer, & la ſomme de l'Addition doit être égale à la dette: c'eſt la preuve.

Le même ordre doit s'obſerver pour la preuve de la Souſtraction, ſoit qu'il y ait des livres, ſols & deniers à ſouſtraire de livres, ſols & deniers, ou autres eſpeces, comme marcs, onces, gros, &c. à ſouſtraire de marcs, onces, gros, &c. comme auſſi toiſes, pieds, pouces à ſouſtraire de toiſes, pieds, pouces.

Si les deux ſommes, c'eſt-à-dire, la dette & la paie, ou une des deux ſeulement, la dette ou la paie, ſont compoſées de quelques ſous eſpeces, comme de livres, ſols & deniers, on commencera à ſouſtraire les deniers les uns des autres, s'il ſe peut, & des deniers on paſſera aux ſols, que l'on ſouſtraira de même les uns des autres.

On remarquera que quand on emprunte pour les deniers, l'emprunt doit être toujours d'un ſol, que l'on doit compter pour 12 deniers, qu'il faut joindre aux deniers, ſoit qu'il y ait des ſols à la colonne des ſols ou non: & l'emprunt pour les ſols eſt toujours d'une livre ou 20 ſols, que l'on prend ſur la premiere figure ſignificative des livres; on opérera au ſurplus pour les entiers, comme il vient d'être enſeigné ci-devant.

Exemple de Souſtraction par livres, ſols & deniers.

Dette	427 livres	15 ſols	9 deniers.
Paie	195	7	5
Reſte	232	8	4

Autre Exemple de Souſtraction, où il faudra emprunter ſur les ſols pour les deniers, & ſur les livres pour les ſols.

Dettte	78 liv.	2 ſols	5 den.		2
Paie	35	9	7	Preuve par 9	——
Reſte	42 liv.	12 ſols	10 den.	Voyez l'explication ci-deſſous.*	

Explication de la Regle de Souſtraction ci-deſſus, & de la preuve par 9.

Ayant diſpoſé la Regle ; ſavoir, la paie ſous la dette, il faut dire : Qui de 5 deniers paie 7 deniers, cela ne ſe peut ; j'emprunte 1 ſol ſur les deux ſols de la dette, qui vaut 12 deniers, avec 5 font 17 ; puis je dis : Qui de 17 deniers paie 7 deniers, reſte 10 deniers, que j'écris ſous la ligne en la colonne des deniers.

Enſuite paſſant aux ſols, il faut dire : Qui d'un ſol qui reſte en paie 9, cela ne ſe peut ; j'emprunte une livre ſur les 8 livres de dette, qui vaut 20 ſols, avec un reſté font 21 ; puis je dis : Qui de 21 ſols paie 9 ſols, reſte 12 ſols, que j'écris ſous la ligne en la colonne des ſols.

Je continue aux livres, diſant : Qui de 7 livres qui reſtent paie 5, reſte 2 livres ; puis qui de 7 paie 3, reſte 4 livres, & l'opération ainſi achevée, il ſe trouve pour reſte à payer 42 livres 12 ſols 10 deniers, comme il ſe voit ci-deſſus ; ainſi des autres.

La preuve ſe fait par l'Addition, comme il a été enſeigné ci-deſſus aux nombres entiers ; ſavoir, en ajoutant 35 livres 9 ſols 7 deniers, qui eſt la paie, avec 42 livres 12 ſols 10 deniers, qui eſt le reſte, leſquelles deux ſommes font juſte une ſomme égale à la dette : c'eſt la preuve.

Preuve par 9 de la même Regle de Souſtraction. ci-deſſus.

* Comme j'ai expliqué la preuve par 9 en l'Addition, j'ai jugé à propos de l'expliquer auſſi en la Souſtraction.

Elle ſe fait ainſi. Il faut tirer la preuve de la dette; ſavoir, en rejetant tout les 9 qui ſe rencontrent, & doublant le ſurplus de 9 aux livres pour le porter aux ſols, & triplant le ſurplus de 9 aux ſols pour le porter aux deniers, & tirant la preuve des deniers, il faut écrire ſur une petite ligne le ſurplus de 9, comme en l'exemple ci-deſſus, où il s'eſt trouvé 2.

Cela fait, il faut tirer la preuve de la paie & du reſte confuſément, en doublant de même aux livres le ſurplus de 9 pour paſſer aux ſols, triplant aux ſols pour paſſer aux deniers, où l'on doit trouver 2 pour preuve, comme à la dette, ſi la Regle eſt bien faite, d'autant que la paie & le reſte compoſant par leur Addition pareille ſomme à la dette, elles doivent auſſi produire même nombre pour la preuve.

Avertiſſement.

S'il arrive qu'en l'ordre des ſols & deniers de la dette il n'y ait que des zéros, & qu'il y ait des ſols & des deniers à la paie, alors on empruntera une livre ſur le premier caractere figuratif des livres, & de cette livre valant 20 ſols, on en prendra 1 ſol qui vaut 12 deniers, & reſtera 19 ſols au rang des ſols, que l'on gardera dans la mémoire, ou que l'on écrira, puis on fera la ſouſtraction à l'ordinaire comme il ſe voit ci-deſſous.

Exemple.

		19	12
Dette	745 livres	0 sols	0 deniers.
Paie	532	9	7
Reste	212 livres	10 sols	5 d. ainsi des autres.

Autres divers Exemples de Soustraction.

De la ℔ de poids, Du Marc, De la Toise, } & de leurs parties.

Pour l'opération de ces Regles, on observera l'emprunt lorsqu'il en faudra faire, selon la subdivision de chaque entier ou espece en ces parties.

Exemple de Soustraction de la livre de poids.

Quelqu'un a acheté 32 livres de sucre, & on lui en a livré 13 liv. 12 onces, 7 gros; on demande ce qui reste à lui livrer.

Opération.

Acheté	32 livres	00 onces	0 gros
Livré	13	12	7
Reste à livrer	18 livres	3 onces	1 gros.

Il faut noter qu'en faisant la soustraction de l'autre part, si on emprunte un gros sur les livres, par cet emprunt, il faut faire valoir le zéro des onces 15 onces.

Exemple de Soustraction du Marc.

Quelqu'un a acheté 24 marcs de vaisselle d'argent, & on lui en a fourni 17 marcs 3 onces 5 gros & 1 denier; on demande ce qui lui est dû de reste.

Acheté	24 marcs	0 onces	0 gros	0 deniers.
Livré	17	3	5	1
Reste à livrer	6 marcs	4 onces	2 gros	2 deniers.

Si on emprunte pour les deniers sur les marcs, alors au lieu du zéro des onces on comptera 7 onces,

au lieu du zéro des gros on comptera 7 gros, & pour les deniers l'emprunt vaudra 3 deniers.

Exemple de la Souſtraction de la Toiſe.

Un Entrepreneur a entrepris de faire 14 toiſes 2 pieds 3 lignes de travail, dont il a fait 7 toiſes 5 pieds 9 pouces 9 lignes, on demande combien il reſte de toiſes & parties de toiſes à faire de ſon ouvrage.

Travail à faire	14, toiſes	2 pieds	0 pouces	3 lignes.
Travail fait	7	5	9	9
Reſte à faire	6 toiſes	2 pieds	2 pouces	6 lignes;

ainſi des autres.

La preuve de toutes ces Regles de Souſtraction ſe fait par l'Addition, comme il a été enſeigné pour la Souſtraction par livres, ſols & deniers; ſavoir, en ajoutant la deuxieme ligne avec la troiſieme, la ſomme deſdites deux lignes doit être égale à la premiere ligne.

Queſtion ſur la Souſtraction.

Une rente a été conſtituée le quinze Juillet 1651, & on la veut racheter le douzieme Octobre 1663, on demande combien il eſt dû d'années d'arrérages.

Pour faire cette Regle, il faut poſer 1662, & la portion de 1663, qui eſt 9 mois 12 jours, & enſuite poſer 1650 au-deſſous, avec la portion de 1651, qui eſt 6 mois 15 jours; puis faire la Souſtraction à l'ordinaire, réduiſant, s'il eſt beſoin pour faire ladite Souſtraction, l'année en 12 mois, & le mois de même, ſelon ce qu'il eſt de jours en ſa valeur.

Opération.

Jours du rachat	1662 ans	9 mois	12 jours.
Jour de la conſtitution	1650	6	15
Arrérages	12 ans	2 mois	27 jours.

Ayant fait la Souſtraction, il s'eſt trouvé 12 années 2 mois & 27 jours d'arrérages qui ſont dûs.

MULTIPLICATION. III. REGLE.

Définition de la Multiplication.

MULTIPLIER, c'eſt trouver un nombre qui contienne autant de fois le nombre à multiplier qu'il y a d'unités au multiplicateur. Son uſage eſt de trouver par la valeur d'une aune de marchandiſe la valeur de pluſieurs aunes; comme ſi on diſoit, une aune de drap vaut 9 livres, par la Multiplication on trouvera combien 24 aunes vaudront au même prix.

Cette opération contient trois nombres de différente dénomination: le premier deſquels s'appelle multiplicande ou nombre à multiplier; le ſecond s'appelle multiplicateur; & le troiſieme que l'on cherche s'appelle produit, qui eſt le réſultat de la Regle.

Pour opérer dans la Multiplication, il faut commencer à multiplier par les figures à main droite, & finir à la gauche; mais auparavant que de donner aucun exemple d'icelle, il eſt néceſſaire de faire précéder le Livret, ou la *Table de Multiplication*, qu'il faut ſavoir par cœur pour bien pratiquer, non-ſeulement la Multiplication, mais auſſi la Diviſion, étant certain que nul ne peut être bon Chiffreur, s'il ne ſait ſon Livret par cœur, & que d'iceluï dépend tout l'artifice de bien chiffrer.

Table de Multiplication.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

Usage de la Table.

Cette Table sert pour trouver le produit de deux nombres multipliés l'un par l'autre.

Comme, par exemple, si on veut trouver le produit de 7 multiplié par 9, il faut chercher 7 dans la premiere colonne, qui commence par 1, puis multipliant ce 7 par le 9 de la premiere ligne, on dira, 7 fois 9 font 63, que l'on trouvera à la colonne vis-à-vis du 7, & ainsi des autres.

Exemple de Multiplication, où le multiplicateur eſt d'une ſeule figure.

On veut ſavoir que coûteront 47 aunes de toile à raiſon de 6 livres l'aune.

Pour faire cette Regle, je poſe 47, nombre à multiplier, & ſous icelui, à main droite, j'écris 6, multiplicateur, comme il ſe voit par la diſpoſition des nombres.

47 aunes. Nombre à multiplier.
6 livres. Multiplicateur.

Produit 282 livres.

Explication de cette Regle.

Ayant diſpoſé, comme il ſe voit, le nombre à multiplier 47, & poſé ſous icelui 6 multiplicateur, pour trouver le produit : je dis, 6 fois 7 font 42, je poſe 2 ſous 6, & retiens 4 dixaines ; après je dis, 6 fois 4 font 24, & 4 que j'ai retenus font 28 ; je poſe 28 en reculant à main gauche, partant il vient 282 livres au produit, & autant coûteront les 47 aunes à 6 livres l'aune.

Autre Exemple, où le multiplicateur eſt de deux figures.

On veut ſavoir combien valent 456 pieces de vin à raiſon de 38 livres le muid.

Pour faire cette Regle, je poſe le nombre à multiplier 456, & 38 multiplicateur au-deſſous comme il ſe voit.

Muids 456
à 38 le muid.

3648
1368

Produit 17328 livres.

Ayant ainſi diſpoſé les nombres, je dis : 8 fois 6 font 48, je poſe 8 & retiens 4 : Enſuite 8 fois 5 font 40, & 4 que j'ai retenus font 44, je poſe 4 &

retiens 4 : Enfin 8 fois 4 font 32, & 4 que j'ai retenus font 36 ; je pose 36, comme il se voit par l'opération.

Cela fait, je passe à la seconde figure du multiplicateur qui est 3, par lequel je multiplie encore 456 de même ordre, disant : 3 fois 6 font 18, je pose 8 sous le même 3, en reculant d'un degré, & retiens 1 : Ensuite 3 fois 5 font 15, & 1 que j'ai retenu font 16, je pose 6 & retiens 1 : Enfin 3 fois 4 font 12, & 1 que j'ai retenu font 13, lesquels j'écris selon leur ordre.

Les Multiplications étant ainsi faites, j'ai fait Addition des deux produits, & il s'est trouvé 17328 livres pour le produit total, & autant coûteront lesdites 456 pieces de vin à la raison dite de 38 liv. le muid ; ainsi des autres.

Et si le multiplicateur contient trois ou plus de figures, il faut observer le même ordre qu'à deux figures, c'est-à-dire, de reculer le produit de chaque figure d'un degré.

Preuve de la Multiplication par 9.

Cette Regle, comme les précédentes, doit se prouver par son contraire ; mais attendu que je n'ai pas encore expliqué la Division, qui est le contraire de la Multiplication, je me servirai par supplément de la preuve de 9, laquelle se fait ainsi.

Remarquez que c'est la preuve de la Multiplication suivante que j'explique, où le nombre à multiplier est 706, le multiplicateur 57, & le produit 40242.

Il faut faire une croix, puis tirer la preuve de 706, dont le surplus de 9 est 4, qu'il faut poser au haut de la croix.

Ensuite il faut tirer la preuve de 57, & écrire le surplus de 9, qui est 3, au bas de la croix.

Cela fait, il faut multiplier ces deux restes l'un par l'autre ; savoir, 4 par 3 vient 12 ; dont le sur-

plus de 9 eſt 3, qu'il faut écrire au côté gauche de la croix. Enfin, il faut tirer la preuve de 40242 qui eſt le produit, & écrire le ſurplus de 9, qui ſera auſſi 3, au bras droit de la même croix; d'où l'on conclut que la Regle eſt bien faite, d'autant qu'il faut que le quatrieme reſte que l'on trouve ſoit égal au troiſieme que l'on a poſé.

Et c'eſt une Regle générale pour la preuve par 9 de toutes les Regles de Multiplications & Diviſions qui ſuivront.

Exemple de la Multiplication pour la pratique de la preuve par 9.

A 57 livres l'arpent de terre, combien 706 arpents.

Opérations.

706 Arpents à multiplier.
Par 57 Livres.

4942
3530

40242 Produit.

Preuve par 9

4
3 X 3
3

On remarquera en paſſant, que quoique la preuve ci-deſſus par 9 ſe trouve bonne, néanmoins il eſt poſſible que la Regle ſoit fauſſe pour les raiſons enſeignées ci-devant, en expliquant la preuve de l'Addition pag 9, *page* 13.

Preuve de la Multiplication par la Diviſion.

Voyez la page 48.

S'il arrive qu'il y ait des zéros au multiplicateur, comme ſi on veut multiplier 567 par 200, on poſera 567, & 200 deſſous, en ſorte que le 2 de 200, ſoit ſous le 7, & les deux zéros avancés; parce qu'il n'y a qu'à les poſer ſimplement au produit, ſans multiplier, d'autant que le zéro ne multiplie, ni ne diviſe; puis multiplier 567 par 2, comme ci-après.

Opération.

567 Multiplicande.
200 Multiplicateur.

113400 Produit.

Et s'il y a des zéros, tant au nombre à multiplier qu'au multiplicateur, il faut multiplier les figures significatives l'une par l'autre, comme il a été enseigné, puis ajouter au produit tous les zéros, tant du multiplicande que du multiplicateur, & ce qui viendra sera le produit total de la Multiplication; exemple, si on veut multiplier 45700 par 3500, on fera comme il se voit par l'opération ci-dessous.

45700 Multiplicande.
3500 Multiplicateur.

2285
1371

159950000 Produit. Ainsi des autres.

Abréviation pour la Multiplication en nombres entiers.

QUAND on voudra multiplier quelque nombre par 10, il faut poser un zéro au-devant du nombre proposé, & la multipication sera faite.

Comme si on veut savoir combien valent 37 aunes à 10 livres l'aune, posez un zéro à la suite de 37, il viendra 370 livres pour la valeur requise.

Si on veut multiplier par 100, il faut poser deux zéros à la suite du nombre à multiplier, & la Multiplication sera faite.

Si on veut multiplier par 1000, il faut poser trois zéros à la suite du nombre proposé, &c.

Voyez pour le surplus les abréviations de la Multiplication.

Usage de la Multiplication.

L'USAGE de la Multiplication est de trouver par le prix d'une chose la valeur de plusieurs en telle espece que l'on a multiplié. Par exemple, si on a multiplié par livres, il viendra des livres au produit; si on a multiplié par des sols, il viendra des sols; si c'est par deniers, il viendra des deniers; ainsi des autres.

Comme si on domandoit la valeur de 25 aunes de drap ou serge, à raison de 9 livres l'aune, on voit qu'en multipliant 25 aunes par 9 livres, il viendra 225 livres au produit pour la valeur desdites 25 aunes, comme il se voit par l'opération ci-dessous.

25 aunes.
à 9 livres l'aune.

Produit 225 livres pour la valeur requise.

La Multiplication sert aussi pour réduire une grande espece, soit de monnoie, de poids, de mesure, &c. en autre moindre, pareillement les ans en mois, & les mois en jours, &c. afin de savoir combien une quantité de ces grandes especes en contient de moindres, comme les livres les réduire en sols, les sols en deniers, les toises en pieds, les pieds en pouces, &c. les jours en heures, les heures en minutes.

Pour ce faire, généralement parlant, il faut multiplier la quantité de la grande espece par le nombre selon lequel elle contient la moindre; par exemple, si je veux réduire des livres en sols, je multiplie le nombre des livres par 20 sols, valeur de la livre; des sols en deniers, je multiplie le nombre des sols par 12 deniers, valeur d'un sol, ainsi des autres. De ces réductions il en sera parlé amplement ci-après.

Queſtion ſur la Multiplication.

On demande combien 16 ans contiennent de jours; comptant 365 jours pour chaque année, avec la quatrieme partie d'un jour d'augmentation ſur chaque année, à cauſe du biſſexte qui arrive de quatre ans en quatre ans.

Multipliez 365 jours par 16 ans, & ajoutez la quatrieme partie de 16 au produit, à cauſe des quarts de jours, le produit total ſera 5844.

Opération.

365 jours à multiplier.
par 16 ans.

2190
365
4 jours ajoutés pour le quart de jour.

5844 produit ou nombre de jours requis.

La Multiplication ſert encore en l'arpentage ou meſure des terres, comme auſſi au toiſé.

Exemple.

Etant donné la longueur & la largeur d'une piece de terre quarrée, ſi on multiplie la longueur par la largeur, on aura la ſuperficie totale, c'eſt-à-dire, que ſi ce ſont des toiſes, la Multiplication donnera au produit des toiſes en ſuperficie; ſi ce ſont des pieds, on aura des pieds.

Exemple.

Une piece de terre a 48 toiſes de longueur, & 17 toiſes de largeur; multipliant 48 par 17, il viendra 816 toiſes quarrées pour la ſuperficie de la piece de terre.

Opération.

48 toiſes de longueur à multiplier.
par 17 toiſes de longueur.

336
48

Produit 816 toiſes quarrées pour la ſuperficie.

Autre Exemple.

Si un mur a 56 toiſes de long, & 3 toiſes de haut, on demande combien il contient de toiſes quarrées.

Il faut multiplier la longueur 56 par la hauteur 3, & le produit ſera 168, c'eſt-à-dire, 168 toiſes quarrées pour le contenu dudit mur. Faites l'opération comme il a été enſeigné.

Autre Exemple.

On demande la quantité de pavés qu'il faut pour paver une ſalle : connoiſſant le nombre qu'il en faut de long, & le nombre de large : Suppoſé qu'il faille 52 pavés pour la longueur, & 32 pour la largeur, on demande combien il en faut en tout. Il faut multiplier 52 par 32, & il viendra au produit 1664 pour le nombre requis de pavés.

Autre Exemple.

On veut tapiſſer une ſalle, qui a ſeize aunes de tour en dedans, & quatre aunes de hauteur, on demande combien il faut d'aunes de tapiſſeries en quarré pour tapiſſer ladite ſalle : il faut multiplier 16 aunes par 4 aunes, & il viendra 64, c'eſt-à-dire, 64 aunes de tapiſſerie qu'il faut pour tapiſſer cette ſalle.

On peut à l'infini donner des exemples de Multiplication, pour en faire voir plus amplement l'uſage & l'utilité ; mais je me contenterai en cet endroit des exemples ci-deſſus, renvoyant pour le ſurplus aux pages ſuivantes, où je propoſerai diverſes queſtions ſur la Multiplication concernant les finances & la marchandiſe.

Avertiſſement pour la multiplication & Diviſion par livres, ſols & deniers.

Comme la Multiplication par les parties aliquotes, tant de 20 ſols que de 12 deniers, comme auſſi par les parties du marc, de la toiſe, &c. ne ſe peut clairement expliquer ſans l'intelligence de la Diviſion, parce que multiplier un nombre par une partie aliquote de quelque entier, comme par 5 ſols, qui eſt le quart de 20 ſols, c'eſt autant que de diviſer ce même nombre par 4, ou par 6, ſi la partie aliquote eſt un ſixieme, ou par tel autre nombre que l'on voudra; ainſi la Diviſion des mêmes entiers & de leurs parties ne ſe peut trouver par la Multiplication, ſans aucune connoiſſance réciproque d'icelle en toute ſon étendue, tant en entiers qu'en fractions. C'eſt pourquoi, pour trouver un milieu, & faciliter la connoiſſance de tous les deux, je me contenterai ici de ce que je viens de dire touchant la Multiplication en nombres entiers, renvoyant pour le ſurplus aux pages ſuivantes, où je commencerai d'expliquer la Multiplication par les parties aliquotes, ſur laquelle je m'étendrai beaucoup, comme étant la regle la plus néceſſaire & la plus uſitée dans le Commerce, & en quelque façon celle que j'eſtime la plus difficile à entendre entre les communes, pour la diverſité des proportions qui ſe peuvent former ſur icelles touchant la finance & la marchandiſe.

Pour la Diviſion en nombres entiers, j'expliquerai ſeulement ci-après comment il faut la faire; ſans donner l'explication d'icelle; vous la trouverez amplement pratiquée ſous le titre de Diviſion par livres, ſols & deniers, & autres ſous-eſpeces, appliquée à quantité de queſtions concernant auſſi les finances & la marchandiſe.

DIVISION. IV. REGLE.

AVANT que de commencer l'explication de cette Regle, je me suis trouvé obligé de vous donner un avertissement du dessein que j'ai pris touchant la méthode de diviser pour toutes les opérations de division qui se trouveront à faire dans toute l'étendue de mon Arithmétique : je vous dirai même, que comme les Livres se trouvent entre les mains de différentes personnes, il faudroit qu'ils fussent composés différemment, particuliérement à l'égard de la Division; ainsi, par cette raison de plaire à un chacun, les uns voulant chiffrer ou diviser à la Françoise, les autres à l'Espagnole, d'autres à l'Italienne ; afin de contenter les curieux, particuliérement ceux qui aiment la diversité, après avoir expliqué la Division à la Françoise, je vous expliquerai ensuite succinctement la Division à l'Espagnole ; puis après celle à l'Italienne, lesquelles trois manieres de diviser produisent un même effet. Et pour satisfaire davantage votre curiosité, & vous faire voir la différence de ces trois méthodes de diviser, vous verrez ensuite un exemple de Division en nombres entiers, pratiqué premiérement à la Françoise, puis après à l'Espagnole, & ensuite à l'Italienne ; d'où vous connoîtrez la différence qu'il y a entre ces trois méthodes, desquelles vous choisirez celle qui vous agréera le plus, après les avoir expliquées toutes trois. Et d'autant que je trouve que la Division à l'Espagnole est la plus facile à pratiquer, comme je l'éprouve ordinairement par l'expérience que je fais tous les jours, je m'en servirai dans toutes les propositions où il sera besoin de se servir de la Division.

Définition de la Diviſion.

Diviſer ou partager, c'eſt ſéparer un nombre en autant de parties égales qu'il y a d'unités au diviſeur.

Ou autrement, diviſer un nombre par un autre, c'eſt chercher combien de fois le diviſeur eſt contenu dans le nombre à diviſer.

Cette Regle contient trois nombres de différente dénomination ; le premier deſquels s'appelle dividende, ou nombre à diviſer ; le ſecond s'appelle diviſeur ; & le troiſieme que l'on cherche s'appelle quotient, qui eſt le réſultat de la Regle.

Comme ſi on vouloit diviſer 36 livres à quatre perſonnes ; c'eſt ſéparer 36 livres en 4 parties égales, l'une deſquelles eſt 9, & ainſi 36 ſera appellé nombre à diviſer, 4 le diviſeur, & 9 le quotient, & il ne reſte rien, parce que 9 fois 4 font 36 juſte.

Cette Régle au contraire des trois précédentes ſe commence à main gauche, finit en continuant à la droite ; elle ſe fait ainſi : Il faut diſpoſer le nombre à diviſer, & ſous icelui écrire le diviſeur, & former un demi-cercle au-devant en cette ſorte.

Somme à diviſer 36

——— (9 quotient

Diviſeur 4

Autre Exemple.

Je veux diviſer 8785 par 5, j'écris 5 diviſeur, ſous 8 premier caractere du nombre à diviſer, vers la main gauche ; mais il faut remarquer que ſi au lieu de 8 il y avoit 4, il eût fallu mettre le diviſeur 5 ſous le 7 ſuivant : ce que l'on obſervera en toute autre diviſion.

Il faut encore remarquer qu'autant de fois que l'on poſe le diviſeur, ce ſont autant d'opérations de la diviſion que l'on fait, & partant il y aura autant de figures au quotient.

Premiere opération.

3
8785
———— (1
5

Ayant ainsi disposé les nombres, il faut s'enquerir combien il y a de fois 6 dans 8, on trouve qu'il est 1 fois, que l'on écrira au bout de la somme à diviser, & au-devant du demi-cercle, puis on multipliera le quotient par le diviseur, disant 1 fois 5 est 5, ôter 8 reste 3, qu'il faut écrire sur 8.

Pour seconde opération, il faut avancer le 5 diviseur sous le 7 suivant du nombre à diviser.

Seconde opération.

32
8785
———— (17
55

Ensuite on prendra le 3 restant pour 30 avec le 7 suivant font 37; puis on dira, en 37 combien de fois 5, il s'y trouve 7 fois, que l'on écrira au quotient ensuite de 1 déjà posé; puis multipliant le quotient par le diviseur, on dira 7 fois 5 font 35, ôtés de 37 reste 2, que l'on écrira au-dessus du 7.

On continuera d'avancer le diviseur sous chacun des caracteres du nombre à diviser, & opérer comme dessus, ainsi qu'il se voit par l'opération entiere de la Regle, & il viendra au quotient 1757 livres, c'est-à-dire, que si on vouloit partager 8785 livres à 5 personnes, chacun auroit pour sa part 1757 livres.

Opération entiere de la Regle.

323
8785
———— (1757 quotient
5555

On fera de même quand on voudra diviser par une seule figure, comme par 2 ou par 3, ou par 4, ou par 6, &c.

Il faut remarquer que cette maniere de diviser tout au long par une figure, n'est qu'à l'égard de ceux qui commencent d'apprendre la division; car

pour ceux qui ſont tant ſoit peu verſés dans icelle, & qui la ſavent, s'ils diviſent quelque nombre par une ſeule figure, comme par 2, ils n'ont qu'à tirer la moitié de ce nombre, & cette moitié ſera le quotient; s'ils diviſent par 3 ils tireront le tiers, par 4 le quart, &c.

Avant que de continuer l'explication de la Diviſion, il eſt néceſſaire de faire quelques obſervations ſur icelle.

1. D'avancer le Diviſeur, lorſque la premiere figure du nombre à diviſer ſera moindre que la premiere figure du diviſeur.

2. D'avancer le diviſeur d'un degré autant de fois que chaque opération ſera achevée, ſoit qu'il ſoit compoſé de 2, 3, ou plus de figures, & opérer ſelon l'explication ci-devant.

3. Que le quotient de chaque opération ne peut être 10 ni plus, mais ſeulement, 9, & au-deſſous, parce que de tous les éléments des nombres, 9 eſt le plus grand.

4. Il faut que le reſte d'une Diviſion, s'il y en a, ſoit toujours moindre que le diviſeur, autrement la Diviſion eſt mal faite, & c'eſt une marque que l'on n'a pas aſſez poſé au quotient; c'eſt pourquoi il faut recommencer la Diviſion.

Autre Exemple de Diviſion, dont le diviſeur eſt compoſé de deux figures.

Quand le diviſeur eſt de deux figures, comme ſi on vouloit diviſer 13824 livres à 32 perſonnes, il faut poſer le diviſeur 32 au-deſſous de 13824 nombre à diviſer, en avançant d'un degré le diviſeur 32, comme il ſe voit par l'opération.

10
13824
4
32

Les nombres étant ainſi diſpoſés, il faut demander combien de fois le diviſeur 32 eſt contenu dans le nombre ſupérieur 13824; mais parce que la mémoire ſeroit trop ſurchar-

gée, il faut seulement demander combien de fois le premier caractere du diviseur qui est 3, est contenu dans 13, & voyant qu'il est 4 fois, il faut poser 4 au quotient, puis multiplier le quotient 4 par le diviseur 32, disant: 4 fois 3 font 12, qu'il faut ôter de 13, reste 1, que l'on écrira sur le 3 de 13: Ensuite 4 fois 2 font 8, qu'il faut ôter de 8 & reste 0, que l'on posera au-dessus du 8, observant de barrer ou trancher les figures, tant du diviseur que du nombre à diviser, à mesure qu'elles sont acquittées.

Pour seconde opération il faut avancer le diviseur 32 d'un degré; savoir, 3 sous 8, & 2 sous la figure d'après, comme ci-dessous.

$$\begin{array}{r} \cancel{1} \\ \cancel{1}\cancel{0}6 \\ \cancel{1}\cancel{3}\cancel{8}\cancel{2}4 \\ \hline \cancel{3}\cancel{2}\cancel{2} \\ \cancel{3} \end{array} \quad (43$$

Le diviseur étant ainsi avancé, on cherchera combien il y a de fois 3 dans 10; on voit qu'il y est 3 fois, c'est pourquoi il faut poser 3 au quotient ensuite du 4 déjà posé; puis multiplier le même diviseur 32 par ce quotient qui est 3, comme auparavant, disant: 3 fois 3 font 9, ôtés de 10 reste 1, qui vaudra 10, étant joint au 2 suivant, & ce seront 12; puis dire, 3 fois 2 font 6, qui de 12 ôte 6 reste 6.

Enfin, il faut avancer le diviseur 32, sous le nombre 64 restant; savoir, le 3 sous le 6, & le 2 sous le 4, & achever l'opération comme ci-dessous.

$$\begin{array}{r} \cancel{1} \\ \cancel{1}\cancel{0}\cancel{6} \\ \cancel{1}\cancel{3}\cancel{8}\cancel{2}\cancel{4} \\ \hline \cancel{3}\cancel{2}\cancel{2}\cancel{2} \\ \cancel{3}\cancel{3} \end{array} \quad (432$$

Le diviseur étant ainsi posé, comme il se voit ci à côté, on parachevra la Division, disant comme ci-dessus: En 6 combien de fois 3; il y est 2 fois; on posera 2 au quotient; puis on dira: 2 fois 3 font 6, ôtés de 6 il ne reste rien; puis 2 fois 2 font 4, ôtés de 4 reste rien, & ainsi le quotient est 432; on observera le même dans les autres Divisions.

Autre Exemple de Diviſion, dont le Diviſeur eſt compoſé de trois figures.

Et s'il y avoit davantage de figures au diviſeur, il faudroit obſerver le même ordre : par exemple, s'il étoit queſtion de diviſer 6754 à 357 perſonnes, pour ſavoir combien il appartient à chacun.

Ayant diſpoſé la ſomme à diviſer ci-deſſus, & poſé le diviſeur au-deſſous, comme il ſe voit ci-après, on dira en 675 combien de fois 357, ou plutôt en 6 combien de fois 3 ; on ſait qu'il y eſt 2 fois naturellement ; mais auparavant que d'écrire le 2 au quotient, il faut raiſonner en ſoi-même, diſant : Si je multiplie ce 2 par le 3 du diviſeur, il viendra 6, & ne reſtera rien ; de plus, ſi je multiplie le 5 du diviſeur par le même 2 poſé au quotient, il viendra 10, & il n'y a que 7 de reſte au-deſſus, par conſéquent c'eſt trop de poſer 2 : on écrira donc 1 au quotient, comme il ſe voit par l'opération, puis multipliant le quotient par le diviſeur, on dira une fois 3 eſt 3, ôtés de 6 reſte 3, que l'on poſera ſur le 6; puis une fois 5 eſt 5, ôtés de 7 reſte 2 que l'on écrira au-deſſus de 7; pareillement une fois 7 eſt 7, ôtés de 5 qui eſt au-deſſus de 7, cela ne ſe peut ; on empruntera une dixaine ſur le 2 de la colonne prochaine à main gauche, laquelle dixaine, jointe avec le 5 ce ſeront 15 ; puis on dira : qui de 15 ôte 7 reſte 8, que l'on écrira ſur le 5 ; & parce que l'on a emprunté 1 de 2, ce même 2 eſt réduit à 1, que l'on écrira au-deſſus de 2.

	1
	3 2 8
	6 7 5 4
	——— (1
	3 5 7

Enſuite on avancera le diviſeur d'une figure à l'égard du diviſeur premiérement poſé, puis on dira : en 3184 combien de fois 357 ; mais d'autant qu'il eſt trop difficile de le dire par jugement, à cauſe du grand nombre, pour aider la mémoire, & faciliter la

connoiſſance du quotient, on dira en 31 combien de fois 3 : on voit que naturellement il eſt 10 fois ; mais comme on ne peut mettre au quotient que 9, ſuppoſant donc neuf dans ſon eſprit, ou le poſant à l'écart, ſans l'écrire au quotient, juſqu'a ce que l'on ait examiné s'il peut y entrer ; on multipliera la premiere figure du diviſeur, qui eſt 3, par ce 9 ſuppoſé ; il viendra 27 au produit, qui ôtés de 31, reſte 4 à écrire ſur 1 de 31 : on continuera de multiplier la ſeconde figure du diviſeur 5 par le quotient 9, diſant : 9 fois 5 font 45, qui ôtés de 48, reſte 3 à écrire ſur 8. Enfin on dira, 9 fois 7 font 63, qui ne peuvent être ôtés de 34 qui reſtent ; & partant on voit que c'eſt trop de mettre 9, parce que 9 fois 357 diviſeur font plus que 3184 reſtant à diviſer ; on poſera donc moins, c'eſt-à-dire 8, & encore faut-il voir s'il y entrera par l'ordre ci-deſſus expliqué, & opérant *

Seconde & derniere opération.

3
7
x2
3288
6784
——— (18, & reſte 328 qui ne ſe peut diviſer ; c'eſt-à-dire, $\frac{328}{357}$.
3877
38

* Ainſi qu'il vient d'être enſeigné ; il viendra 18 pour véritable quotient de la Diviſion, & reſtera 328 de telle choſe que l'on aura diviſée, qu'il faudra écrire ſur une ligne, & le diviſeur 357 au-deſſous, & ce reſte eſt appellé Fraction, de laquelle il ſera parlé ci-après dans le Traité des Fractions, ou bien lorſque je traiterai de la Diviſion par livres,

sols & deniers, où je rapporterai ce même exemple.

Preuve de la Diviſion.

La Diviſion, auſſi-bien que les trois autres Regles précédentes, ſe prouve en deux façons; ſavoir, par la preuve de 9, & par la Multiplication qui eſt ſon contraire, & la plus aſſurée.

Et premiérement de la preuve par 9.

La preuve de la Diviſion ſe fait ainſi. Après avoir fait une croix, on commencera à compter par le diviſeur comme dans la Regle ci-deſſus, où le diviſeur eſt 357, & dire 3 & 5 font 8, & 7 font 15; deſquels rejetant 9, le reſte eſt 6, que l'on écrit au haut de la croix, de-là on paſſe au quotient qui eſt 18, diſant: 1 & 8 font 9, dont la preuve eſt zéro, qui ſera poſé au bas de la même croix; puis il faut multiplier les deux preuves l'une par l'autre, diſant: 6 fois zéro eſt zéro: il faut remarquer que s'il n'y avoit rien de reſte à la Diviſion, il faudroit écrire zéro au bras gauche de ladite croix. Mais à cauſe qu'il y a 328 de reſte à la Diviſion, il en faut tirer la preuve, & le ſurplus de 9 ſe trouve 4, que l'on doit écrire audit bras gauche de la croix au lieu du zéro, obſervant toujours de rechercher le reſte de la Diviſion, s'il y en a, pour en tirer la preuve. Enfin il faut tirer la preuve de 6754, nombre à diviſer, & le ſurplus de 9 eſt 4, qu'il faut écrire à l'autre bras de la croix; & comme les deux reſtes du bras gauche & du bras droit de la croix ſe trouvent égaux, la Diviſion eſt eſtimée bien faite, comme il ſe voit par l'opération ci-deſſus. On fera de même pour la preuve par 9 des autres Diviſions en nombres entiers.

De la preuve de la Diviſion par la Multiplication.

Pour faire la preuve de la Diviſion ci-deſſus, & généralement de toutes les Diviſions, il faut multiplier le quotient d'icelle par le diviſeur, ou le diviſeur par le quotient indifféremment, & ajoutant le

reste de la Division, s'il y en a, la somme viendra égale au nombre à diviser, si la Regle est bien faite; si elle vient autrement, la Regle est fausse.

Opération de la preuve de la Division ci-dessus.

	357	diviseur à multiplier
Par	18	quotient.
	2856	
	357	
	328	reste de la division.
Produit	6754	qui est le nombre que l'on a divisé, & c'est la preuve. Ainsi des autres.

Preuve de la Multiplication en nombre entier par la Division.

Ayant fait la Multiplication ci-dessus, il faut diviser le produit d'icelle par le nombre à multiplier, & il viendra au quotient le multiplicateur.

Ou si on divise le produit par le multiplicateur, il viendra au quotient le nombre à multiplier, comme il se voit par les opérations suivantes, tant de Multiplication que de Division.

Exemple de la Multiplication.

On veut multiplier. 706 par 57.

Opération.

Nombre à multiplier.	706	~~4~~
Multiplicateur.	57	~~824~~
		*~~40242~~
	4942	(57 preuve
	3530	~~7066~~
		~~70~~
Produit	40242*	

Cette Regle de Multiplication a été opérée, page 34, & je l'ai répétée içi pour en faire voir la preuve.

Deuxieme

Deuxieme méthode de diviſer, nommée à l'Eſpagnole, plus facile que la précédente.

AYANT bien entendu l'explication ci-deſſus pour l'opération de la Diviſion, ſelon la méthode à la Françoiſe, il ſera bien facile d'entendre comment il faut opérer par cette ſeconde, laquelle ne differe point de la précédente pour la prévoyance & la poſition des figures du quotient. Elle ſe fait ainſi : il faut diſpoſer les figures du diviſeur ſous le nombre à diviſer, comme il a été enſeigné, & chercher de même façon combien de fois le diviſeur eſt contenu dans le nombre à diviſer, & poſer au quotient, pour chaque opération, la figure qui exprime la quantité de fois que le diviſeur eſt contenu dans le dividende ſupérieur, comme il ſe voit par l'opération ci-deſſous.

Exemple.

On veut diviſer 6754 livres à 357 perſonnes ; on demande combien chacune aura pour ſa part.

	318	
Somme à diviſer	6754	
		(1 quotient.
Diviſeur	357	

La ſomme à diviſer étant ainſi poſée, & le diviſeur au-deſſous, il faut voir combien de fois 3 eſt contenu en 6 : on voit qu'il y eſt 2 fois naturellement, mais qu'il n'y peut entrer qu'une fois, parce que 2 fois 357 ſont plus que 675 qui ſont deſſus ; il faut donc poſer 1 au quotient.

Le quotient 1 étant ainſi poſé, on dira, en rétrogradant de la droite à la gauche, ſelon l'ordre de la Multiplication, 1 fois 7 eſt 7 : qui de 5 ôte 7, cela ne ſe peut ; mais qui de 15 ôte 7, il reſte 8, que j'é-

cris ſur le 5, lequel nombre de 15 eſt compoſé d'une dixaine empruntée ſur la colonne prochaine, & du 5; on dira donc, je retiens une dixaine.

Enſuite il faut dire, 1 fois 5 eſt 5, & une dixaine empruntée font 6; qui de 7 ôte 6, il reſte 1, que j'écris ſur 7.

Enfin je dis, 1 fois 3 eſt 3; qui de 6 ôte 3, il reſte 3.

Seconde opération.

La premiere opération étant ainſi achevée, on écrira le diviſeur 357 à l'ordinaire, ſous le nombre à diviſer, en avançant d'un degré, & le 3 du diviſeur ſe rencontrera ſous 1 de 31.

Puis cherchant combien de fois 3 ſont contenus dans 31, on voit qu'ils y ſont dix fois naturellement, mais qu'ils ne peuvent y entrer que 8 fois, comme il a été examiné ci-devant: il faut donc poſer 8 au quotient*,

32
~~3~~1~~8~~8
~~6~~7~~8~~4
———— (18 quotient. Reſte 328.
~~3~~8~~7~~7 * enſuite de la figure 1 déjà poſée;
~~3~~8 puis multipliant 357 par le quotient 8, ſelon l'ordre de la Multiplication, on dira, 8 fois 7 font 56, ôtés de 64, compoſés de 4 ſupérieur, & de 6 dixaines que l'on emprunte dans ſon eſprit ſur le degré ſuivant, reſte 8, qu'il faut écrire au-deſſus de 4, & on retiendra dans la mémoire les 6 dixaines empruntées, pour les rendre & ajouter au produit de la Multiplication ſuivante.

Enſuite on dira, 8 fois 5 font 40, & les 6 dixaines retenues font 46, ôtés de 48, compoſés de 8 ſupérieur, & de 4 dixaines que l'on emprunte ſur le degré ſuivant, reſte 2, qu'il faut écrire ſur 8, & retenir les 4 dixaines empruntées.

Enfin on dira, 8 fois 3 font 24, & les 4 dixaines retenues font 28, ôtés de 31 qui ſont au-deſſus,

reste 3, que l'on écrira sur 1 de 31, & partant le reste sera 328, comme par la méthode à la Françoise ci-devant, lequel reste sera écrit sur une ligne, & feront $\frac{328}{357}$, ou 328 livres, qui ne se peuvent pas diviser par 357, que l'on réduira en sols, &c. comme il se verra lorsque je traiterai de la division par livres, sols & deniers.

Troisieme méthode de Division, nommée à l'Italienne.

Cette troisieme méthode de diviser ne differe en rien des deux précédentes, quant à la prévoyance qu'il faut garder pour la position du quotient ; car quoique le diviseur ne soit pas mis directement sous le nombre à diviser, comme ci-devant, & qu'il soit mis à l'écart, en tel endroit que l'on voudra, comme il se voit dans l'exemple ci-dessous, de 6754 à diviser par 357, dont j'ai fait ci-devant l'opération en deux façons, il faut néanmoins savoir à chaque opération combien de fois le diviseur est contenu dans le nombre supérieur à diviser.

Comme dans l'exemple dont je me sers à présent, il faut savoir combien il y a de fois 357 dans 675 ; ayant trouvé qu'il y est une fois, il faut poser 1 au quotient, puis multipliant le diviseur 357 par cet 1, vient 357, qu'il faut écrire sous 675, & le soustraire ; le reste est 318, que l'on écrit sous 357.

Pour seconde opération il faut abaisser le 4 du nombre à diviser, & le poser à la suite de 318, il vient 3184, & après savoir combien de fois le diviseur 357 est contenu dans 3184, disant, en 31 combien de fois 3, on trouve qu'il y est 8 fois ; on posera donc 8 au quotient : ensuite multipliant 357 par 8, il vient 2856, que l'on écrit au-dessous de 3184 ; puis ôtant l'un de l'autre, le reste est de 328, qui ne

se peuvent diviser, comme il a été prouvé ci-devant: s'il y avoit davantage de figures, on continueroit à diviser de même ordre, abaissant pour chaque opération une figure des nombres à diviser.

Si l'on faisoit la réduction des livres restantes en sols, & de sols en deniers, & que l'on en voulût faire la Division, on garderoit le même ordre à l'égard de la division.

Preuve de la Division de l'autre part.

Pour preuve, il faut ajouter le reste de 328 avec les figures barrées au-dessus, & viendra la somme à diviser.

Opération de l'exemple de la Division ci-dessus, où il a été proposé de diviser 6754 par 357.

Somme à diviser	6754 (18 quotient.
Diviseur	357
Otez	357 de 6754
Reste	3184
Otez	2856 de 3184
Reste	328 à diviser, ainsi des autres.

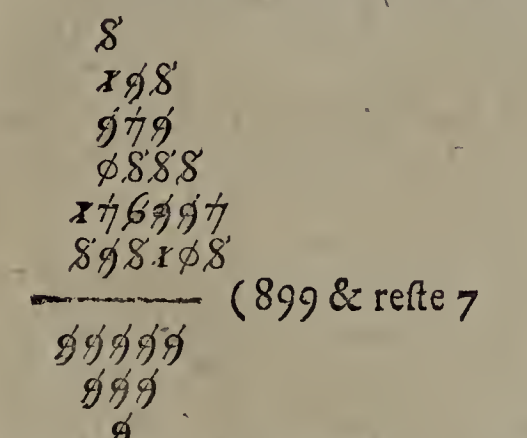
Divers exemples de Diviſion, dont l'opération ſe fera de différentes manieres.

Premier exemple.

On veut diviſer 898108 par 999.

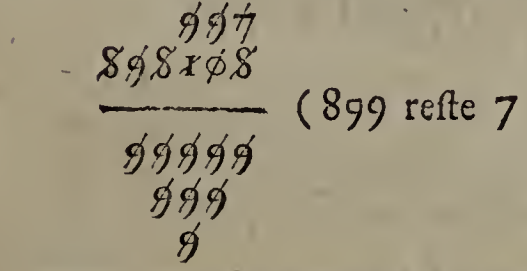
Premiere opération, à la Françoiſe.

```
  8
  198
  979
  0888
 176997
 898108
-------- (899 & reſte 7
 99999
  999
   9
```



Même opération à l'Eſpagnole.

```
     997
 898108
-------- (899 reſte 7
  99999
   999
    9
```



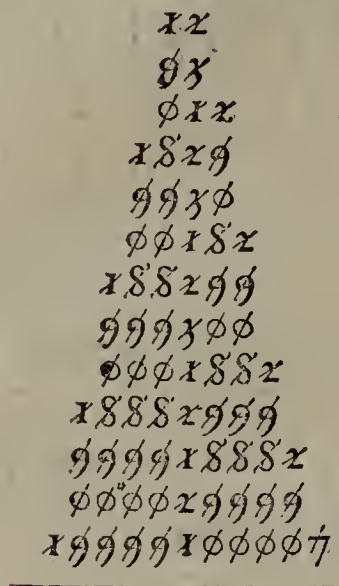
Même opération que les précédentes, à l'Italienne.

```
Nombre à diviſer  898108 (899 quotient.
Diviſeur 999      7991
                   9890
                   8991
                    8998
                    8991
Reſte                  7
```

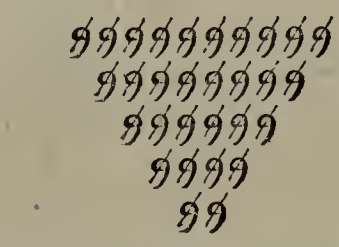
Autre exemple de Diviſion, pratiquée à la Françoiſe & à l'Eſpagnole.

On veut diviſer 19999100007 par 99999.

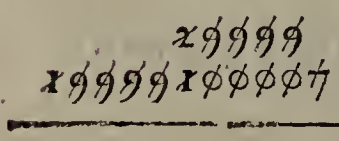
Opération à la Françoiſe.



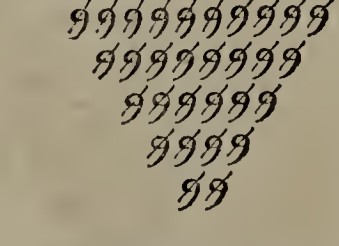
(199993 quotient.



Opération à l'Eſpagnole.



(199993 quotient.



Par les opérations de Diviſion ci-deſſus, chacun

peut juger de la briéveté ou facilité, & choisir pour son usage la méthode qui lui sera plus facile ; pour moi, comme j'ai déjà dit ci-devant, je me servirai toujours de celle que j'appelle à l'Espagnole.

Remarques sur la Division.

Quand on divise par un nombre qui a un ou plusieurs zéros à la fin, il faut poser icelui, ou iceux, s'il y en a plusieurs, sous les derniers caracteres du nombre à diviser, & faire la division par les autres caracteres significatifs, jusqu'à ce que l'on ait rejoint les zéros, comme en cet exemple.

47688
——— (à diviser par 400.
4 00

Et s'il y a des zéros, tant au nombre à diviser qu'au diviseur, on retranchera autant de zéros de l'un que de l'autre ; puis divisant le reste de l'un par le reste de l'autre, on aura même quotient que si on avoit divisé le tout par le tout, comme en l'exemple suivant de 45000 à diviser par 300.

Exemple.

45000 à diviser par 300.
C'est autant que de diviser 450 par 3 : ainsi des autres.

Abréviation sur la Division.

Toute Division se peut abréger selon la nature du diviseur.

Comme si on veut diviser quelque nombre que ce soit par 10, il n'y a qu'à retrancher la derniere figure du nombre à diviser à main droite, & le reste à main gauche est le quotient requis.

Comme si on vouloit savoir combien 270 livres valent de pistoles à 10 livres piece, il faut diviser 270 par 10, ce qui se fait en retranchant le zéro de 270, & restera 27 pour le quotient, c'est-à-dire, 27 pistoles.

Si on divise par 100, on retranchera les deux dernieres figures du nombre à diviser à main droite, & les autres seront le quotient, laquelle division par

100 se pratiquera lorsque je traiterai de la Regle de profit ou perte.

Si on divise par 1000, on retranchera les trois dernieres figures du nombre à diviser, & le reste sera le quotient; laquelle division se pratiquera lorsque je traiterai des marchandises qui se vendent au millier.

Il y a une autre méthode de diviser en abréviation, lorsque le diviseur est composé des parties aliquotes, dont il sera parlé ci-après, ensuite de la division par livres, sols & deniers.

Des propriétés de la Division.

LA Division, au contraire de la Multiplication, sert pour réduire les moindres especes en plus grandes, comme pour réduire les deniers en sols, des sols en livres, des livres en écus de 60 sols, des pouces en pieds, des pieds en toises, &c. lesquelles réductions se verront en leur lieu.

Si la grandeur ou la superficie d'une piece de terre rectangulaire étoit donnée avec la longueur d'icelle, si on veut savoir la largeur, on la trouvera en divisant la superficie donnée par la longueur.

Par exemple, si un champ de terre avoit 144 toises ou perches quarrées en superficie, & que la longueur fût de 16 toises ou perches, il faudroit diviser 144 par 16, & le quotient seroit 9, c'est-à-dire, 9 toises ou perches pour la largeur de ladite piece de terre.

De même s'il étoit proposé un nombre d'hommes à mettre en bataillon, & que le nombre de la file fût donné pour avoir le nombre des hommes du front, il faudroit diviser le nombre total des hommes par ceux de la file, & le quotient donneroit le nombre des hommes du front.

Comme s'il y avoit 576 hommes à ranger en bataillon, & que l'on ne voulût que la file de 12 hommes, il faudroit diviſer 576 par 12, & le quotient ſeroit 48 pour le nombre des hommes du front.

Uſage de la Diviſion.

LA Diviſion ſert pour trouver par le prix de pluſieurs choſes la valeur d'une.

Comme ſi on diſoit, une piece de toile de 49 aunes a coûté 196 livres pour tous frais ; on demande combien vaut l'aune ? Il faut diviſer 196 livres par 49 aunes, & il viendra 4 livres pour la valeur de l'aune.

De plus, ſi par le prix d'une piece on diviſe quelque ſomme, le quotient de la Diviſion donnera le nombre de pieces valant ladite ſomme, comme il ſe verra, lorſque je traiterai du bordereau de paiement par Diviſion.

La Diviſion ſert, outre ce que je viens de dire, pour réduire de petites eſpeces en de plus grandes, ſelon la Table ci-deſſous.

T A B L E.

*qui diviſe

* Des deniers par 12 viennent ſols, ou par 240 viennent livres.
Des ſols par 20 viennent livres.
Des grains par 24 viennent deniers de marc.
Des deniers par trois viennent gros.
Des gros par 8 viennent onces.
Des onces par 8 viennent marcs.
Ou des onces par 16 viennent ℔ de poids.

* qui diviſe
- *Ou des onces par 15 viennent auſſi tt de poids.
- Des points par 12 viennent lignes.
- Des lignes par 12 viennent pouces.
- Des pouces par 12 viennent pieds.
- Des pieds par 6 viennent toiſes, &c.

L'uſage de cette Table eſt expliqué enſuite de la Diviſion par livres ſols & deniers.

TRAITÉ
DES FRACTIONS.

APRÈS avoir amplement expliqué l'Addition, Souſtraction, Multiplication, & Diviſion en nombres entiers, il eſt néceſſaire à préſent de donner l'intelligence des quatres mêmes opérations en nombres rompus ou en Fractions, d'autant que par le moyen d'icelles on peut réſoudre les plus difficiles queſtions d'Arithmétique, excepté celles où il faut ſe ſervir d'un grand Art, qui eſt l'Algebre : c'eſt pourquoi je me ſuis réſolu d'en donner un ample Traité, dans lequel je tâcherai de découvrir aux curieux tous les moyens de les comprendre.

Pour donc commencer, je dirai, pour définition, que ce que l'on appelle Fraction, n'eſt autre choſe qu'une ou pluſieurs parties de quelque entier ; comme 5 ſols qui eſt le quart de 20 ſols, 15 ſols les trois quarts, &c.

Les Fractions ſont de deux ſortes : arithmétiques & vulgaires.

Les Fractions arithmétiques ſont celles qui ſont exprimées par les parties de l'unité, & qu'on peut

appliquer à nombrer quelque choſe que ce ſoit : comme les parties d'un ſol, d'une livre, d'une aune, &c.

Les Fractions vulgaires ſont les parties de quelque entier qui eſt dans l'uſage, comme 4 ſols, qui ſont le cinquieme de 20 ſols, ou 2 pieds, qui eſt le tiers de la toiſe ; ainſi des autres.

La Fraction arithmétique, qui eſt celle de laquelle j'entends parler dans ce Traité, vient enſuite d'une Diviſion, ou bien elle eſt propoſée, ſelon qu'il eſt beſoin dans quelque opération, & s'écrit par deux nombres que l'on écrit l'un ſous l'autre, & une ligne entre deux, comme $\frac{3}{4}$, qui ſignifient trois quarts, deſquels celui de deſſus eſt appellé Numérateur, qui dénote les parties de l'entier, & celui qui eſt deſſous eſt appellé Dénominateur, qui montre en combien de parties l'entier eſt diviſé, comme il ſe voit par la démonſtration qui ſuit.

3 Numérateur.
——— } ou trois entiers à diviſer par 4
4 Dénominateur.

De même $\frac{3}{7}$, qui ſignifient trois ſeptiemes parties, telles que le tout eſt diviſé en 7, comme 3 livres, 3 écus, 3 piſtoles à diviſer par 7.

Les Fractions ſe peuvent rencontrer en trois diverſes façons, ou lorſque le Numérateur eſt plus grand que le Dénominateur, ou lorſqu'il eſt égal, ou plus petit.

Si le Numérateur eſt plus grand que le Dénominateur, la Fraction vaut plus que l'entier, comme $\frac{3}{4}$ qui ſont plus que l'entier d'un quart.

S'il eſt égal, la Fraction vaut juſte l'entier, comme $\frac{4}{4}$.

Enfin, ſi le Numérateur eſt plus petit que le Dénominateur, la Fraction vaut moins que l'entier, comme $\frac{3}{4}$; ainſi des autres.

Il faut remarquer que le Dénominateur en fraction

repréſente toujours l'entier, tellement que quand la fraction ſera grande, comme $\frac{77}{8}$ pour ſavoir combien ce ſont d'entiers, il faut diviſer le Numérateur 77 par le Dénominateur 8, & il viendra 9 au quotient, c'eſt-à-dire 9 entiers : & reſtera 5 à diviſer par 8, c'eſt-à-dire $\frac{5}{8}$, & le tout ſera 9 entiers & $\frac{5}{8}$ parties de telle choſe que l'on voudra diviſer, ſoit d'écus, de livres, de toiſes, de perches, &c. Mais en matieres de fractions, & de tant que l'on en voudra, il n'y a que le dernier Dénominateur qui vaille un entier ; comme ſi on demande quels ſont les $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{6}$ d'un écu de 60 ſols, on multipliera les Numérateurs 2, 3 & 5 entr'eux l'un par l'autre, ſavoir 2 par 3 vient 6, & 6 par 5 vient 30 que l'on poſera pour Numérateur ; enſuite l'on multipliera les Dénominateurs 3, 4 & 6 continuement ; ſavoir 3 par 4 viendra 12, & 12 par 6 viendra 72, que l'on poſera pour Dénominateur au-deſſous de 30, & la fraction ſera $\frac{30}{72}$ parties d'un écu : Quant à l'évaluation des fractions, j'en parlerai ci-après.

Ayant dit ces choſes de la Fraction arithmétique, il convient de paſſer à l'explication des quatre Regles, d'Addition, de Souſtraction, Multiplication & Diviſion, ayant préalablement fait voir quelques réductions qui ſervent auxdites Regles, leſquelles réductions ſont ſpécifiées ci-deſſous.

1. Réduire une grande fraction à une moindre.
2. Réduire des entiers en une fraction de telle dénomination que l'on voudra.
3. Etant donné entiers & fractions, réduire tout en une même fraction.
4. Etant donné une fraction de laquelle le Numérateur ſoit plus grand que le Dénominateur, la réduire en entiers & fractions, s'il y échet.
5. Etant donné deux ou plus de fractions, les réduire en même dénomination.

Premiere Réduction.

ETANT donné une grande fraction, la réduire en une moindre dénomination.

Réduire à moindre dénomination, c'eſt trouver de plus petits nombres que ceux par leſquels la fraction propoſée eſt exprimée, & qui faſſe la même valeur, puiſque les nombres qui ſont en même raiſon font les fractions égales, & qu'il eſt plus facile d'opérer par une petite fraction que par une grande. Par exemple, $\frac{9}{12}$ ſont égaux à $\frac{3}{4}$ auxquels ils ſont réduits, comme vous le verrez ci-après pour la Regle.

Pour opérer en cette réduction, l'une eſt tâtonneuſe à ceux qui ne connoiſſent point la puiſſance des nombres, mais prompte à ceux qui la connoiſſent; l'autre eſt par une doctrine certaine & infaillible: je les expliquerai toutes deux.

Exemple.

Soit propoſée la fraction $\frac{9}{12}$ à réduire à plus petite dénomination.

Il faut trouver un nombre par lequel on puiſſe diviſer le Numérateur 9, & le Dénominateur 12 en même-temps ſans reſte.

Pour faire cette réduction, je trouve que 3 peut ſervir de diviſeur à 9 & à 12; car prenant le tiers de 9, vient 3; prenant auſſi le tiers de 12, vient 4, que je poſe l'un ſous l'autre en fraction, & ce ſont $\frac{3}{4}$ égaux à $\frac{9}{12}$, ainſi des autres.

Mais ſi les nombres de la fraction propoſée ſont ſi grands, que l'on ne puiſſe pas les réduire tout-d'un-coup à la plus petite dénomination requiſe, comme dans l'exemple ci-deſſous; alors on ſe ſervira de pluſieurs diviſions continuées, comme dans l'exemple ſuivant.

Exemple.

La fraction $\frac{96}{144}$ eſt propoſée à réduire à plus petite dénomination ; je regarde par quel nombre je pourrai diviſer le numérateur & le dénominateur en même-temps, exactement ſans reſte, comme par 2, 3, 4, 6, &c. enfin par quelque nombre que je le puiſſe faire, pourvu qu'il ne reſte rien.

La premiere diviſion étant faite de deux quotients, j'en forme une autre fraction, puis je conſidere ſi le numérateur & le dénominateur de cette ſeconde fraction peuvent être encore diviſés par un même nombre ſans reſte. Cette ſeconde diviſion faite des quotients, j'en forme encore une autre fraction, & ainſi de ſuite, juſqu'à ce que j'aie trouvé une fraction de laquelle le numérateur & le dénominateur ne puiſſent plus être diviſés par un même nombre, car alors ce ſera la plus petite dénomination requiſe.

Conſtruction de la réduction de $\frac{96}{144}$ à plus petits nombres.

Pour la faire, je diviſe 96 par 4, il vient 24 ; je diviſe auſſi 144 par 4, il vient 36, c'eſt-à-dire $\frac{24}{36}$.

Je diviſe encore 24 par 4, il vient 6, & 36 auſſi par 4, il vient 9, & ce ſont $\frac{6}{9}$.

Enfin, je diviſe 6 par 3, il vient 2, & 9 auſſi par 3 il vient 3, c'eſt-à-dire $\frac{2}{3}$ pour les plus petits nombres faiſant une fraction égale à $\frac{96}{144}$, comme il ſe voit ci deſſous par l'opération.

$\frac{96}{144}$ $\frac{24}{36}$ $\frac{6}{9}$ $\frac{2}{3}$ égaux à $\frac{96}{144}$.

Preuve de la Réduction d'une grande fraction à une plus petite qui lui ſoit égale.

Pour preuve qu'une grande fraction eſt égale à une petite, en laquelle elle eſt réduire, ou qu'une petite eſt égale à une grande ;

Il faut toujours diviſer le numérateur de la grande fraction par le numérateur de la petite, viendra un nombre.

Il faut auſſi diviſer le dénominateur de la grande fraction par le dénominateur de la petite, & viendra le même nombre.

Comme dans l'exemple de $\frac{96}{144}$ que nous avons réduits à $\frac{2}{3}$ ſi on diviſe 96 par 2, viendra 48.

Si on diviſe pareillement 144 par 3, viendra 48 comme deſſus, ce qui dénote l'égalité qu'il y a entre $\frac{96}{144}$ & $\frac{2}{3}$, ainſi des autres, & c'eſt la preuve.

Pour faire mieux connoître la raiſon de la preuve ci-deſſus de la réduction de $\frac{96}{144}$ à $\frac{2}{3}$, je dirai que le même quotient qui ſe trouve en diviſant 96 par 2, & 144 par 3, eſt la même choſe qui ſi on vouloit diviſer 96 liv. à 144 perſonnes, parce que chacune auroit autant pour ſa part que ſi on vouloit partager 2 liv. à trois perſonnes; ſavoir 13 ſ. 4 den. qui ſont les deux tiers de 20, & partant on doit s'aſſurer que la preuve ci-deſſus eſt générale & infaillible, pour voir s'il y a égalité de valeur entre deux fractions, dont l'une eſt connue, & l'autre ne l'eſt pas, comme il ſe verra dans les regles d'Addition, Souſtraction, Multiplication & Diviſion en fractions, ci-après, où il ſera ſouvent néceſſaire de prouver l'égalité des deux fractions.

La réduction de la fraction $\frac{96}{144}$ ci-deſſus, ſe peut faire d'un autre façon, ainſi que je l'ai dit ci-devant; il faut diviſer le dénominateur 144 par le numérateur 96, viendra 1 au quotient, & reſtera 48: & ſans avoir égard au quotient, il faut diviſer le diviſeur 96 par le reſte, qui eſt 48, viendra 2 au quotient, & ne reſte rien; d'où s'enſuit que 96 & 144 ſe peuvent diviſer chacun par 48, dernier diviſeur: tellement que diviſant 96, par 48, il vient 2: diviſant auſſi 144 par le même 48, il vient 3; puis poſant les deux quotients 2 & 3 l'un ſur l'autre, vient $\frac{2}{3}$, égaux à $\frac{96}{144}$ comme ci-deſſus.

Avertiſſement ſur la réduction des Fractions.

Il arrive ſouvent que, quoique les nombres qui

expriment la fraction, soient très-grands, il est néanmoins impossible de réduire la fraction à plus petite dénomination, parce que les nombres, quoique grands, ne peuvent pas être divisés en même-temps par un même diviseur sans reste.

Exemple.

$\frac{13}{48}$ sont proposés à réduire à plus petite dénomination, on voit que 48 peuvent se diviser par 2, par 3, par 4, &c. il n'importe; mais 13 ne peuvent se diviser par aucun de ces nombres, ni par 2, ni par 3, ni par 4; enfin, ils ne peuvent se diviser par aucun diviseur, sans qu'il y ait du reste; c'est pourquoi il faut que la fraction $\frac{13}{48}$ demeure en mêmes termes qu'elle est exprimée.

Autre Exemple.

$\frac{25}{144}$ est encore une fraction qui ne peut pas se réduire à plus petite dénomination; car 25 peuvent être divisés par 5, mais 144 ne le peuvent pas être; 144 peuvent être divisés par 4, & 25 ne le peuvent pas être, tellement qu'il faut que la fraction demeure en tels termes qu'elle est proposée.

Preuve.

Et pour prouver qu'une fraction comme $\frac{25}{144}$ ci-dessus proposée ne peut se réduire à plus petite dénomination,

Divisez le dénominateur 144 par le numérateur 25, il viendra 5 au quotient, & restera 19 à diviser par 25, c'est-à-dire $\frac{19}{25}$.

Ensuite divisez 25 par 19, il viendra 1 au quotient, & restera 6, c'est-à-dire $\frac{6}{19}$.

Divisez encore 19 par 6, il viendra 3, & restera 1, qui est une marque que la fraction ne peut se réduire à plus petits termes.

La raison est que toute fraction de laquelle le numérateur & le dénominateur n'ont point de commune mesure, sinon l'unité, est en plus petits termes qu'elle se puisse exprimer.

Opération de la Diviſion.

$$\frac{19}{\frac{144}{28}}\ (5\ \frac{6}{\frac{28}{19}}\ (1\ \frac{1}{\frac{19}{8}}\ (3$$

Seconde Réduction.

ETANT donné un ou pluſieurs entiers, les réduire en telle dénomination que l'on voudra.

Il faut multiplier l'entier ou les entiers par le dénominateur demandé, & mettre le produit ſur une ligne pour numérateur, & le dénominateur au-deſſous, & la fraction ſera la réponſe.

Exemple.

On veut réduire 3 entiers en une fraction qui ait 6 pour dénominateur; c'eſt comme ſi on diſoit:

On demande combien trois aunes contiennent de ſixiemes.

Pour faire cette réduction, multipliez les aunes par 6, il viendra 18, qu'il faut écrire ſur une ligne pour numérateur de la fraction, & le 6 au-deſſous pour dénominateur, & l'on aura $\frac{18}{6}$ égaux à 3 entiers, ou 3 aunes.

Pour preuve, diviſez le numérateur 18 par le dénominateur 6, il viendra 3 au quotient, c'eſt-à-dire 3 entiers, ou 3 aunes, &c.

Troiſieme Réduction.

ETANT donné entiers & fractions réduire tout en une même fraction.

Il faut multiplier les entiers par le dénominateur de la fraction, & ajouter au produit le numérateur de la même fraction, la ſomme ſera le numérateur

de la fraction totale, & le dénominateur sera le dénominateur de la fraction proposée.

Exemple.

On peut réduire $5\frac{2}{3}$ en même fraction, c'est-à-dire en tiers, puisque le dénominateur de la fraction est 3 : pour faire cela, je multiplie 5 par 3, vient 15, auxquels ajoutant 2, numérateur des $\frac{2}{3}$, vient 17, qu'il faut écrire pour numérateur de la fraction demandée, & mettre pour le dénominateur le 3 de la fraction proposée, & on aura $\frac{17}{3}$ égaux à $5\frac{2}{3}$.

Pour preuve, divisez le numérateur 17 par le dénominateur 3, il viendra 5 au quotient, c'est-à-dire 5 entiers, & restera 2 à diviser par 3, c'est-à-dire $\frac{2}{3}$, & le tout sera $5\frac{2}{3}$, comme il est requis.

Quatrieme Réduction.

ETANT donné un nombre rompu plus grand que l'unité, le réduire en entiers & fractions, s'il y échet.

Il faut diviser le numérateur de la fraction par son dénominateur, & le quotient donnera des entiers ; s'il reste quelque chose, ce sera le numérateur d'une fraction qui aura même dénomination que le dénominateur premier.

Exemple.

La fraction $\frac{55}{12}$ est proposée ; on demande combien ce sont d'entiers : il faut diviser 55 par 12, il viendra 4 au quotient, qui sont 4 entiers, & reste 7, lesquels étant écrits sur le dénominateur 12, font $\frac{7}{12}$, tellement que la fraction $\frac{55}{12}$ vaut 4 entiers & $\frac{7}{12}$.

Pour preuve, multipliez les 4 entiers par 12, dénominateur des $\frac{7}{12}$, il viendra 48, auxquels vous ajouterez 7, & ce seront $\frac{55}{12}$ comme il est requis.

Cinquieme Réduction.

ETANT donné deux ou plus de fractions, les réduire en même dénomination.

Cette opération de réduction eſt une des principales pour le maniement des nombres rompus ou fractions ; car deux ou plus de fractions ne ſe peuvent ajouter, ſouſtraire ni diviſer, ſi elles ne ſont de même dénomination.

Quand il n'y a que deux fractions à réduire en même dénomination, comme $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$, ſi l'on veut avoir le numérateur particulier de chaque fraction, eu égard au dénominateur commun, il faut multiplier en croix le numérateur de l'une par le dénominateur de l'autre réciproquement, & poſer les deux produits au-deſſus des deux fractions ; puis pour avoir le dénominateur commun, il faut multiplier les deux dénominateurs l'un par l'autre, & le produit ſera le dénominateur commun.

Par exemple, ſi on veut réduire $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$ en même dénomination, on les poſera comme il ſe voit ciderriere en croix ; cela fait, on multipliera 2, numérateur de $\frac{2}{3}$, par 4, dénominateur des $\frac{3}{4}$; le produit eſt 8, que l'on poſera au-deſſus des $\frac{2}{3}$.

Enſuite on multipliera le 3, numérateur des $\frac{3}{4}$ par 3, dénominateur des $\frac{2}{3}$; il viendra 9, que l'on poſera au-deſſus des $\frac{3}{4}$; puis multipliant les deux dénominateurs 3 & 4 entr'eux, le produit eſt 12, qu'il faut écrire au-deſſous des deux fractions pour dénominateur commun, comme il ſe voit par l'opération.

8 9

$\frac{2}{3}$ X $\frac{3}{4}$

Ayant fait l'opération ci-à-côté, on trouve que les $\frac{2}{3}$ ſont convertis en $\frac{8}{12}$, & les $\frac{3}{4}$ en $\frac{9}{12}$; ainſi des autres.

12

Pour preuve que $\frac{2}{3}$ ſont égaux à $\frac{8}{12}$ diviſez 8 par 2, viendra 4, & 12 par 3, viendra auſſi 4.

De même pour prouver que $\frac{3}{4}$ ſont égaux à $\frac{9}{12}$, diviſez 9 par 3, viendra 3, diviſez auſſi 12 par 4, viendra 3, comme ci-deſſus.

Ce que deſſus ſoit dit pour toujours, lorſqu'il s'agira de prouver qu'une grande fraction eſt égale à une petite, en laquelle elle eſt réduite par diminution; ou au contraire qu'une petite eſt égale à une grande, en laquelle elle eſt réduite par augmentation.

Voyez la page 62, où je traite amplement de la preuve de la réduction d'une grande fraction à une petite.

Mais s'il y a trois fractions ou plus à réduire en même dénomination, comme $\frac{2}{3}\frac{3}{4}\frac{5}{6}$, alors il faut trouver dans ſon eſprit un nombre le plus petit que l'on pourra, qui puiſſe être diviſé juſtement ſans reſte, pour tous les trois dénominateurs qui ſont 3, 4 & 6, lequel nombre ſervira de dénominateur commun aux trois ſuſdits dénominateurs. On peut ſe figurer pluſieurs nombres propres, comme 12 qui eſt diviſible par 3, par 4 & par 6; comme auſſi 24 qui eſt diviſible par les mêmes 3, 4 & 6, ainſi de 36; ainſi de 48, & de pluſieurs autres; mais parce que 12 eſt le plus petit, & qu'il eſt plus facile & plus court d'opérer par de petits nombres que par de grands, il s'en faut ſervir pour dénominateur commun $\frac{2}{3}\frac{3}{4}$ & $\frac{5}{6}$.

Maintenant pour avoir le numérateur particulier de chaque fraction, quant au commun dénomina-

teur, comme si on veut avoir le numérateur de $\frac{2}{3}$, il faut diviser 12 par 3, dénominateur des $\frac{2}{3}$, viendra 4, qu'il faut multiplier par 2, numérateur des mêmes $\frac{2}{3}$, & le produit sera 8, c'est-à-dire $\frac{8}{12}$ au lieu de $\frac{2}{3}$.

Ensuite divisant encore le même 12 par 4, dénominateur de $\frac{3}{4}$, viendra 3, qu'il faut multiplier par le numérateur des mêmes $\frac{3}{4}$, & le produit sera 9, c'est-à-dire $\frac{9}{12}$ au lieu de $\frac{3}{4}$.

Enfin divisant 12 par 6, dénominateur de $\frac{5}{6}$, vient 2, qu'il faut multiplier par 5, numérateur des $\frac{5}{6}$, il vient 10, c'est-à-dire $\frac{10}{12}$, au lieu des $\frac{5}{6}$; partant au lieu que les fractions ci-dessus étoient $\frac{2}{3}\frac{3}{4}\frac{5}{6}$, elles sont maintenant en même dénomination, & se nomment ainsi $\frac{8}{12}\frac{9}{12}\frac{10}{12}$.

La réduction étant ainsi faite, si on les vouloit ajouter, il est facile, comme je l'expliquerai ci-après dans l'addition.

Opération.

Fraction à réduire $\frac{2}{3}\frac{3}{4}\frac{5}{6}$.

Dénominateur commun.		Numérateurs.
*	12	
$\frac{2}{3}$ de *	8	$\frac{8}{12}$
$\frac{3}{4}$	9	$\frac{9}{12}$
$\frac{5}{6}$	10	$\frac{10}{12}$

Pour preuve que $\frac{9}{12}$ ci-dessus sont égaux à $\frac{2}{3}$, & ainsi des autres. *Voyez la page 62.*

On observera le même ordre que dessus pour trouver un commun dénominateur, quoiqu'il y ait 4, 5, ou plus de fractions à réduire, pourvu que ce soient des fractions régulieres, comme $\frac{2}{3}\frac{5}{6}\frac{3}{4}\frac{5}{8}\frac{9}{12}$, &c. auxquelles 24, 48, 72, &c. peuvent servir de dénominateur commun, parce que ces nombres 24, 48 & 72, sont divisibles par 3, par 6, par 4, par 8 & par 12, &c. ainsi des autres.

On gardera le même ordre que dessus pour trou-

ver les numérateurs particuliers de chacune de ces mêmes fractions.

Mais si les fractions à réduire étoient les unes fractions régulieres, & les autres irrégulieres, & qu'il fût difficile de leur trouver un commun dénominateur, & que même on ne le pût, alors il faut trouver un nombre, s'il se peut, qui soit divisible par les dénominateurs des fractions régulieres, qu'il faut multiplier continuement & de suite, par chacun des dénominateurs des fractions régulieres, comme il se voit par l'exemple ci-dessous de $\frac{2}{3}\frac{5}{6}\frac{3}{8}\frac{4}{5}\frac{5}{12}\frac{5}{9}\frac{6}{7}$ à réduire en même dénomination.

On voit que le nombre 24 peut se diviser par 3, par 6, par 8, & par 12, dénominateurs des fractions régulieres du présent exemple, qui sont $\frac{2}{3}\frac{5}{6}\frac{3}{8}\frac{5}{12}$; cela fait, il faut multiplier ce nombre 24 par les trois autres dénominateurs des fractions irrégulieres, qui sont 5, 9, 7, l'une après l'autre, & le dernier produit sera le dénominateur commun de toutes les fractions proposées, comme il se voit par l'opération ci-après.

$\frac{2}{3}\frac{5}{6}\frac{3}{8}\frac{4}{5}\frac{5}{12}\frac{5}{9}\frac{6}{7}$.	24 à multiplier
par	5
	120 à multiplier
par	9
	1080 à multiplier
par	7
Dénominateur commun	7560

Ayant trouvé le dénominateur commun, pour avoir le numérateur particulier de chaque fraction, à l'égard de ce dénominateur ; comme si on veut avoir le numérateur des $\frac{2}{3}$ ci-dessus proposés, il faut diviser 7560, dénominateur commun, par 3, dénominateur des $\frac{2}{3}$, viendra 2520, qu'il faut multiplier

par 2, numérateur des mêmes $\frac{2}{3}$, il viendra 5040 pour numérateur, & l'on aura $\frac{5040}{5760}$ égaux à la fraction $\frac{2}{3}$: & continuant de suite, on trouvera tous les autres numérateurs de même.

Pour preuve que $\frac{5040}{7560}$ sont égaux à $\frac{2}{3}$, voyez la page ci-devant, où j'ai expliqué la même chose; c'est pourquoi je n'en parlerai point ici davantage.

Mais si les fractions sont toutes irrégulieres, comme $\frac{5}{7}\frac{4}{9}\frac{6}{11}\frac{3}{13}$, &c. alors il faut multiplier tous les dénominateurs de suite l'un par l'autre, savoir, 7 par 9 vient 63, & 63 par 11 vient 693, & 693 par 13, le produit est de 9009 pour dénominateur commun.

Et pour avoir les numérateurs particuliers de chaque fraction, il faut procéder comme il vient d'être enseigné ci-devant.

Avertissement sur l'évaluation des Fractions.

AVANT que de commencer à traiter de l'Addition, Soustraction & autres préceptes des fractions, j'ai estimé nécessaire, après les réductions, d'enseigner comment il faut évaluer une fraction telle qu'elle soit.

Toute fraction est une ou plusieurs parties d'un entier, de laquelle on demande la valeur en telle espece que l'on voudra.

Pour faire cela, il faut multiplier le numérateur de cette fraction par autant de parties que vaut l'espece dont on propose la valeur; puis divisant le produit par le dénominateur de ladite fraction, le quotient donnera la valeur requise de la fraction, & en telle espece qu'on la demande.

Par exemple, si on veut savoir combien valent les $\frac{3}{5}$ de la livre de 20 sols, je multiplie 3, numé-

rateur des $\frac{3}{5}$ par 20, vient 60, c'eſt à-dire, 60 ſols, que je diviſe par 5, dénominateur de la fraction $\frac{3}{5}$, & vient au quotient 12, qui ſont 12 ſols pour la valeur de ladite fraction $\frac{3}{5}$.

De même ſi on demandoit les $\frac{3}{4}$ d'un écu de 60 ſols, il faut multiplier 3, numérateur des $\frac{3}{4}$ par 60, vient 180, qu'il faut diviſer par 4, dénominateur deſdits $\frac{3}{4}$, & viendra 45 ſols au quotient pour les $\frac{3}{4}$ de 60 ſols; ainſi des autres.

De plus, ſi on veut réduire $\frac{2}{3}$, en ſixiemes, il faut multiplier 2, numérateur des $\frac{2}{3}$, par 6, vient 12, qu'il faut diviſer par 3, dénominateur de $\frac{2}{3}$, & viendra 4, c'eſt-à dire $\frac{4}{6}$ égaux à $\frac{2}{3}$.

Mais pour le plus court, quand vous voudrez agrandir une fraction, c'eſt-à-dire, au lieu de $\frac{2}{3}$, avoir des ſixiemes, il faut multiplier le numérateur & le dénominateur de la fraction par un même nombre, c'eſt-à-dire par 2 : tellement que multipliant 2 des $\frac{2}{3}$ par 2, viendra 4, multipliant auſſi 3, dénominateur des mêmes $\frac{2}{3}$, par 2, viendra 6, & ce ſeront $\frac{4}{6}$ égaux à $\frac{2}{3}$ comme deſſus.

On peut à l'infini rehauſſer des fractions telles qu'elles ſoient, en multipliant toujours le numérateur & le dénominateur de la fraction propoſée par quelque nombre qui produiſe le dénominateur que l'on cherche, comme ſi de $\frac{3}{4}$ on vouloit faire des ſeiziemes, on voit que multipliant le 3 de $\frac{3}{4}$ par 4, viendra 12; multipliant auſſi le 4 des $\frac{3}{4}$ par le même 4, viendra 16, & ce ſeront $\frac{12}{16}$ égaux à $\frac{3}{4}$; ainſi des autres.

Il faut encore remarquer que pour prendre les parties de quelque nombre que ce ſoit, il faut multiplier les parties par le nombre donné, ſoit que le nombre ſoit compoſé de fractions ou non, comme pour prendre les $\frac{2}{3}$ de $8\frac{2}{5}$, ayant réduit $8\frac{2}{5}$ en $\frac{42}{5}$, on multipliera $\frac{42}{5}$ par $\frac{2}{3}$; ſavoir 42 par 2, & 5 par 3, comme il ſe verra dans la multiplication; viendra

dra $\frac{48}{15}$ lesquels réduits en entiers, en divisant 48 par 15, on trouvera 5, & restera $\frac{9}{15}$ ou $\frac{3}{5}$, le tout fera $5\frac{3}{5}$ pour les $\frac{2}{3}$ de 8 & $\frac{2}{5}$.

Tout ce que dessus proposé bien entendu, il sera facile de procéder à l'opération des Regles d'Addition, Soustraction, Multiplication & Division suivantes.

ADDITION PAR FRACTIONS.

Premiere Regle.

ETANT donné deux ou plus de fractions à ajouter, trouver leur somme.

J'ai dit ci-devant que pour ajouter, soustraire, ou diviser en fractions, il faut que les fractions soient en même dénomination, & si elles n'y sont pas, qu'il les y faut réduire par la méthode enseignée ci-devant en la cinquieme réduction.

Les Fractions étant de même dénomination, il n'y a qu'à ajouter les numérateurs, & écrire le dénominateur commun au-dessous; la somme qui en viendra sera la somme totale des fractions proposées.

Par exemple, si on veut ajouter $\frac{1}{8}\ \frac{3}{8}\ \frac{5}{8}\ \frac{7}{8}$. J'ajoute tous les numérateurs, 1, 3, 5, 7, la somme est 16, que je pose pour numérateur, & le dénominateur 8 au-dessous, tellement que la somme totale des fractions susdites est $\frac{16}{8}$ ou deux entiers, comme il est enseigné par la quatrieme réduction.

Opération.

Fractions à ajouter $\frac{1}{8}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{7}{8}$ — Numérateur. 1

La preuve de l'Addition des Fractions se verra ci-après. 3 $\frac{16}{8}$ (ou 2 entiers.
5
7
16

Autre Exemple.

On veut ajouter $\frac{2}{3}$ avec $\frac{1}{6}$, il faut considérer que 6 peut être commun dénominateur aux deux fractions proposées ; car au lieu de $\frac{2}{3}$ il viendra $\frac{4}{6}$ & $\frac{1}{6}$, qui ensemble font $\frac{9}{6}$ ou 1 $\frac{1}{2}$. Mais ordinairement quand il n'y a que deux fractions, on multiplie le numérateur de l'une par le dénominateur de l'autre alternativement, comme en l'exemple ci-dessous des mêmes $\frac{2}{3}$, à ajouter avec $\frac{5}{6}$, on dira 3 fois 5 font 15, 6 fois 2 font 12, & ajoutant 15 avec 12 font 27 ; puis pour avoir un dénominateur commun, on multiplie les deux dénominateurs 3 & 6 l'un par l'autre, vient 18, qu'il faut écrire sous 27, & le tout fait $\frac{27}{18}$ ou 1 $\frac{1}{2}$.

Opération.

Fractions à ajouter $\frac{2}{3}$ X $\frac{1}{6}$ — 15, 12 — 27 — $\frac{27}{18}$ (1 $\frac{1}{2}$.

Il faut remarquer que par cette maniere de multiplier en croix, on réduit & on multiplie tout-d'un-coup ; mais le plus souvent on a la peine d'abréviер les fractions ; car les nombres se trouvent beaucoup plus grands, & par conséquent plus difficiles à manier que si on avoit pris un dénominateur commun le plus petit que l'on auroit pu trouver, comme j'ai mis en la premiere opération de cet exemple, où j'ai tout d'un-coup pris 6 pour commun dénomina-

teur, au lieu qu'en la seconde opération j'ai trouvé 48 pour dénominateur commun.

Et s'il se trouve plus de deux fractions à ajouter, comme $\frac{1}{2}\ \frac{2}{3}\ \frac{3}{4}\ \frac{5}{6}\ \frac{7}{8}$, il y auroit trop de peine de multiplier en croix ; c'est pourquoi on cherchera un nombre le plus petit que faire se pourra, qui puisse être divisé sans reste par tous les dénominateurs desdites fractions à ajouter, qui sont 2, 3, 4, 6, 8 : or je vois que 24 est un nombre qui peut être divisé sans reste par tous les susdits dénominateurs 2, 3, 4, 6, 8.

			Numérateurs.	
Prenant donc le	$\frac{1}{2}$	de 24 vient 12	15	
les	$\frac{2}{3}$	de 24 vient 16 *	87	
les	$\frac{3}{4}$	de 24 vient 18	——	($3\frac{5}{8}$
les	$\frac{5}{6}$	de 24 vient 20	24	
les	$\frac{7}{8}$	de 24 vient 21		

Somme totale des numérateurs 87.* Et si on veut savoir combien ils font d'entiers, divisez 87 par 24, il viendra 3 entiers & $\frac{5}{8}$ pour la somme des fractions proposées ci-dessus, comme il se voit.*

Preuve de l'Addition des Fractions.

Cette preuve se fait en ajoutant successivement tous les numérateurs ci-dessus, excepté un, tel que l'on voudra, & soustrayant cette derniere somme trouvée de la derniere somme totale, il restera le numérateur excepté, autrement les réductions seroient mal faites, & par conséquent la Regle seroit fausse.

Par exemple, ajourez tous les numérateurs ci-dessus, excepté 21, qui sont au reste 12, 16, 18, 20, leur somme est 66, qui étant soustraite de 87, somme totale, restera 21, qui est le numérateur excepté, c'est-à-dire, $\frac{21}{24}$ égaux à $\frac{7}{8}$ derniere fraction.

Mais si les fractions à ajouter sont irrégulieres, & que l'on ne puisse commodément trouver un dé-

nominateur commun, par exemple, si on veut ajouter $\frac{7}{9}\ \frac{15}{17}\ \frac{17}{19}$, on observera pour la réduction en même dénomination ce que j'ai dit ci-devant sur ce sujet, en la cinquième réduction, page 67; savoir, de multiplier continuellement tous les dénominateurs, dont le produit, qui est 2907, sera le dénominateur commun; cela fait, pour avoir le numérateur de chaque fraction, comme de la premiere qui est $\frac{7}{9}$, on divisera le dénominateur commun trouvé par 9, & le quotient sera multiplié par 7, dont le produit sera 2261 pour numérateur de la fraction $\frac{7}{9}$, & 2907 dénominateur commun; & ainsi la fraction $\frac{2261}{2907}$ sera égale à $\frac{7}{9}$: on gardera le même ordre pour trouver les autres numérateurs, puis les ajoutant tous, comme en l'addition ci-dessus, on écrira la somme d'iceux, & 2907, dénominateur commun, au-dessous; & le numérateur étant plus grand que le dénominateur, on divisera comme il a été enseigné pour avoir les entiers & les fractions, s'il est nécessaire.

Exemple d'Addition en entiers & fractions.

S'il y a entiers & fractions à ajouter, on ajoutera premiérement les fractions, comme il vient d'être enseigné, & les entiers qui en proviendront, s'il y en a, seront joints aux autres entiers, pour les ajouter en une somme, qui sera la somme totale des entiers & fractions proposés.

Comme si on vouloit ajouter $7\ \frac{3}{4}$ avec $9\ \frac{5}{6}$, on observera ce que dessus pour l'opération.

Nombres $7\ \frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$ X $\frac{5}{8}$ 20 14
à ajouter $9\ \frac{5}{6}$ 18 38
1 ajouté 24 —— —— (1 $\frac{14}{24}$ ou 1 $\frac{7}{12}$.
38 24

R. 17 $\frac{7}{12}$ pour la somme totale de l'Addition ci-dessus.

Pour preuve, ôtez $9\ \frac{5}{6}$ de $17\ \frac{7}{12}$, restera $7\ \frac{3}{4}$.

Remarquez, que si on veut ajouter des fractions

des fractions avec d'autres simples fractions, il faudra réduire les fractions de fractions en simples fractions, puis procéder comme dessus.

Par exemple, on veut ajouter les $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$ de $\frac{5}{6}$ avec $\frac{1}{4}$, on sait que pour prendre les $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$ de $\frac{5}{6}$, il faut multiplier continuellement les numérateurs des fractions de fractions; savoir, 2, 1 & 5, le produit est 10, qu'il faut poser pour numérateur des fractions : il faut aussi multiplier continuellement les dénominateurs des mêmes fractions de fractions, qui sont 3, 2 & 6; le produit est 36 pour dénominateur, & ce sont $\frac{10}{36}$ ou $\frac{5}{18}$ pour la valeur des fractions de fractions ci-dessus, qu'il faut ajouter avec $\frac{1}{4}$, selon l'ordre de l'Addition des fractions ci-dessus; il viendra pour somme totale $\frac{19}{36}$.

Pour preuve, ôtez $\frac{5}{18}$ de $\frac{10}{36}$, restera $\frac{1}{4}$, comme il se verra dans la soustraction ci-après.

Avertissement sur l'Addition des fractions.

Il y a une autre méthode d'ajouter des fractions qui sont régulieres, comme sont les fractions ou parties de l'aune.

Par exemple, si on veut ajouter $\frac{2}{3}\ \frac{3}{4}\ \frac{5}{6}\ \frac{7}{8}$ d'aune, il faut considérer que $\frac{2}{3}$, à l'égard de la livre de 20 sols, valent 13 sols 4 deniers; on posera donc 13 sols 4 deniers au-devant de la fraction $\frac{2}{3}$: on voit aussi que $\frac{3}{4}$ valent 15 sols; on posera donc aussi 15 sols au-devant de la fraction $\frac{3}{4}$; ainsi de même au-devant de $\frac{5}{6}$ on posera 16 sols 8 deniers, & au-devant de $\frac{7}{8}$ on posera 17 sols 6 deniers, comme il se voit ci-dessous; puis ajoutant toutes les parties de la livre, les livres & parties de livre qui en proviendront seront converties en aunes & parties d'aunes; ce qui sera déduit plus amplement ci après, lorsque j'expliquerai le bordereau d'aunage, où je ferai la démonstration des parties de l'aune à l'égard de la livre.

Opération de l'Addition d'Aunage.

$\frac{2}{3}$ ou	13 sols	4 deniers.
$\frac{3}{4}$	15	
$\frac{5}{6}$	16	8 deniers.
$\frac{7}{8}$	17	6 deniers.

3 liv. 2 sols 6 deniers, ou 3 aunes $\frac{1}{2}$.

Questions sur l'Addition des Fractions. Voyez ci-après.

SOUSTRACTION PAR FRACTIONS.

Seconde Regle.

POUR soustraire une fraction de l'autre, il faut qu'elles soient en même dénomination, sinon il les y faut réduire.

Si elles sont en même dénomination, il faut ôter le numérateur de la petite fraction du numérateur de la grande, écrire le reste sur une ligne, & le dénominateur au-dessous, & c'est le reste.

Par exemple, si on vouloit ôter $\frac{3}{8}$ de $\frac{5}{8}$, il faut ôter 3 numérateur de $\frac{3}{8}$, de 5 numérateur des $\frac{5}{8}$, & restera 2, c'est-à-dire, $\frac{2}{8}$ ou $\frac{1}{4}$.

Opération.

Dette $\frac{5}{8}$
Paie $\frac{3}{8}$
Reste $\frac{2}{8}$ ou $\frac{1}{4}$.

Pour preuve, ajoutez le reste avec la paie; savoir, $\frac{2}{8}$ avec $\frac{3}{8}$, & il viendra $\frac{5}{8}$ égaux à la dette.

Autre Exemple.

Mais si les deux fractions proposées à soustraire l'une de l'autre, sont de diverse dénomination, il les faut réduire en même dénomination; cela fait, il faut procéder comme ci-dessus pour la soustraction d'icelles.

Par exemple, si on vouloit ôter $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$, on fait par la cinquieme réduction des fractions, que $\frac{2}{3}$ valent $\frac{8}{12}$, & $\frac{3}{4}$ valent $\frac{9}{12}$; cela étant, il ne faut qu'ôter 8 de 9, reste 1, c'est-à-dire $\frac{1}{12}$; ainsi des autres.

Opération.

$\frac{2}{3}$ à ôter de $\frac{3}{4}$ Dette $\frac{9}{12}$.
Paie $\frac{8}{12}$.

Reste 1, c'est-à-dire, $\frac{1}{12}$.

La Preuve se fait en ajoutant la paie & le reste, c'est-à-dire, $\frac{8}{12}$ avec $\frac{1}{12}$, & vient $\frac{9}{12}$, qui est de la dette.

Autre Exemple.

Et si on vouloit ôter un nombre d'entiers & fractions d'un autre nombre d'entiers & fractions; par exemple, si on proposoit d'ôter 17 $\frac{1}{4}$ de 43 $\frac{5}{6}$, on voit que les deux fractions $\frac{1}{4}$ & $\frac{5}{6}$ sont de diverse dénomination; les ayant réduites en même dénomination, on fera la soustraction à l'égard des fractions, comme en l'exemple ci-dessus, puis à l'égard des entiers, on les soustraira les uns des autres, selon l'ordre de la soustraction des entiers.

Mais si on proposoit d'ôter 27 $\frac{7}{12}$ de 43 $\frac{1}{4}$, on voit que l'on ne peut ôter la fraction $\frac{7}{12}$ de la fraction $\frac{1}{4}$; alors il faudroit emprunter un entier sur 43, qui vaudra $\frac{4}{4}$, qui joint avec 1 numérateur de la fraction $\frac{1}{4}$, ce seroit $\frac{5}{4}$; puis après faisant la réduction des deux fractions $\frac{5}{4}$, & $\frac{7}{12}$, on trouvera $\frac{15}{12}$ & $\frac{10}{12}$ que l'on soustraira l'un de l'autre, & le reste sera $\frac{5}{12}$, ôtant aussi 17 entiers de 42 restants, le reste sera en tout 25 entiers & $\frac{5}{12}$.

Pour preuve, ajoutez 17 $\frac{7}{12}$ avec 25 & $\frac{5}{12}$ selon le précepte de l'Addition des fractions, la somme sera 43 $\frac{1}{4}$ égaux à la dette.

Autre Exemple.

Si on veut soustraire plusieurs entiers & fractions

de plusieurs autres entiers & fractions, on ajoutera premiérement les entiers & fractions dont on veut soustraire, en une somme que l'on posera pour dette selon l'ordre de l'Addition.

On ajoutera aussi les entiers & fractions à soustraire en une somme qui sera la paie ; cela fait, on ôtera la paie de la dette, comme ci-dessus.

Autre Exemple.

Etant donné des fractions de fractions de fractions à ôter de plusieurs fractions de fractions de fractions, trouver le reste.

Par exemple, si on vouloit ôter $\frac{3}{16}$ de $\frac{2}{3}$ de $\frac{6}{7}$ de dedans les $\frac{7}{12}$ de $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{6}$, alors il faut réduire les fractions de fractions à soustraire en une simple fraction ; ce qui se fait en multipliant les numérateurs ; savoir, 3 par 2 vient 6, & 6 par 7 vient 42, qu'il faut écrire sur une ligne ; multipliant aussi les dénominateurs ; savoir, 16 par 5 vient 48, & 48 par 8 vient 384, qu'il faut écrire sous la même ligne, & ce seront $\frac{42}{384}$ ou $\frac{7}{64}$; on fera le même des fractions desquelles on veut soustraire, & il viendra $\frac{35}{96}$; puis ôtant la petite fraction $\frac{7}{64}$ de la grande $\frac{35}{96}$, après les avoir réduites en même dénomination, le reste sera la réponse.

Autre Exemple.

Etant donné des fractions de fractions d'entiers à ôter de dedans des fractions de fractions d'entiers, trouver le reste :

Comme si on veut ôter $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$ de 14, de dedans les $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{8}$ de 50.

Pour ce faire, je prens les $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$ de 14 ; vient $7\frac{7}{9}$ pour la paie ; puis je prens les $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{8}$ de 50, vient $23\frac{7}{16}$ pour la dette ; ensuite j'ôte le moindre nombre $7\frac{7}{9}$ du plus grand $23\frac{7}{16}$, & le reste est $15\frac{95}{144}$.

Cette opération dépend des précédentes ; c'est pourquoi observant ce que j'ai enseigné ci-devant,

on en viendra aiſément à bout, tant pour la Regle que pour la preuve.

Souſtraction en fractions d'aunage : Voyez cette Regle, enſuite du bordereau d'aunage, page 97.

Queſtions ſur la ſouſtraction en fractions : Voyez la page 87.

MULTIPLICATION EN FRACTIONS.

Troiſieme Regle.

ETANT donné deux fractions à multiplier l'une par l'autre, trouver le produit.

Pour multiplier deux fractions, il n'eſt pas néceſſaire qu'elles ſoient de même dénomination, ni de ſoi, ni par réduction.

Par exemple, ſi on veut multiplier $\frac{2}{3}$ par $\frac{3}{4}$, il faut ſeulement multiplier les deux numérateurs 2 & 3 l'un par l'autre ; le produit eſt 6, que l'on écrira ſur une ligne pour numérateur.

Il faut auſſi multiplier les deux dénominateurs 3 & 4 l'un par l'autre ; le produit eſt 12, que l'on poſera ſous la même ligne pour dénominateur, & cette fraction $\frac{6}{12}$ ou $\frac{1}{2}$ ſera le produit de la multiplicatio n.

Opération.

On veut multiplier $\frac{2}{3}$ par $\frac{3}{4}$. R. $\frac{6}{12}$ ou $\frac{1}{2}$; ainſi des autres.

Autre Exemple.

Etant donné des entiers & fractions à multiplier par entiers & fractions, trouver leur ſomme.

Par exemple, ſi on veut multiplier $5\frac{3}{4}$ par $4\frac{1}{6}$, alors on réduira les entiers en leurs fractions, comme $5\frac{3}{4}$ en $\frac{23}{4}$, & $4\frac{5}{6}$ en $\frac{29}{6}$, comme il a été expliqué par la ſeconde réduction des fractions, page

65. Puis on multipliera les deux fractions comme il vient d'être enseigné ; savoir, les numérateurs 23 & 29 l'un par l'autre, & les dénominateurs 4 & 6 aussi l'un par l'autre ; & écrivant le produit des numérateurs sur une ligne, & le produit des dénominateurs au-dessous, viendra $\frac{667}{24}$ pour le produit total de la multiplication proposée, comme il se voit par l'opération suivante.

Opération.

$5\frac{3}{7}$ à multiplier par $4\frac{5}{6}$

$\frac{23}{4}$ $\frac{29}{6}$

29
23
87
58
667, c'est-à-dire, $\frac{667}{24}$

Dénominateurs 4 par 6 font 24

L'opération faite, il est venu $\frac{667}{24}$ au produit ; & pour savoir combien ce sont d'entiers, il faut diviser 667 par 24, viendra 27 entiers, & restera 19 à diviser par 24, c'est-à-dire, $\frac{19}{24}$.

Preuve de la Multiplication.

La preuve de la Multiplication, en fractions, se fait comme celle des entiers ; savoir, en divisant le produit d'icelle, qui est $\frac{664}{24}$ par le nombre à multiplier, qui est $\frac{23}{4}$, ou par le multiplicateur, qui est $\frac{29}{6}$, cela est indifférent, parce que si on divise par le nombre à multiplier, qui est $\frac{23}{4}$, il viendra au quotient le multiplicateur, qui est 4 entiers, & restera une fraction égale à $\frac{5}{6}$.

Ou bien si on divise le même produit par le multiplicateur, il viendra au quotient le nombre à multiplier ; savoir 5, & il restera une fraction égale à $\frac{3}{4}$, & c'est la preuve.

Mais parce que je n'ai pas encore enseigné la Division, je differe aussi l'opération de cette preuve, page 84, où je rapporterai les mêmes nombres

de cette Regle pour en faire la preuve par la Division.

L'application de la multiplication en fractions se verra amplement dans les Questions, page 90 & suivantes.

DIVISION EN FRACTIONS.

Quatrieme Regle.

ETANT donné deux fractions, diviser l'une par l'autre.

Avant que de procéder à l'opération de la Division des fractions, il faut que les fractions proposées soient en même dénomination, ou d'elles-mêmes, ou par réduction. Supposé que les fractions soient en même dénomination, il faut diviser seulement le numérateur du dividende par le numérateur du diviseur, laissant les dénominateurs inutiles, le quotient donnera le requis.

Premier Exemple.

On veut diviser $\frac{6}{7}$ par $\frac{2}{7}$, il faut considérer que les fractions étant de même dénomination, comme $\frac{6}{7}$ & $\frac{2}{7}$, il faut diviser seulement le numérateur 6 par le numérateur 2, & viendra 3 au quotient, c'est-à-dire, $\frac{3}{7}$ pour la réponse.

De même si on veut diviser $\frac{2}{7}$ par $\frac{6}{7}$, je divise 2 par 6, vient $\frac{2}{6}$, ou par réduction $\frac{1}{3}$ de septieme pour la réponse.

Second Exemple.

On veut diviser $\frac{3}{4}$ par $\frac{2}{3}$, on voit que ces deux fractions sont de différentes dénominations : c'est pourquoi il les faut multiplier en croix ; savoir 3 numérateur des $\frac{3}{4}$ par 3 dénominateur des $\frac{2}{3}$, il vient 9 pour nombre à diviser ; puis il faut multiplier 4

dénominateur des $\frac{3}{4}$ par 2 numérateur des $\frac{2}{3}$, il vient 8 pour diviseur, & ce sont $\frac{9}{8}$; & pour savoir les entiers, il faut diviser 9 par 8, vient un entier, & reste 1, c'est-à-dire, $\frac{1}{8}$.

Tellement que si on veut diviser par $\frac{2}{3}$, le quotient sera de $\frac{1}{3}$ de douzieme, telle chose que l'on voudra diviser, comme il se voit par l'opération.

$\frac{3}{4}$ à diviser par $\frac{2}{3}$.

9 8 1

$\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}$ $\frac{9}{8}$ ($1\frac{1}{8}$: ainsi des autres.

Si au contraire on veut diviser 8 par 9, c'est-à-dire $\frac{8}{12}$, par $\frac{9}{12}$ il viendra $\frac{8}{9}$ parties d'un douzieme pour la réponse.

Troisieme Exemple pour servir de preuve à la Multiplication, page 82, dont je rapporte les mêmes nombres.

Et s'il se trouve des entiers & fractions à diviser par entiers & fractions, il faut réduire les entiers en leurs fractions, tant du nombre à diviser que du diviseur.

Par exemple, si on veut diviser 27 $\frac{19}{24}$, qui est le produit de la Multiplication marquée ci-dessus par $5\frac{3}{4}$ nombre à multiplier de la même Regle, on réduira, premiérement 27 $\frac{19}{24}$ en $\frac{667}{24}$, & $5\frac{3}{4}$ en $\frac{23}{4}$ par la deuxieme réduction, page 65 ; puis divisant 667 numérateur de $\frac{667}{24}$, par 23 numérateur de $\frac{23}{4}$, il viendra 29 pour numérateur ; divisant encore le dénominateur 24 de $\frac{667}{24}$, par le dénominateur 4 de $\frac{23}{4}$, il viendra 6 pour dénominateur, & on aura $\frac{29}{6}$ égale à $4\frac{5}{6}$.

Voyez l'opération de la Division en la page suivante.

$27\frac{19}{24}$ à diviſer par $5\frac{3}{4}$.

Autrement

$\frac{667}{24}$ à diviſer par $\frac{23}{4}$.

$$\frac{\cancel{2}\cancel{0}\ \cancel{6}\cancel{6}\cancel{7}}{\cancel{2}\cancel{3}\cancel{3}\ \cancel{2}} \text{ (29 numérateur.}$$

$$\frac{\cancel{2}\cancel{4}}{\cancel{4}} \text{ (6 dénominateur.}$$

$\frac{29}{6}$ égaux à $4\frac{5}{6}$ & c'eſt la preuve.

Autre Exemple.

S'il falloit diviſer un entier par une fraction, on ſuppoſera cet entier être une fraction, le mettant ſur une ligne, & 1 qui repréſente l'unité au-deſſous.

Comme ſi on vouloit diviſer 6 par $\frac{2}{3}$, on poſeroit ainſi $\frac{6}{1}$ à diviſer par $\frac{2}{3}$, puis multipliant l'entier 6 par 3 dénominateur de la fraction $\frac{2}{3}$, il viendra 18 à diviſer par 2 numérateur de $\frac{2}{3}$, & le quotient ſera 9 pour la réponſe.

Preuve de la Diviſion en fractions.

Comme la Multiplication, tant en entiers qu'en fractions, ſe doit prouver par la Diviſion, ainſi la Diviſion ſe prouve par la Multiplication, qui eſt ſon contraire.

D'où s'enſuit, que pour faire la preuve de la Diviſion en fractions, il faut multiplier le quotient d'icelle par le diviſeur, & le produit ſera le nombre à diviſer; ou autrement ſi on diviſe le nombre à diviſer par le quotient, le quotient donnera le diviſeur.

Par exemple, le quotient des deux diviſions ci-deſſus eſt $4\frac{5}{6}$, ou par réduction $\frac{29}{6}$, & les divi-

seurs $\frac{23}{4}$, si je multiplie $\frac{29}{6}$ par $\frac{23}{4}$, selon l'ordre de la Mutiplication en fractions, le produit sera $\frac{667}{24}$, ou par réduction 27 $\frac{19}{24}$ comme il a été proposé.

Opération.

$\frac{29}{6}$ à multiplier par $\frac{23}{4}$

29 6
23 4

87 24
58

667

(27 $\frac{19}{24}$

667

Ayant fait les opérations ci-dessus, concernant la preuve de la Division, il est venu 27 entiers & $\frac{19}{24}$ de reste, & c'est la preuve.

Plusieurs Questions sur les quatre opérations d'Addition, Soustraction, Multiplication, & Division en Fractions.

JE proposerai & résoudrai ensuite les Questions suivantes, pour faire voir aux amateurs d'Artihmétique l'application des préceptes ci-devant, qu'ils doivent soigneusement entendre, autrement ils travailleront en vain pour résoudre les propositions ou questions qui leur seront faites, où il s'agira de fractions.

Et premiérement sur la cinquieme réduction, ci-devant, page 67.

On demande deux nombres tels que les $\frac{3}{4}$ de l'un soient égaux aux $\frac{1}{7}$ de l'autre.

Multipliez en croix le numérateur de l'une des fractions par le dénominateur de l'autre alternativement, il viendra 21 & 20 pour les deux nombres

requis ; car les $\frac{3}{4}$ de 20 ſont 15, & les $\frac{1}{7}$, de 21 ſont 15 auſſi, comme veut la queſtion.

Autre Exemple.

On demande deux nombres tels que le tiers & le quart de l'un ſoient égaux à $\frac{1}{6}$ & $\frac{1}{5}$ de l'autre.

Ajoutez $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$, il viendra $\frac{7}{12}$, ajoutez auſſi $\frac{1}{6}$ & $\frac{1}{5}$ il viendra $\frac{11}{30}$; puis multipliez en croix comme deſſus, ſavoir 30 par 7, il viendra 210, & 12 par 11 il viendra 132 ; partant 210 & 132 ſont les deux nombres requis, leſquels abréviés ſeront $\frac{66}{105}$.

Pour preuve, tirez le tiers & le quart (c'eſt-à-dire, les $\frac{7}{12}$ de 66, il viendra $38\frac{1}{2}$; tirez auſſi le $\frac{1}{6}$ & $\frac{1}{5}$ (c'eſt-à-dire $\frac{11}{30}$) de 105, il viendra auſſi $38\frac{1}{2}$ qui eſt l'égalité & la preuve.

Queſtions ſur l'Addition & Souſtraction des Fractions.

JE ne ferai point de diſtinction des Queſtions de l'Addition d'avec celle de la Souſtraction, parce que pour la réſolution des demandes elles s'entr'aident l'une l'autre, & ſe prouvent l'une par l'autre, comme il ſe verra par la conſtruction.

Premiere Queſtion.

On demande un nombre, lequel joint avec $7\frac{1}{2}$ faſſe $9\frac{5}{6}$, ôtez $7\frac{1}{2}$ de $9\frac{5}{6}$, il reſtera $2\frac{1}{3}$ pour le nombre requis.

Pour preuve, ajoutez $2\frac{1}{3}$ avec $7\frac{1}{2}$, la ſomme ſera $9\frac{5}{6}$ comme veut la queſtion.

Application.

Un Maître Tailleur a beſoin de 9 aunes $\frac{3}{6}$ d'étoffe pour faire quelqu'ouvrage, & allant chez ſon Marchand ordinaire, il ne trouve qu'un reſte de pareille étoffe, contenant 7 aunes $\frac{1}{2}$, on demande com-

bien il faut qu'il en achete chez un autre Marchand pour achever son ouvrage.

Opérez selon la Regle ci-dessus, & vous trouverez $2\frac{1}{3}$ aunes pour la réponse.

Seconde question.

Quel est le nombre lequel joint avec $3\frac{1}{4}$ fasse 5, ôtez $3\frac{1}{4}$ de 5, le reste sera $1\frac{3}{4}$ pour la réponse; pour preuve, ajoutez $3\frac{1}{4}$ avec $1\frac{3}{4}$, la somme sera 5.

Troisieme Question.

Un Marchand a plusieurs restes d'étoffes ; savoir $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, on demande combien tous ces restes valent d'aunes & parties d'aunes ; faites l'opération, & vous trouverez $2\frac{3}{4}$ aunes. Pour ce faire, cherchez un commun dénominateur à tous vos dénominateurs particuliers, comme 12, puis pour trouver les numérateurs particuliers au respect du dénominateur commun qui est 12 pour la premiere fraction $\frac{1}{2}$, tirez la moitié de 12 vient 6, pour $\frac{2}{3}$ vient 8, pour $\frac{3}{4}$ vient 9, & pour $\frac{5}{6}$ vient 10, comme il a été enseigné en la cinquieme réduction ; cela fait, ajoutez tous les numérateurs 6, 8, 9, 10, la somme est 33, c'est-à-dire $\frac{33}{12}$, ou par réduction 2 aunes $\frac{3}{4}$ pour la réponse.

La preuve se fait comme celle de l'Addition des fractions enseignée ci-devant.

Quatrieme Question.

Un Seigneur a 3 coupes de bois taillis qu'il veut vendre, desquelles la premiere contient $\frac{3}{4}$ d'arpent, la deuxieme $\frac{5}{6}$ d'arpent, & la troisieme $\frac{2}{3}$ d'arpent ; on demande combien il y a d'arpents en tout & parties d'arpent.

Il faut ajouter les 3 coupes; savoir $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ & $\frac{2}{3}$ selon l'ordre de l'Addition, & viendra 2 arpents & $\frac{1}{4}$ d'arpent, ainsi des autres.

La preuve se fera comme celle de la question ci-dessus.

Cinquieme Queſtion.

On demande quel eſt le nombre duquel ôtant $7\frac{1}{2}$, le reſte ſoit $11\frac{2}{3}$.

Ajoutez $7\frac{1}{2}$ avec $11\frac{2}{3}$, la ſomme ſera $19\frac{1}{6}$ pour la réponſe.

Pour preuve, ôtez $7\frac{1}{2}$ de $19\frac{1}{6}$, le reſte ſera $11\frac{2}{3}$.

Application.

Un Marchand avoit une petite piece d'étoffe, de laquelle après en avoir ôté 7 aunes $\frac{1}{2}$, il lui en reſte 11 aunes $\frac{2}{3}$; on demande combien d'aunes contenoit la piece entiere. Obſervez pour l'opération ce que deſſus, & vous trouverez que ladite piece d'étoffe contenoit 19 aunes & $\frac{1}{6}$.

Sixieme Queſtion.

Trouver un nombre, lequel étant ôté de $7\frac{1}{2}$, le reſte ſoit $3\frac{1}{3}$.

Otez $3\frac{1}{3}$ de $7\frac{1}{2}$, il reſtera $4\frac{1}{6}$ pour le nombre requis.

Pour preuve, ôtez $4\frac{1}{6}$ de $7\frac{1}{2}$ le reſte ſera $3\frac{1}{3}$, comme veut la queſtion.

Application.

Un Marchand avoit une piece d'étoffe contenant 7 aunes $\frac{1}{2}$, de laquelle il a vendu une quantité d'aunes, & il lui en reſte $3\frac{1}{3}$; on demande combien il en a vendu d'aunes & parties d'aunes.

Pour l'opération, obſervez ce que deſſus, & vous trouverez $4\frac{1}{6}$.

Septieme Queſtion.

Un Marchand a confié à un Maître Tailleur une piece d'étoffe contenant 14 aunes $\frac{3}{8}$; ledit Tailleur lui en rapporte 5 aunes $\frac{5}{6}$, on demande combien le Tailleur en a pris pour ſon compte.

Otez 5 aunes $\frac{5}{6}$ de 14 aunes $\frac{3}{8}$, reſtera 8 aunes $\frac{13}{24}$ que le Tailleur a employé.

Pour preuve, ajoutez $5\frac{5}{6}$ avec $8\frac{13}{24}$, & la ſomme ſera 14 aunes $\frac{3}{8}$; ainſi des autres.

Questions sur la Multiplication & Division en Fractions.

COMME je n'ai pas séparé les Questions de la Soustraction d'avec celles de l'Addition, lesquelles se prouvent l'une par l'autre ; ainsi je ne ferai pas de distinction des Questions de la Multiplication d'avec celles de la Division, lesquelles sont aussi opposées l'une à l'autre: on observera seulement l'ordre de leur construction pour résoudre & prouver.

Premiere Question.

On demande un nombre tel qu'étant multiplié par $3\frac{2}{5}$, le produit soit $30\frac{1}{4}$.

Divisez $30\frac{1}{4}$ par $3\frac{2}{5}$, selon l'ordre de la Division par fractions, il viendra au quotient $8\frac{61}{68}$ pour le nombre requis.

Application.

Un Marchand sait que l'aune d'une certaine étoffe coûte $3\frac{2}{5}$ livres, il donne à son Facteur $30\frac{1}{4}$ livres pour acheter de cette même étoffe ; on demande combien le Facteur doit apporter d'aunes & parties d'aunes pour les susdites $30\frac{1}{4}$ livres ; faisant comme ci-dessus, on trouvera $8\frac{61}{68}$ aunes.

Pour preuve on fera une autre question, qui sera telle.

Si l'aune d'une certaine étoffe coûte $2\frac{2}{5}$ livres, on demande combien en coûteront $8\frac{61}{68}$ aunes du même prix.

Multipliez $3\frac{2}{5}$ par $8\frac{61}{68}$ selon l'ordre de la Multiplication des fractions, il viendra $30\frac{1}{4}$ pour la valeur des $8\frac{61}{68}$ aunes, & c'est la preuve.

Seconde question.

On demande quel est le nombre lequel étant multiplié par $5\frac{1}{2}$ le produit soit 19.

On a acheté 5 $\frac{1}{2}$ aunes d'étoffe qui ont coûté 19 livres, ſavoir que coûte l'aune.

Diviſez 19 par 5 $\frac{1}{2}$, il viendra 3 $\frac{5}{11}$ livres pour la valeur de l'aune.

Pour preuve, on dira par une autre application.

Si 1 aune d'étoffe coûte 3 $\frac{5}{11}$ livres, combien coûteroit 5 $\frac{1}{2}$ aunes.

Multipliez 3 $\frac{5}{11}$ par 5 $\frac{1}{2}$, il viendra 19 livres pour la valeur de 5 $\frac{1}{2}$ aunes.

Troiſieme Queſtion.

La longueur d'une piece de terre contient 7 $\frac{2}{3}$ perches ou toiſes, ou pieds, &c. & la largeur 4 $\frac{3}{4}$, on demande la ſuperficie.

Multipliez la longueur 7 $\frac{2}{3}$ par la largeur 4 $\frac{3}{4}$ ſelon l'ordre de la Multiplication, il viendra au produit 36 $\frac{5}{12}$ de telle meſure que l'on voudra pour la ſuperficie.

Pour preuve, il faut faire une autre queſtion, qui eſt telle.

La ſuperficie d'une piece de terre eſt 36 $\frac{5}{12}$ perches, & la longueur 7 $\frac{2}{3}$, on demande la largeur, il viendra 4 $\frac{3}{4}$ pour la largeur.

Quatrieme Queſtion.

On demande un nombre, lequel étant multiplié par les $\frac{2}{3}$ des $\frac{5}{8}$ de 7, le produit ſoit 50 $\frac{1}{2}$, & 17 $\frac{11}{35}$.

Application.

C'eſt comme qui diroit : Le côté d'un Parallelogramme rectangle eſt les $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{8}$ de 7 pieds, on demande quel ſera l'autre côté dudit rectangle, afin que la ſuperficie ſoit 50 $\frac{1}{2}$.

Réduiſez-les $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{8}$ en $\frac{5}{12}$ par la méthode enſeignée ci-devant, puis prenez les $\frac{5}{12}$ de 7, il viendra $\frac{35}{12}$ pour diviſeur ; cela fait, diviſez 50 $\frac{1}{2}$ par les mêmes $\frac{35}{12}$, il viendra 17 $\frac{11}{35}$, pour le côté du rectangle que l'on cherche.

Pour preuve, faites une autre queſtion contraire ; un des côtés d'un Parallélogramme rectangle eſt les $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{8}$ de 7, ou par réduction $\frac{35}{12}$ & l'autre côté $17\ \frac{11}{35}$, on demande quelle eſt la ſuperficie dudit Parallélogramme ; multipliez $\frac{35}{12}$ par $17\ \frac{11}{35}$ ſelon l'ordre de la Multiplication, il viendra au produit $50\ \frac{1}{2}$ pour la ſuperficie requiſe.

Cinquieme Queſtion.

On demande un nombre, duquel en ayant ôté $\frac{1}{4}$ le reſte ſoit 24 ; ſuppoſé que 1 ſoit le nombre que vous cherchez, ſi vous en ôtez le quart, il reſtera $\frac{3}{4}$, & il devoit reſter 24 : dites donc par Regle de Trois :

Si $\frac{3}{4}$ viennent de $\frac{4}{4}$, d'où viendront 24. R. 32.

Pour preuve, ôtez le quart de 32, le reſte ſera 24, comme veut la queſtion.

Sixieme Queſtion.

Trouver un nombre duquel les $\frac{3}{4}$ ſoient 12.

C'eſt comme qui diroit $\frac{3}{4}$ d'aune d'une étoffe coûtent 12 livres, combien l'aune.

Diviſez 12 par $\frac{3}{4}$, il viendra 16 livres pour la valeur de l'aune.

Pour preuve, prenez les $\frac{3}{4}$ de 16, il viendra 12, comme il eſt requis.

Septieme Queſtion.

Trouver un nombre duquel 2 ſoient les $\frac{7}{11}$, R. $3\ \frac{1}{7}$.

Application.

$\frac{7}{11}$ d'aune ont coûté 2 livres, combien l'aune.

Diviſez 2 par $\frac{7}{11}$, il viendra $3\ \frac{1}{7}$, pour la valeur de l'aune.

Pour preuve, multipliez $\frac{7}{11}$ par $3\ \frac{1}{7}$, il viendra 2.

Huitieme Queſtion.

Trouver un nombre, lequel étant diviſé par 17, le quotient ſoit $17\ \frac{2}{3}$, R. $300\ \frac{1}{3}$.

Application.

Quelle ſomme faut-il avoir à diſtribuer à 17

Soldats, afin que chacun ait 17 $\frac{2}{3}$ livres pour sa part.

Multipliez 17 par 17 $\frac{2}{3}$, il viendra 300 $\frac{1}{3}$ livres.

Pour preuve, divisez 300 $\frac{1}{3}$ par 17, il viendra 17 $\frac{2}{3}$, comme il est requis.

Neuvieme Question.

Trouver un nombre, lequel étant divisé par 5 $\frac{2}{3}$, le quotient soit 31 $\frac{1}{2}$, &. 178 $\frac{1}{2}$.

Application.

Le côté d'un rectangle est 5 $\frac{2}{3}$, on demande quelle doit être l'aire ou superficie, afin que l'autre côté soit 31 $\frac{1}{2}$.

Multipliez 5 $\frac{2}{3}$ par 31 $\frac{1}{2}$, & le produit sera 178 $\frac{1}{2}$.

Pour preuve, divisez 178 $\frac{1}{2}$ par 5 $\frac{2}{3}$, il viendra 31 $\frac{1}{2}$ au quotient.

Dixieme Question.

Trouver un nombre, lequel joint à la sixieme partie, fasse 27.

Tirez le sixieme de 6, il vient 1; puis ajoutez 6 à 1, la somme est 7, & devoit être 27: Dites par la Regle de Trois, si 7 vient de 6, d'où viendront 27? &. 23 $\frac{1}{7}$.

Pour preuve, tirez le sixieme de 23 $\frac{1}{7}$, il viendra 3 & $\frac{6}{7}$, lesquels deux nombres ajoutés ensemble, la somme sera 27, comme veut la question.

Onzieme Question.

Par quel nombre faut-il diviser $\frac{1}{6}$, afin d'avoir 4 $\frac{2}{3}$ au quotient.

Application.

Une ligne a $\frac{1}{6}$ de toise de long, on demande avec quelle partie de toise on mesurera ladite ligne, afin que telle partie la mesure 4 fois $\frac{2}{3}$.

Divisez $\frac{1}{6}$ par 4 $\frac{2}{3}$, il viendra $\frac{1}{28}$ partie de toise, & c'est avec cette longueur que l'on mesurera $\frac{1}{6}$ de toise.

Pour preuve, divisez $\frac{1}{6}$ par $\frac{1}{28}$, il viendra 4 $\frac{2}{3}$, comme il est requis.

Avertissement sur la Division.

Si l'on divise quelque nombre par un diviseur, il vient un quotient requis ; & si ledit nombre à diviser est divisé par le quotient, il viendra le diviseur.

Comme je divise $\frac{1}{6}$ par $4\frac{2}{3}$ il viendra $\frac{1}{28}$.

Pour preuve, $\frac{1}{6}$ est divisé par $\frac{1}{28}$, il viendra $4\frac{2}{3}$ & c'est la preuve.

Et pour seconde preuve, si on multiplie un quotient comme $4\frac{2}{3}$ par un diviseur, comme $\frac{1}{28}$, il viendra le même dividende $\frac{1}{6}$.

$\frac{1}{6} \times \frac{14}{3}$, By. $\frac{3}{84}$, ou $\frac{1}{28}$,

Douzieme Question.

On demande par quel nombre il faut diviser $3\frac{2}{3}$ pour avoir $8\frac{1}{4}$ au quotient.

Divisez $3\frac{2}{3}$ par $8\frac{1}{4}$ il viendra $\frac{44}{99}$ pour le nombre requis. Pour preuve, divisez $3\frac{2}{3}$ par $\frac{44}{99}$, il viendra $8\frac{1}{4}$, comme veut la question.

Je pourrois composer ici une plus grande quantité de questions subtiles sur les fractions ; mais comme j'ai dessein de donner un Questionnaire à la fin de mon Arithmétique pour les curieux, je me réserverai de les proposer alors.

Quoique les préceptes d'Arithmétique soient amplement expliqués, & que celui qui les aura bien entendus, pourroit résoudre toutes questions proposées, moyennant qu'il sache appliquer lesdits préceptes aux sens de la question, néanmoins j'expliquerai ensuite du Bordereau d'aunage, la maniere de multiplier par les fractions vulgaires ; savoir, par livres, sols & deniers.

De la façon de dreſſer un Bordereau d'aunage, & le moyen de s'en ſervir en l'Addition & Souſtraction.

POUR ajouter les diverſes parties d'une aune, laquelle eſt ordinairement diviſée en $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, &c, & en $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$, &c. l'on a coutume de préparer une Table appellée Bordereau d'aunage, ſur les parties de la livre de 20 ſols, en prenant telles ou telles parties de la livre que les fractions à ajouter font partie de l'aune, de telle ſorte qu'en icelle il y a parties de l'aune, & vis-à-vis les parties de la livre qui lui correſpondent ; ainſi qu'il ſe voit à la Table ſuivante.

Table de Bordereau d'aunage.

Parties de l'aune.	Parties de la livre.	
$\frac{1}{24}$	0 ſols	10 deniers.
$\frac{1}{16}$	1	3
$\frac{1}{15}$	1	4
$\frac{1}{12}$	1	8
$\frac{1}{8}$	2	6
$\frac{1}{6}$	3	4
$\frac{5}{24}$	4	2
$\frac{1}{4}$	5	
$\frac{1}{3}$	6	8
$\frac{3}{8}$	7	6
$\frac{5}{12}$	8	4
$\frac{11}{24}$	9	2
$\frac{1}{2}$	10	
$\frac{9}{16}$	11	3

7/12	11 sols	8 deniers.
5/8	12	6
2/3	13	4
17/24	14	2
15/4	15	
5/6	16	8
7/8	17	6
11/12	18	4
19/16	18	9
23/24	19	2
24/24	20	

Addition par le Bordereau d'aunage.

Pour faire voir l'uſage & la pratique de la Table ci-deſſus, je donnerai l'exemple de l'Addition d'aunage ſuivant.

Exemple

Un Marchand a acheté ſix pieces d'étoffe comme ci-deſſous, on demande combien il y a d'aunes en tout & parties d'aunes.

32 aunes	1/2	ou	10 sols.	
27	2/3	ou	13	4 deniers.
33	3/4	ou	15	
42	5/6	ou	16	8
12	1/6	ou	3	4
17	1/4	ou	5	
166	1/6	3 liv.	3	4 deniers.

Explication de l'Addition ci-deſſus.

Ayant diſpoſé les 6 pieces d'étoffe comme il ſe voit, j'ai poſé au-devant de chaque fraction de l'aune les parties de la livre qui lui correſpondent: comme au-devant de la premiere fraction qui eſt 1/2, j'ai poſé 10 ſols; au-devant de la ſeconde fraction qui eſt 2/3, j'ai poſé 13 ſols 4 deniers; & ainſi des autres. Et ayant ainſi transformé les parties de l'aune en partie de la livre exprimée par ſols & deniers, j'ai

j'ai fait addition comme il a été enſeigné en l'Addition de livres, ſols & deniers, & j'ai trouvé 3 livres 3 ſols 4 deniers pour la ſomme des ſols & deniers, leſquelles 3 livres ſont priſes pour 3 aunes entieres, que j'ai jointes aux aunes, dont la ſomme ſe monte à 166 aunes; pour les 3 ſols 4 deniers, on voit au Bordereau d'aunage que c'eſt $\frac{1}{6}$ d'aune, tellement que les 6 pieces enſemble contiennent 166 aunes $\frac{1}{6}$.

Souſtraction par le Bordereau d'aunage.

Il faut obſerver la même choſe pour la Souſtraction d'aunage que pour l'Addition; par exemple, ſi on vouloit ſouſtraire 24 aunes $\frac{3}{4}$ de 36 aunes $\frac{7}{8}$, après avoir diſpoſé la Regle comme ci-après, ſavoir, 36 aunes $\frac{7}{8}$, & 24 aunes $\frac{3}{4}$ au-deſſous, on écrira 17 ſols 6 deniers au lieu de $\frac{7}{8}$, & 15 ſols au lieu de $\frac{3}{4}$, puis on fera la ſouſtraction comme il a été enſeigné.

Dette	36 aunes $\frac{7}{8}$	ou	17 ſols 6 deniers.
Paie	24 $\frac{3}{4}$	ou	15 ſols.
Reſte	12 aunes $\frac{1}{8}$	au lieu de	2 ſols 6 deniers.

Ayant fait la ſouſtractraction, on voit qu'il reſte 12 aunes & 2 ſols 6 deniers, c'eſt-à-dire, 12 aunes $\frac{1}{8}$; ainſi des autres.

Multiplication par livres, ſols & deniers.

Comme il y a quantité de méthodes de multiplier par livres, ſols & deniers, j'en expliquerai pluſieurs, deſquelles les deux premieres ſont les plus faciles à entendre, mais bien longues pour l'opération.

Pour mettre en pratique la premiere méthode,

il faut entendre qu'il y a autant de multiplications à faire, qu'il y a d'eſpeces différentes au multiplicateur.

Pour la pratique de la ſeconde méthode, il y a quantité de réductions à faire, comme il ſe verra par l'explication & opération ſuivante.

Premiere méthode de multiplier par livres, ſols & deniers.

Exemple.

A 23 livres 15 ſols 9 deniers l'aune de drap, combien 35 aunes ? Il faut premiérement multiplier les 35 aunes par 2 livres, ſelon l'ordre de la multiplication ſimple, laiſſant les deux produits comme ils ſont poſés, ſans les ajouter.

Il faut encore multiplier les mêmes 35 aunes par les 15 ſols, laiſſant auſſi les produits, qui ſont des ſols, ſans les ajouter.

Enfin on multipliera encore les ſuſdites 35 aunes par les 9 deniers, & le produit ſera de 315 deniers, qui ſeront diviſés par 12, & il viendra 26 ſols 3 deniers au quotient, leſquels 26 ſols 3 deniers ſeront ajoutés au produit des 15 ſols; & ajoutant tous les ſols, la ſomme, qui ſera 551 ſols 3 deniers, ſera la valeur de 35 aunes, à 15 ſ. 9 deniers l'aune.

Enſuite on réduira les 551 ſols 3 deniers en livres, ſelon la maniere de réduire des ſols en livres, enſeignée ci-après, page 143 : il viendra 27 livres 11 ſols 3 deniers, que l'on joindra aux produits des 23 livres : & faiſant addition du tout, la ſomme totale ſera 832 livres 11 ſols 3 deniers, pour la valeur des 35 aunes, à 23 livres 15 ſols 9 deniers l'aune, propoſées ci-deſſus, comme il ſe voit par l'opération.

35 aunes à 23 livres	35 aunes à 15 sols	35 aunes à 9 den.
105	175	315 den.
70	35	
27 l. 11 s. 3 d.	26 s. 3 d. ⅞	

Prod. 832 l. 11 s. 3 d. 551 s. 3 d. — (26 s. 3 d. — 27 l. 11 s. 3 d. x ainsi des autres.

Seconde méthode de multiplier par livres, sols & deniers.

A 23 livres 15 s. 9 deniers l'aune de drap, combien 35 aunes? Pour résoudre cette question par cette méthode, il faut réduire les 23 livres 15 sols en sols, il viendra 475 sols: ensuite il faut réduire les 475 sols en deniers, & y ajouter les 9 deniers du multiplicateur, il viendra 5709 deniers.

Cela fait, multipliez les 35 aunes proposées par les 5709 deniers; il viendra 199815 deniers.

Enfin il faut diviser 199815 deniers par 12; il viendra 16651 sols 3 deniers.

Il faut réduire ensuite les 16651 sols 3 deniers en livres, ce qui se fera en séparant la derniere figure à main droite, & prenant la moitié des autres à gauche, il viendra 832 livres 11 sols 3 deniers, pour la valeur desdites 35 aunes, à 23 liv. 15 sols 9 den. l'aune, comme par la méthode ci-dessus; ainsi des autres.

On peut, par ces deux précédentes méthodes, faire toutes sortes de multiplications par livres, sols & deniers; mais comme c'est un trop long chemin, j'enseignerai ci-après à multiplier par livres, sols &

& deniers plus briévement, & je propoſerai enſuite pluſieurs exemples de Multiplication par livres, ſols & deniers, dont l'opération ſe fera par les parties aliquotes.

Troiſieme Méthode de multiplier par livres, ſols & deniers, ſelon l'ordre des parties aliquotes de 20 ſols.

Définition des parties aliquotes.

PARTIES aliquotes ſont les parties de quelque nombre entier, qui ſont pluſieurs fois préciſément contenues en ce nombre, *ou* les parties des nombres qui ſe diviſent en parties égales, ſans reſte ou fraction.

Les parties aliquotes les plus uſitées ſont contenues dans la table ſuivante.

10	ſols,	c'eſt la moitié de 20 ſols.	
5			Le quart.
4			Le cinquieme.
2			Le dixieme.
1			Le vingtieme.
6	ſols 8	deniers.	Le tiers.
3	4		Le ſixieme.
2	6		Le huitieme.
1	8		Le douzieme.
1	4		Le quinzieme.
1	3		Le ſeizieme.
	10		Le vingt-quatrieme.
	5		Le quarante-huitieme.

Ce que l'on appelle multiplier par les parties aliquotes, n'eſt autre choſe que de diviſer un nombre par 4, ou par 5, ou par 6, &c. & cette diviſion ſe fait en tirant le quatrieme, le cinquieme, le ſixieme du nombre propoſé, &c.

Si donc on veut multiplier par quelqu'une des parties aliquotes contenues dans la Table, pour faire des livres ſimples, ou des livres & des ſols, ou des livres, des ſols & deniers, s'il y échet, ſelon la rencontre de la partie aliquote, on tirera du nombre à multiplier la partie aliquote qui ſe rencontre vis-à-vis la Table; comme vis-à-vis de 10 ſols, il y a la moitié, parce que 10 ſols ſont la moitié de 20 ſols, qui valent une livre : vis-à-vis de 5 ſols il y a un quart : vis-à-vis de 6 ſols 8 deniers il y a un tiers, &c.

Et afin de faire mieux comprendre la Table ci-deſſus, je donnerai un exemple pour l'explication de chaque partie aliquote; mais auparavant, j'ai jugé à propos de faire précéder un avertiſſement général pour toutes les parties aliquotes, tant par ſols ſimples, & par ſols & deniers enſemble, que par deniers purs.

On ſaura donc qu'ayant tiré quelque partie aliquote que ce ſoit d'un nombre propoſé à multiplier, autant d'unités qui reſteront à la fin du nombre à multiplier, ce ſera autant de fois la valeur de la partie aliquote par laquelle on multiplie.

Comme tirant la moitié du nombre à multiplier à raiſon de 10 ſols, s'il reſte 1 à la fin, après avoir tiré cette moitié, cette unité vaudra 10 ſols, que l'on écrira enſuite des livres.

De plus, ayant tiré le quart du nombre à multiplier à raiſon de 5 ſols, s'il reſte 1, 2 ou 3 unités à la fin, ce ſeront autant de fois 5 ſols, qu'il faut écrire au rang des ſols, comme s'il reſte deux unités, ce ſeront deux quarts, qui valent 10 ſols.

De même ayant tiré le tiers du nombre à multiplier à raiſon de 6 ſols 8 deniers, s'il reſte à la fin une ou deux unités, ce ſeront autant de fois 6 ſols 8 deniers, que l'on écrira de même enſuite du produit des livres; ainſi des autres.

Exemple à 10 sols.

A 10 sols l'aune de toile, on demande la valeur de 749 aunes.

Prenez la moitié de 749, il viendra 374 livres 10 sols.

Opération.

749 aunes
à 10 sols.

374 livres 10 sols.

Dans l'opération ci-dessus, il est resté une moitié, qui vaut 10 sols.

La raison est que si chaque aune valoit une livre, alors les 749 aunes vaudroient 749 livres ; mais puisque l'aune ne vaut que 10 sols, qui est la moitié de la livre, les 749 aunes ne valent que la moitié de 749 livres ; c'est-à-dire, 374 livres 10 sols.

Cette raison est générale pour toutes les parties aliquotes.

Exemple à 5 sols.

A 5 sols la pinte de vin, on demande la valeur de 735 pintes.

Prenez le quart de 735, il viendra 183 livres 15 sols ; ce qui se fait en disant : Le quart de 7 est 1, & reste 3, qui font 30, avec les 3 suivants font 33 ; puis le quart de 33 est 8, reste 1, qui vaut 10, & 5 font 15 ; & le quart de 15 est 3, & reste 3, c'est-à-dire, 3 quarts, qui valent 15 sols.

Opération.

735 pintes de vin
à 5 sols.

Produit 183 livres 15 s. pour la valeur requise.

Exemple à 4 sols.

A 4 sols l'aune de ruban, on demande combien valent 749 aunes.

Tirez le cinquieme de 749 de même façon que

vous avez agi en tirant le quart ci-dessus pour 5 sols ; il viendra 149 livres 16 sols.

Opération.

749 aunes
à 4 sols.

Produit 149 livres 16 sols.

Il faut remarquer qu'ayant tiré le cinquieme, il est resté 4 unités, c'est-à-dire, 4 cinquiemes, qui valent 16 sols.

Exemple à 2 sols.

Il faut remarquer que quand on agit pour 2 sols, qui est le dixieme de 20 sols, il n'y a qu'à séparer la derniere figure à main droite du nombre proposé, & écrire les autres figures à main gauche pour autant de livres, en avançant d'un degré ; puis doublant la figure retranchée, ce sont autant de sols, comme il se voit par l'opération suivante.

A 2 sols l'aune de ruban, combien 244 aunes ?

Opération.

244 aunes
à 2 sols.

Produit 24 livres 8 sols pour valeur requise.

Exemple à 1 sol.

Pour 1 sol, qui est le vingtieme de 20 sols, il faut aussi séparer la derniere figure à main droite, comme à 2 sols ; mais au lieu qu'à 2 sols on écrit les figures à main gauche toutes entieres, à 1 sol, il n'en faut prendre que la moitié, dont il vient aussi des livres, & le reste, c'est autant de sols, qu'il faut écrire au rang des sols, comme il se voit en l'exemple ci-après, où, en prenant la moitié de 95, il vient 47 livres, & reste une dixaine, avec le 7 retranché font 17 sols.

A 1 ſol l'aune, combien 957 aunes.

Opération.

957 aunes
à 1 ſol.

Produit 47 livres 17 ſols.

C'eſt la même choſe que ſi on vouloit réduire 957 ſols en livres, obſervant le même ordre, il viendroit 47 livres 17 ſols, comme il ſe verra dans les réductions par la diviſion, ci-après, page 143.

Exemple à 6 ſols 8 deniers.

A 6 ſols 8 deniers la pinte de vin, combien 487 pintes? Prenez le tiers de 487, il viendra 162 liv. 6 ſols 8 deniers.

Opération.

487 pintes.
à 6 ſ. 8 deniers.

Produit 162 liv. 6 ſ. 8 d. pour la val. requiſe.

Exemple à 3 ſols 4 deniers.

A 3 ſols 4 deniers la botte de foin, combien 788 bottes? Tirez le ſixieme de 788, il viendra 131 liv. 6 ſols 8 deniers.

Opération.

788 bottes
à 3 ſols 4 deniers.

Produit 131 l. 6 ſols 8 d. pour la valeur requiſe.

Exemple à 2 ſols 6 deniers.

A 2 ſols 6 den. l'aune de ruban, combien 986 aunes? Tirez le huitieme de 986, il viendra 123 livres 5 ſols.

Opération.

986 aunes
à 2 sols 6 deniers.

Produit 123 liv. 5 sols.

Il y a encore quelques parties aliquotes de la livre, comme 1 sol 8 deniers, qui est $\frac{1}{12}$, plus 1 sol 4 deniers, qui est $\frac{1}{15}$, plus 1 sol 3 deniers, qui est $\frac{1}{16}$, plus 10 deniers qui est $\frac{1}{24}$, plus 5 deniers, qui est $\frac{1}{48}$; mais comme ces fractions sont trop grandes, quoique moindres en valeur, on fera l'opération par les sols séparément, puis par les deniers purs.

Comme si on veut multipler par 1 sol 8 deniers, qui est $\frac{1}{12}$, on fera premiérement pour 1 sol, & après, pour les 8 deniers, on aura recours à la page 109, où j'expliquerai la Multiplication par les deniers purs. Ce n'est pas que ceux qui sauront bien leur Table de Multiplication par cœur, ne puissent tirer le douzieme tout d'un coup, tout de même que le sixieme ou le huitieme, & l'opération sera bien plus courte.

Pour les parties qu'on appelle quinzieme, seizieme, vingt-quatrieme, &c. ceux qui seront curieux de voir la Table des abréviations par la division, verront que l'on peut tirer le quinzieme plus briévement que ci-dessus, savoir, en prenant le cinquieme du nombre proposé à multiplier, puis le tiers de ce cinquieme, parce que 3 fois 5 font 15, observant de barrer le premier quotient ou produit, parce qu'il ne sert que pour découvrir le produit que l'on cherche; ainsi des autres.

Exemple à 1 sol 8 deniers, qui est $\frac{1}{12}$.

A 1 sol 8 d. la ℔ de pruneaux, combien 5224 ℔ ?

Opération.

5224 ℔ de pruneaux
à 1 ſol 8 deniers.

$\frac{1}{4}$ ~~1306~~
$\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4}$ ℞. 435 liv. 6 ſols 8 deniers.

Exemple à 1 ſol 4 deniers, qui eſt $\frac{1}{15}$.

A 1 ſol 4 d. la ℔ de plomb, combien 9567 ℔? Tirez le cinquieme de 9657 ℔, il viendra 1913 liv. 8 ſols; enſuite tirez le tiers de 1913 liv. 8 ſols, il viendra 637 liv. 16 ſols pour la valeur de 9567 ℔, à 1 ſol 4 den. la ℔.

Opération.

9567 ℔ de plomb.
à 1 ſol 4 deniers la ℔.

$\frac{1}{5}$ ~~1913~~ liv. 8 ſols.
$\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{5}$ ℞. 637 liv. 16 ſols; ainſi des autres.

Des parties aliquantes.

Les parties aliquantes ſont celles qui ſont compoſées de pluſieurs parties aliquotes, comme 19 ſols, qui ſont compoſés de 10, de 5 & de 4.

Si donc on veut multiplier par les mêmes 19 ſols, on agira premiérement pour 10 ſols, en prenant la moitié du nombre propoſé.

Puis pour 5 ſols, en prenant le quart.

Puis pour 4 ſols, en tirant le cinquieme; & ajoutant ces trois produits, la ſomme ſera le produit total de la Multiplication, comme il ſe voit par l'exemple ci-deſſous.

A 19 ſols l'aune de toile? combien 789 aunes?

Opération.

789 aunes
à 19 sols l'aune.

Pour 10 sols	394 livres	10 sols.
Pour 5 sols	197	5
Pour 4 sols	157	16

R. 749 livres 11 s. pour la val. requise.

De même si on veut multiplier par 16 sols 8 deniers, on voit que 16 sols 8 deniers sont composés de deux parties aliquotes; savoir, de 10 sols, qui est la moitié de la livre, & de 6 sols 8 deniers, qui est le tiers; c'est pourquoi il faut tirer la moitié du nombre à multiplier, puis après le tiers, & ajoutant les deux produits, la somme sera le produit total de la multiplication, comme il se voit par l'exemple suivant.

A 16 sols 8 deniers la ℔ de cire blanche, combien valent 897 ℔? Tirez la moitié & le tiers de 897, & le produit sera 747 liv. 10 s. pour la réponse.

Opération.

897 ℔
à 16 sols 8 deniers.

Pour 10 sols	448 liv.	10 sols.
Pour 6 s. 8 d.	299	

R. 747 liv. 10 sols; ainsi des autres.

Maniere de multiplier par les deniers purs, pour avoir livres, ſols & deniers au produit.

LA maniere de multiplier par les deniers purs, afin de faire venir au produit des livres, ſols & deniers en même-temps par les parties aliquotes de 24 den. & de 12 den. a été juſqu'à préſent ſi obſcurément expliquée, que pluſieurs ont mieux aimé prendre le grand chemin, que de ſe donner la peine d'examiner à fond pourquoi & comment les parties aliquotes de 24 deniers produiſent des livres, & celles de 12 deniers produiſent des ſols & deniers; ce que je trouve néanmoins aſſez facile à concevoir, pourvu que l'on conſidere les deniers par leſquels on multiplie en deux façons, ſavoir, à l'égard de 24 deniers, & à l'égard de 12 deniers.

Par exemple, ſi on diſoit: Quelqu'un doit 240 citrons, à raiſon de deux ſols la piece, on demande combien il faut pour les payer. R. 24 livres, parce que, ſelon la regle de 2 ſols, il n'y a qu'à retrancher le zéro de 240, & le reſte à main gauche eſt 24, c'eſt-à-dire, 24 livres, qu'il faut écrire au rang des livres. Mais ſi on diſoit: Quelqu'un doit 240 oranges, à 6 deniers la piece, combien faut-il pour les payer?

Il faut raiſonner ainſi: Puiſque, pour les 2 ſols ci-deſſus, ayant retranché le zéro de 240, il eſt reſté 24 livres, il faut auſſi retrancher le même zéro à 6 deniers, qui eſt la quatrieme partie de 2 ſols; & au lieu que l'on écrit 24 livres pour la valeur de 2 ſols, il ne doit venir que 6 livres, qui eſt le quart de 24 livres pour les 6 deniers, comme il ſe voit par les deux opérations ſuivantes, à 2 ſols & à 6 deniers.

Opérations.

	24 0 citrons	24 0 oranges.
à	2 ſols.	6 deniers.
℔.	24 livres.	℔. 6 livres.

Mais ſi on demandoit combien il faut payer pour 248 oranges, à raiſon de 6 deniers la piece, il faut ſéparer le 8 de 248, comme j'ai retranché le zéro à 240, puis prendre le quart des deux autres figures qui ſont 24, il viendra 6 livres. Et d'autant que le 8 retranché repréſente 8 oranges à 6 deniers piece, il en faut prendre la moitié, qui eſt 4 ſols, parce que 6 deniers font la moitié de 1 ſol.

Opération.

	24 8 oranges.
à	6 deniers.
℔.	6 livres 4 ſols.

Ainſi des autres parties de 2 ſols & de 1 ſol, comme il ſe verra ci-après.

D'où ſuit la Regle générale, qui eſt que

Quand on multiplie par quelque nombre de deniers que ce ſoit pour avoir des livres, des ſols & des deniers, en même-temps, il faut toujours retrancher la derniere figure du nombre propoſé à multiplier à main droite, comme à 2 ſols, & obſerver ce qui ſuit ſelon l'ordre de la Table des parties aliquotes de 24 deniers, & 12 deniers.

Table des parties aliquotes de 24 deniers pour avoir des livres, & de 12 deniers pour avoir des ſols & deniers.

6 Den. à l'égard de	24 den.	c'eſt un quart.
& de	12 den.	une moitié.
4 Den. à l'égard de	24 den.	un ſixieme.
& de	12 den.	un tiers.

3 Den. à l'égard de 24 den.		c'eſt un huitieme.
& de 12 den.		un quart.
2 Den. à l'égard de 24 den.		un douzieme.
& de 12 den.		un ſixieme.
1 Den. Voyez ci-après.		
8 Den. à l'égard de 24 den.		un tiers.
& de 12 den.		deux tiers.

Explication de la Table ci-deſſus.

Pour multiplier par 6 deniers, il faut retrancher la derniere figure à main droite du nombre à multiplier, puis prenant le quart des autres à gauche, il viendra des livres que l'on poſera en avançant d'un degré, comme à 2 ſols; prenant enſuite la moitié du reſte à droite, tant des dixaines reſtantes, s'il y en a, que de la figure retranchée, cette moitié donnera des ſols & deniers, s'il y en échet.

Exemple.

A 6 deniers la pomme, combien 957 pommes.

Opération.

95 7 pommes.
à 6 den.

℟. 23 livres 18 ſols 6 deniers pour la valeur des 957 pommes.

Il faut obſerver le même ordre à quelque nombre de deniers que ce ſoit.

Pour 4 deniers, il faut tirer le ſixieme de ce qui eſt retranché à main gauche, & le tiers de ce qui reſte.

Exemple.

A 4 den. la poire, combien 78 8 poires.
à 4 den.

℟. 13 liv. 2 ſ. 8 den.

Pour 3 deniers, il faut tirer le huitieme des figures retranchées à main gauche, & le quart du reſte.

Exemple.

A 3 den. piece, combien 58 7
à 3 den.

℟. 12 liv. 6 sols 9 den.

Pour 2 den. il faut tirer le 12e des figures retranchées à main gauche, & le 6e du reste.

Exemple.

A 2 den. piece, combien 459 7
à 2 den.

℟. 38 liv. 6 sols 2 den.

Pour 8 deniers, il faut tirer le tiers des figures retranchées à main gauche, & doublant le reste à main droite, il en faut encore prendre le tiers.

Exemple.

A 8 den. l'aune, combien 656 8 aunes
à 8 den.

℟. 218 liv. 18 s. 8 den.

Pour 1 denier, il faut agir comme pour 4 deniers, & du produit en tirer le quart, barrant le produit des 4 deniers.

Exemple.

A 1 den. la piece, combien 873 7
à 1 den.

145 12
℟. 36 8 sols.

Et si le nombre des deniers par lesquels on multiplie est composé de plusieurs parties aliquotes, comme 9 deniers qui sont composés de 6 deniers & de 3 deniers, on agira premiérement pour 6, puis pour 3, selon l'ordre ci-dessus, & on ajoutera les deux produits, comme il se voit dans l'exemple suivant.

Exemple.

A 9 den. l'aune de ruban, combien 78 aunes à 9 den.

Pour 6 den.	19 l. 14 s. 6 den.
Pour 3 den.	9 17 3
Rx.	29 l. 11 s. 9 den.

Avertissement sur la multiplication des deniers purs, pour avoir livres, sols & deniers au produit.

Comme il y en a plusieurs qui ont de la peine à comprendre la maniere de faire venir des livres, sols & deniers au produit, en multipliant par les deniers purs, & agissant sur le pied de 24 deniers pour faire venir des livres, & sur le pied de 12 deniers pour faire venir des sols & deniers, s'il y échet, comme il vient d'être expliqué : alors, pour s'exempter de cette difficulté, qu'ils suppolent un sol, dont ils tireront la valeur d'un nombre proposé, observant la Regle expliquée pour 1 sol ci-devant, & ayant la valeur d'un sol, d'icelle ils en tireront la valeur des deniers, comme s'il y a 4 deniers, on voit que 4 deniers sont le tiers d'un sol, par conséquent tirant le tiers du produit d'un sol, on aura la valeur de 4 deniers, ainsi des autres parties du sol, soit aliquotes ou aliquantes, observant de barrer le produit du sol, comme n'étant qu'une fausse ligne. Et si dans l'opération on peut trouver un sol sans en supposer un, ce sera encore mieux.

Ayant expliqué comment il faut multiplier par sols simples, & par sols & deniers séparément, il sera aisé de multiplier par livres, sols & deniers conjointement, comme il se voit par l'exemple suivant, que j'ai déjà expliqué, page 98, & que je répete ici pour faire voir la briéveté qui se trouve par les parties aliquotes, au lieu de se servir des deux autres méthodes expliquées aux pages 98 & 99.

Exemple.

A 23 liv. 15 ſ. 9 den. l'aune de drap, combien valent 35 aunes.

Opération.

35 aunes
à 23 liv. 15 ſols 9 den.

	105			* Preuve par 9
	70			8
Pour 10 ſols	17	10		6 X 6
Pour 5 ſols	8	15		
Pour 6 den.		17	6 den.	3
Pour 3 den.		8	9	

℟. 832 l. 11 ſols 3 den. pour la valeur requiſe, ainſi de toutes les autres multiplications.

** Preuve de l'Exemple de multiplication.*

Comme j'ai prouvé l'Addition & Souſtraction des livres, ſols & deniers pour la preuve de 9, ainſi j'expliquerai la même preuve par 9 ſur le ſujet de la Multiplication ci-deſſus, qui ſervira de modele à toutes les autres Multiplications, dont le multiplicateur ſera compoſé de livres ſols & deniers.

Elle ſe fait ainſi. Je tire la preuve de 35 aunes, il vient 8, que je poſe au haut de la croix.

Enſuite je paſſe au multiplicateur 23 liv. 15 ſols 9 deniers, diſant : 2 & 3 ſont 5, que je double à cauſe que ce ſont des livres, ſont 10, dont la preuve eſt 1, que je joins aux 15 ſols, diſant : 1 & 1 ſont 2, & 5 ſont 7 que je triple, à cauſe que ce ſont des ſols, font 21, dont la preuve eſt 3, que je paſſe aux 9 den. il vient toujours 3, que j'écris au bas de la croix.

En troiſieme lieu je multiplie le 8 poſé au haut de la croix par le 3 poſé au bas, il vient 24, dont la preuve eſt 6, que j'écris au bras gauche de la même croix.

Enfin, je tire la preuve du produit, qui eſt 832 liv. 11 ſols 3 deniers, diſant : 8 & 3 font 11, dont la preuve eſt 2 & 2 font 4, que je double font 8, que je joins aux 11 ſols, diſant 8 & 1 font 9 & cet 1 que je triple font 3, que je joins aux 3 den. font 6, que je poſe au bas vuide de la croix, & c'eſt la preuve, d'autant que les deux dernieres preuves font 6, & partant égales ; s'il étoit arrivé autrement, la regle auroit été fauſſe.

Preuve de la multiplication ci-deſſus par la Diviſion. Voyez ci-après, page 144.

Il faut remarquer que ſi au produit d'une multiplication il n'y a point de ſols ni de deniers, & qu'il y en ait au multiplicateur, il faudra obſerver le même ordre au produit qu'au multiplicateur ; ſavoir, de doubler les livres du produit, & paſſant par-deſſus le zéro des ſols, tripler le ſurplus de 9 provenu des livres.

Par exemple, ſi on demande combien valent 24 aunes d'étoffe, à raiſon de 6 livres 6 ſols 8 deniers, faiſant l'opération, il viendra au produit 152 livres comme ci-deſſous.

	24 aunes	preuve par 9
à	6 livres 6 ſols 8 den.	6
	144	3 X 3
	8	8

℟. 152 liv. pour la valeur requiſe.

Pour preuve, il faut tirer la preuve du nombre à multiplier, 24 aunes, il viendra 6, qu'il faut écrire au haut de la croix.

Il faut auſſi tirer la preuve du multiplicateur, 6 liv. 6 ſols 8 den. en doublant aux livres & triplant aux ſols, comme il a été enſeigné, il viendra 8, qu'il faut écrire au bas de la même croix.

Puis multipliant ces deux preuves 6 & 8 l'une par

l'autre, il vient 49, dont la preuve eſt 3, qu'il faut poſer au bras gauche de la même croix.

Enfin tirant la preuve du produit, qui eſt 152 livres, il vient 8 qu'il faut doubler à cauſe des 6 livres du multiplicateur, il vient 16, dont la preuve eſt 7, qu'il faut tripler à cauſe des 6 ſols du même multiplicateur, il vient 21, dont la preuve eſt 3, qu'il faut écrire au bras droit de la même croix, & c'eſt la preuve.

Cette Regle de Multiplication ſe peut prouver par la Diviſion, comme la précédente.

Queſtions ſur la Multiplication en fractions d'aunage.

Quelqu'un doit 24 aunes $\frac{5}{6}$ d'étoffe, à raiſon de 6 liv. 6 ſols 8 deniers l'aune, on demande combien vaut le tout.

Pour opérer en cette Regle, il faut premiérement multiplier les 24 aunes par 6 liv. 6 ſols 8 deniers, comme il a été enſeigné, & comme il vient d'être pratiqué tout fraîchement dans le dernier exemple.

Cela fait, il faut conſidérer ſelon la Table du bordereau d'aunage, *page* 95, que les $\frac{5}{6}$ d'aunes à l'égard de 20 ſols, valent 16 ſols 8 deniers; ou $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$, c'eſt-à-dire $\frac{1}{2}$ à cauſe de 10, & $\frac{1}{3}$ à cauſe de 6 ſols 8 deniers.

Si donc on prend pour $\frac{3}{6}$ la moitié de 6 liv. 6 ſols 8 den. il viendra 3 liv. 3 ſols 4 den. & ſi pour les $\frac{2}{6}$ reſtants on prend le tiers de 6 liv. 6 ſols 8 deniers, viendra 2 liv. 2 ſols 2 den. $\frac{2}{3}$.

Cela fait, ajoutant le tout enſemble, la ſomme de l'addition donnera le produit requis pour la valeur des ſuſdites 24 aunes $\frac{5}{6}$, au prix propoſé, comme il ſe voit par l'opération qui ſuit.

Opération.

24 $\frac{5}{6}$ aunes
à 6 liv. 6 ſ. 8 den.

Preuve par 9

Pour les 6 liv.	144 liv.		5
Pour les 6 ſ. 8 d.	8		4 X 4
Pour les $\frac{3}{6}$	3	3 ſ. 4 d.	
Pour les $\frac{2}{6}$	2	2 2 d. $\frac{2}{3}$	8

Rx. 157 liv. 5 ſ. 6 d. $\frac{2}{3}$ ou $\frac{4}{6}$ pour la valeur requiſe.

Preuve par 9 de la Multiplication ci-deſſus.

Pour faire la preuve par 9 d'une Multiplication en fraction d'aunage, comme celle ci-deſſus, & toutes autres ſemblables, il faut préalablement réduire les fractions qui viennent au produit en même dénomination que la fraction du nombre à multiplier, c'eſt-à-dire, que s'il y a des ſixiemes au nombre à multiplier, il faut réduire la fraction du produit, s'il y en a, en ſixiemes auſſi, comme il ſe voit ci-deſſus, où la fraction du produit étoit $\frac{2}{3}$, que j'ai réduits en $\frac{4}{6}$, à cauſe des $\frac{3}{6}$ du nombre à multiplier.

Cela fait, il faut tirer la preuve de 24 aunes $\frac{5}{6}$, diſant: 2 & 4 font 6, qu'il faut multiplier par 6, dénominateur des $\frac{5}{6}$, le produit eſt 36, auxquels joignant les 5 des $\frac{5}{6}$, le tout fait 41, dont la preuve eſt 5, qu'il faut poſer au haut de la croix.

Enſuite tirant la preuve du multiplicateur 6 liv. 6 ſols 8 den. en doublant aux livres, & triplant aux ſols, comme il a été enſeigné, il viendra 8, qu'il faut écrire au bas de la croix.

Puis multipliant ces deux preuves 5 & 8 l'une par l'autre, il viendra 40, dont la preuve eſt 4, que l'on écrira au côté gauche de la croix.

Enfin tirant la preuve du produit, qui eſt 157 livres 5 ſols 6 deniers, de même ordre que celle du

multiplicateur, en doublant & triplant, il viendra zéro, qu'il faut multiplier par le dénominateur des $\frac{4}{6}$, disant: 6 fois zéro, ce n'eſt rien, reſte 4, numérateur des $\frac{4}{6}$, qu'il faut écrire au bras droit de la croix, & c'eſt la preuve.

Preuve de la Multiplication ci-deſſus par la Diviſion.

Voyez la page 144.

Mais ſi d'aventure il ne ſe rencontroit point de fractions au produit d'une Multiplication en fractions d'aunage, après avoir tiré la preuve du nombre à multiplier, comme auſſi du multiplicateur, & multiplié ces deux preuves l'une par l'autre, & poſé ces trois reſtes aux trois côtés de la croix, il faut tirer la preuve des livres, ſols & deniers du produit, comme il vient d'être expliqué, & multiplier la preuve des deniers du même produit par le dénominateur de la fraction du même nombre à multiplier, comme il ſe voit dans l'exemple de multiplication ci-deſſous, où la preuve des deniers du produit eſt 1, qu'il faut multiplier par 6, marqué au produit en fraction, comme $\frac{0}{6}$, il vient 6, & c'eſt la preuve, comme il eſt requis; ainſi des autres.

Exemple.

A 8 livres 15 ſols l'aune de drap, combien 53 aunes $\frac{5}{6}$.

Opération.

	53 aunes $\frac{5}{6}$			Preuve par 9	
à	8 livres	15	ſols.	8	
	424 livres.			6 X 6	
Pour 10 ſ.	26	10	ſols.	3	
Pour 5	13	5			
Pour $\frac{3}{6}$	4	7	6 d.		
Pour $\frac{2}{6}$	2	18	4		

℟. 471 livres 0 ſol. 10 den. pour la valeur requiſe. *Voyez ci-après, page* 144.

Avertiſſement pour la preuve des Multiplications en fractions d'aunage ci-deſſus.

APRÈS avoir fait voir dans les Multiplications ci-deſſus toutes les circonſtances à obſerver pour la preuve de 9, j'expliquerai la maniere générale de prouver toutes les mêmes Regles par leur contraire ; ſavoir, par la Diviſion.

Ce qui ſe fait en diviſant le produit des deux nombres qui ont été multipliés par l'un d'iceux, & le quotient de la Diviſion donnera l'autre.

Comme dans l'exemple ci-devant, ſi on diviſe le produit ; qui eſt 471 livres 0 ſols 10 deniers par 53 $\frac{5}{6}$ nombre à multiplier, le quotient donnera 8 liv. 15 ſ. pour le multiplicateur.

Ou ſi on diviſe le même produit 471 liv. 0 ſ. 10 den. par le multiplicateur, qui eſt 8 liv. 15 ſols, le quotient donnera 53 $\frac{5}{6}$ nombre à multiplier, comme il eſt propoſé ; & ainſi c'eſt à celui qui chiffre de chercher de la facilité dans l'opération, parce qu'il eſt quelquefois plus facile en de certains nombres de diviſer le produit d'une Multiplication par le nombre à multiplier pour trouver le multiplicateur, que de diviſer le même produit par le multiplicateur, pour avoir le nombre à multiplier, comme il ſe verra dans quelques opérations de Diviſion ci-après, qui ſerviront de preuve aux Multiplications ci-deſſus.

Ayant expliqué ci-devant tous les préceptes néceſſaires pour multiplier, tant en nombres entiers, que par les parties aliquotes de 20 ſols & de 12 deniers, il ſera facile de réſoudre toutes ſortes de queſtions ſur la Multiplication, ſelon qu'elles ſeront propoſées ci-après.

Usage de la Multiplication.

L'usage de la Multiplication est de réduire une grande espece, soit de monnoie, de poids, de mesure, &c. en moindres especes.

Réductions de livres en sols.

Pour réduire des livres en sols, il faut multiplier le nombre des livres par 20 sols, & le produit donnera des sols.

Ou bien il faut doubler le nombre des livres, puis les ajouter, & posant un zéro au-devant de la somme, ce seront autant de sols.

Exemple.

On demande combien 78 livres valent de sols.

Opération.

	78 liv.		autrement 78 liv.
par	20 sols.		78
℟.	1560 sols.	℟.	1560

Réduction des sols en deniers.

Pour réduire des sols en deniers, il faut multiplier le nombre des sols par 12 deniers, valeur d'un sol, & le produit des deniers.

Exemple.

On demande combien 789 sols valent de deniers

Opération.

	789 sols à multiplier
par	12 deniers.
	1578
	789
℟.	9468 deniers.

De même si on veut réduire des ℔ de poids de 16 ou 15 onces en onces, il faut multiplier le nombre des ℔ par 16 ou par 15, & le produit donnera des onces.

Pour réduire des marcs en onces, il faut multiplier les marcs par 8 onces.

Des toiſes en pieds, il faut multiplier par 6.

Des perches en pieds, il faut multiplier par 18, ou par 20, ou par 22, ou par quelqu'autre nombre de pieds que la perche contiendra.

Des pieds en pouces, il faut multiplier par 12, &c. ainſi des autres.

Abréviation de Multiplication par les parties aliquotes de 10, *de* 100 *&* *de* 1000.

J'AI enſeigné ci-devant, page 35, que pour multiplier par 10, il ne faut qu'ajouter un zéro au nombre à multiplier; par 100, il en faut ajouter 2, & par 1000, il en faut ajouter 3, & la Multiplication eſt faite.

Or, puiſque pour multiplier par 10, on ajoute un zéro, ſi on veut multiplier par une partie aliquote de 10, comme par 3 liv. 6 ſols 8 den. qui eſt $\frac{1}{3}$, ou par 2 liv. 10 ſols qui eſt $\frac{1}{4}$, &c. il faut ajouter un zéro au nombre à multiplier, qui eſt autant que de multiplier par 10; puis du nombre à multiplier augmenté d'un zéro, tirer ou le tiers, ou le quart, &c. & ce tiers ou ce quart, &c. ſera le produit de la Multiplication.

Par exemple, ſi on veut ſavoir combien valent 65 aunes d'étoffe à 3 livres 6 ſols 8 deniers l'aune, je regarde que 3 livres 6 ſols 8 deniers eſt $\frac{1}{3}$ de 10 livres, c'eſt pourquoi j'ajoute un zéro à 65, & il vient 650, qui eſt autant que ſi j'avois multiplié 65 par 10; mais puiſque 3 liv. 6 ſols 8 deniers ne font que le tiers de 10 livres, je tire le tiers de 650, il vient 216 livres 13 ſols 4 deniers pour la valeur deſdites 65 aunes à la raiſon ſuſdite, comme il ſe voit par l'opération ci-après, enſuite de la Table des parties aliquotes de 10 liv.

Si

Si on veut multiplier par parties aliquotes de 100, on ajoutera deux zéros au nombre à multiplier, & du nombre total on en tirera ou la moitié, ou le tiers, ou le quart, &c. selon la partie aliquote.

De même si on veut multiplier par les parties aliquotes de 1000, on ajoutera trois zéros, & on opérera de la même façon, selon la partie aliquote qui se présentera.

On remarquera que pour faire l'opération de pareilles multiplications, après avoir posé le nombre à multiplier, on séparera de la valeur d'un point le nombre à multiplier d'avec le zéro, ou plusieurs, s'il y en a d'ajoutés à ce même nombre, comme il se voit par l'opération ci-dessus & les suivantes.

Et afin que l'on connoisse les parties aliquotes de 10 liv. de 100 liv. & de 1000 liv. je donnerai les Tables suivantes, après chacune desquelles je formerai une question convenable à icelles, pour en faire voir l'usage.

Table des parties aliquotes de 10 livres.

10 livres.		
$\frac{1}{2}$	5 liv.	
$\frac{1}{3}$	3	6 sols 8 den.
$\frac{1}{4}$	2	10
$\frac{1}{5}$	2	
$\frac{1}{6}$	1	13 sols 4 den.
$\frac{1}{8}$	1	5
$\frac{1}{12}$	0	16 8

A 3 livres 6 sols, 8 deniers l'aune, combien 65 aunes.

Posez un zéro après 65, il viendra 650 ; puis tirez le tiers, il viendra 216 livres 13 sols 4 deniers pour la valeur de 65 aunes à 3 liv. 6 sols 8 deniers l'aune,

Opération.

aunes 650

℟. 216 liv. 13 sols 4 deniers.

Table des parties aliquotes de 100 livres.

	100 livres	
1/2	50 liv.	
1/3	33	6 s. 8 d.
1/4	25	
1/5	20	
1/6	16	13 s. 4. d.
1/8	12	10
1/10	10	
1/12	8	6 8
1/16	6	5

Question.

A 16 livres 13 sols 4 den. l'aune de drap de Hollande, combien 23 aunes.

Posez deux zéros après 23, il viendra 2300 dont vous tirerez le sixieme.

Opération.

23 00

℟. 383 liv. 6 s. 8 den.

Ayant fait l'opération de la question ci-dessus, il est venu 383 liv. 6 sols 8 deniers pour la valeur des 23 aunes, à 16 livres 13 sols 4 deniers l'aune ; ainsi des autres.

Table des parties aliquotes de 1000 livres.

	1000 livres	
1/2	500 liv.	
1/3	333	6 s. 8 d.
1/4	250	
1/5	200	
1/6	166	13 4
1/8	125	
1/10	100	
1/12	83	6 8
1/16	62	10

Question.

A 83 l. 6 s. 8 d. le muid de vin, combien 57.

Posez trois zéros après 57, il viendra 57000, dont vous tirerez le douzieme.

Opération.

57 000

℟. 4750

Ayant fait l'opération comme il se voit ci-dessus, il est venu au produit 4750 livres pour la valeur des 57 muids de vin, à raison de 83 liv. 6 sols 8 deniers.

Il faut observer le même ordre pour les autres parties aliquotes de 10, de 100, ou de 1000 livres.

Maniere de multiplier par des sols sans parties aliquotes.

QUAND ou voudra multiplier par un nombre de sols qui seront en nombre pair, comme si on veut savoir combien valent 98 aunes de toile à 14 sols l'aune, on écrira 98 aunes, & 14 sols au-dessous un peu plus loin à main droite; puis prenant la moitié de 14 sols, qui est 7, que l'on gardera dans la mémoire, on multipliera les 98 aunes par ce 7, disant: 7 fois 8 font 56, & doublant le 6 il vient 12, c'est-à-dire, 12 sols, que je pose au rang des sols, & retiens les 5 dixaines.

Enfin je multiplie le 9 de 98 par le même 7; il vient 63, & 5 que j'ai retenus font 68, c'est-à-dire, 68 livres.

Opération.

9 8 aunes
à 14 sols

℟. 68 livres 12 sols pour la valeur requise.

On observera le même ordre pour les autres nombres pairs.

Comme par 6 sols de multiplier par 3
par 8 multiplier par 4
par 12 multiplier par 6
par 16 multiplier par 8
par 18 multiplier par 9

Mais si le nombre des sols par lesquels on veut multiplier est impair, comme 13, on agira premiérement pour 12, comme ci-dessus.

Puis pour 1 sol, comme il a été enseigné ci-devant, page 103, & on ajoutera les deux produits.

Abréviation pour la Multiplication par les parties aliquotes, lesquelles étant prises en sens contraire, peuvent servir aussi pour la Division, selon la Table ci-après, pages 155 & 156.

QUAND le nombre à multiplier sera composé de plusieurs parties aliquotes, il faut multiplier premiérement le multiplicateur par une des parties aliquotes, puis le produit par l'autre, barrant ce premier produit, & le dernier produit sera le produit total de la Multiplication.

Quand je dis, multiplier par les parties aliquotes, j'entends que si le nombre est 3, on multiplie le multiplicateur par 3; si le nombre à multiplier est 4, on multiplie le multiplicateur par 4, &c.

Exemple.

Comme si on demande la valeur de 4 aunes d'étoffe à 15 livres 12 sols 6 deniers l'aune, multipliant 15 livres 12 sols 6 deniers par 4, la multiplication se feroit tout d'un coup en une seule ligne, & il viendroit 62 livres 10 sols au produit; ainsi des autres nombres, depuis 2 jusqu'à 9.

Opération.

4 aunes
à 15 livres 12 sols 6 deniers.

Pr. 62 livres 10 sols 0

Construction de la Multiplication ci-dessus.

J'ai premiérement multiplié les 6 deniers du multiplicateur par les 4 aunes, vient 24 deniers, qui valent 2 sols que je retiens.

Ensuite j'ai multiplié les 12 sols du multiplicateur par les mêmes 4 aunes; il vient 48 sols, & 2 retenus font 50 sols, qui valent 2 livres 10 sols; je pose 10 sols, & retiens 2 livres.

Enfin j'ai multiplié 15 livres par les mêmes 4 aunes, il vient 60 livres, & 2 retenus font 62 livres, & le tout fait 62 livres 10 sols pour la valeur requise.

Voilà la maniere de multiplier tout-d'un-coup, lorsqu'il n'y a qu'une figure au nombre à multiplier.

Mais si d'avanture le nombre à multiplier est composé des parties aliquotes, comme seroit le nombre 24, il faut considérer les parties aliquotes dont il est composé : on voit que 24 sont produits de 6 multipliés par 4, tellement que si on veut multiplier un multiplicateur, tel qu'il soit, par 24, on multipliera premiérement le multiplicateur par 6; il viendra un produit, lequel sera multiplié par 4, barrant ce premier produit, & ce dernier produit donnera le produit requis.

Exemple.

On demande la valeur de 24 onces de galon d'argent à 5 livres 19 sols 6 deniers l'once.

Il faut multiplier 5 livres 19 sols 6 deniers par 6, il viendra 35 livres 17 sols.

Ensuite il faut multiplier 35 livres 17 sols par 4, il viendra 143 livres 8 sols pour la valeur requise.

Opération.

24 onces.
à 5 livres 19 sols 6 deniers.

---

35 17 0

R. 143 livres 8 sols pour la valeur des 24 onces de galon d'argent, à 5 liv. 19 sols 9 den. l'once.

Il y a quantité de nombres propres pour abrévier de cette même façon, que vous trouverez dans la Table des abréviations pour la Diviſion ci-après, où je prouverai la multiplication par la Diviſion, & réciproquement la Diviſion par la Multiplication, ſelon l'ordre des abréviations.

Après avoir amplement traité de la Multiplication dans toutes ſes circonſtances, pour ce qui regarde les préceptes néceſſaires à ſon opération, il s'agit maintenant d'en faire voir l'application ; & pour cet effet, je propoſerai ci-après pluſieurs queſtions concernant les Finances & la Marchandiſe.

Pluſieurs queſtions ſur la Multiplication.

Avertiſſement.

Les principes de multiplication ont été amplement enſeignés, tant par les Regles générales que par les parties aliquotes de 20 ſols & abréviation: c'eſt pourquoi après avoir propoſé quelques queſtions, je me contenterai de faire l'opération des Regles, ſans particulariſer davantage ſur leur explication.

Queſtion premiere.

Quelqu'un a acheté 25 muids de vin, à raiſon de 58 liv. 15 ſols le muid pour tous frais ; on demande combien vaut le tout.

Opération.

25 muids
58 liv. 15 sols la piece.

200 liv.
125
12 liv. 10
6 5

R. 1468 liv. 15 s. pour la valeur des 25 muids.

Question seconde.

On demande combien valent 56 cordes de bois, à raison de 9 liv. 12 sols la corde.

Opération.

56 cordes de bois.
à 9 liv. 12 sols.

504
28
5 12 sols.

R. 537 liv. 12 sols pour la valeur de 56 cordes.

Question troisieme.

La pinte de vin vaut 5 sols 4 deniers, on demande combien vaut le muid.

Multipliez 280 pintes, valeur d'un muid, par 5 sols 4 den. & vous trouverez 74 liv. 13 sols 4 den. pour la valeur du muid.

Opération.

280 pintes
5 sols 4 den.

70
4 13 sols 4 den.

74 liv. 13 sols 4 den.

Queſtion quatrieme.

On demande combien valent 35 ſetiers de blé, à raiſon de 12 livres 15 ſols le ſetier.

Multipliez 35 par 12 livres 15 ſols, il viendra 446 livres 5 ſols.

Opération.

35 ſetiers.
à 12 liv. 15 ſols.

70
35
17 10 ſols.
8 15

R. 446 liv. 5 ſols pour la valeur requiſe.

Queſtion cinquieme.

La douzaine d'une certaine marchandiſe coûte 24 livres, on demande combien la groſſe, qui eſt 12 douzaines.

Multipliez 12 douzaines par 24 livres, il viendra 288 livres.

Opération.

12 douzaines
à 24 livres.

48
24

R. 288 livres pour la valeur requiſe.

Queſtion ſixieme.

Un Marchand Papetier a acheté un ballot de papier, contenant 88 rames, à raiſon de 4 liv. 12 ſols la rame, on demande combien il faut payer pour le tout.

Multipliez 88 par 4 liv. 12 ſols, il viendra 404 livres 16 ſols.

Opération.

88 rames

à 4 liv. 12 sols.

352

44

8 liv. 16 sols.

R. 404 liv. 16 sols pour la valeur requise des 88 rames à 4 livres 12 sols.

Question septieme, ou *Regle de dépense par la Multiplication, pour savoir à tant par jour combien par an.*

Quelqu'un paie 48 sols par jour pour sa pension, on demande combien il doit payer pour la dépense de toute l'année, qui contient 365 jours.

Multipliez 365 jours par 48 sols, il viendra au produit 876 liv. pour la dépense de l'année entiere.

Opération.

365 jours à multiplier.

par 2 livres 8 sols.

730

73

73

R. 876 livres.

Et si on vouloit savoir la dépense de 58 jours au même prix, il faut multiplier de même 58 par 2 liv. 8 sols, il viendra 139 livres 4 sols pour le requis. Et ainsi d'un autre nombre de jours à un autre prix par jour.

Question huitieme, ou *Rachat de Rente.*

Quelqu'un paie 66 livres 13 sols 4 den. de rente par an; on demande, s'il en vouloit faire le rachat, combien il faudroit qu'il payât pour le fonds

principal de ladite rente, le rachat se faisant au denier 18.

Pour le savoir, il faut multiplier 18 par 66 liv. 13 sols 4 deniers, & il viendra 1200 liv. au produit, qui est le principal ou le fonds requis pour faire le remboursement de la rente ci-dessus.

Opération.

18
66 liv. 13 sols 4 den.

108 liv.
108
9
3

R. 1200 liv. qu'il faut de principal.

Ainsi des autres, à quelque denier que se fasse le rachat, comme si le rachat se fait au denier 16, il faut multiplier la rente par 16, &c.

La preuve de cette question se fera par la Division, lorsque j'expliquerai la constitution de rente ci-après, *pages* 147 & 148.

Question neuvieme.

Quelqu'un loue une maison 350 liv. par an; & cette maison étant à vendre, un particulier la veut acheter sur le pied de ce qu'elle est louée, & à raison du denier 18, c'est-à-dire, qu'il entend que son argent lui profite autant en achetant cette maison, que s'il le mettoit en rente au denier 18; on demande le prix de cette maison.

Multipliez 350 liv. par 18, & le produit sera de 6300 livres, qu'il faut payer pour le prix de ladite maison.

Opération.

350
18

2800
350

R. 6300 liv. qui ſera le prix de la maiſon.

Queſtion dixieme, ou *Regle pour tirer le ſol pour livre, ou 8 deniers, ou 6 deniers, ou 4 deniers, &c. ou quelque denier que ce ſoit.*

Quelqu'un a acheté une maiſon de 29600 livres, de laquelle il doit les lods & ventes, à raiſon de 1 ſol 8 deniers pour livre; on demande ce qu'il doit payer pour leſdits lods & ventes.

Multipliez 29600 liv. par 1 ſol 8 deniers, ce qui ſe fait en tirant le douzieme de 29600, il viendra 2466 liv. 13 ſols 4 den.

Opération.

29600 liv.
à 1 ſol 8 den. pour livre.

R. 2466 liv. 13 ſols 4 den. qui ſont dûs au Seigneur.

Queſtion onzieme.

On demande le contrôle de la ſomme de 29600 liv. à raiſon de 10 den. pour liv.

Multipliez 29600 liv. par 10 den. ſelon l'ordre des parties aliquotes de 24 den. & de 12 deniers, il viendra 1233 liv. 6 ſols 8 den.

Opération.

à 29600 liv.
10 den.

Pour 6 den. 740
Pour 4 den. 493 liv. 6 sols 8 den.

R. 1233 liv. 6 sols 8 deniers qu'il faut payer pour le contrôle de la susdite somme de 29600 livres.

Question douzieme, ou *Remise au-dedans.*

Le Roi faisant remise de 1 sol 3 den. pour livre sur la somme de 50000 liv. dont il faut faire le recouvrement, on demande la remise, & ce que l'on doit payer de net.

Cette Regle n'est qu'une Multiplication par les parties aliquotes comme les précédentes; c'est pourquoi il n'y a qu'à multiplier les 50000 livres par 1 sol 3 deniers.

Pour l'opération, vous agirez comme pour 2 sols 6 deniers, en tirant le huitieme; puis du produit vous en tirerez la moitié; cette moitié sera le produit de 1 sol 3 deniers: autrement vous pouvez agir pour 1 sol, puis pour 3 deniers séparément, & ajouter les deux produits.

Opération.

50000 livres
à 1 sol 3 den.

R. 3125 livres pour la remise.

Et pour trouver ce qu'il faut payer de net au Roi, faites une soustraction, ôtant 3125 liv. de 50000 l. & le reste sera 46875 liv. à payer de net.

Principal	50000
Remiſe	3125
Reſte	46875

Enfin, on ſe ſervira pour telles Regles des mêmes loix ou préceptes que j'ai enſeignés dans l'explication des parties aliquotes, ſoit des ſols ſimples ou deniers ſimples, ſoit de ſols & deniers conjointement, ſoit que l'on diſe à 2 den. à 3 den. à 4 den. &c. ou à 1 ſol, à 2 ſols, à 1 ſol 3 den. à 1 ſol 8 den. &c. pour livre de profit ou de perte.

Avertiſſement.

Comme l'ame de toutes les affaires du monde eſt l'argent comptant, & qu'il importe fort de ſavoir bien payer, ou recevoir une ſomme de deniers, c'eſt la raiſon pour laquelle il eſt néceſſaire d'enſeigner la façon de dreſſer toutes ſortes de bordereaux, ſoit en matiere de Finances ou de marchandiſes, & tirant la valeur de chaque eſpece, ſoit d'or ou d'argent, ou marchandiſe, en rapporter la valeur totale.

Ce qui eſt très-néceſſaire, particuliérement à Meſſieurs les Commis des Finances, comme auſſi aux Banquiers & Marchands, leſquels ont à payer tous les jours, & à recevoir auſſi pluſieurs ſommes notables.

De la maniere de dreſſer un Bordereau de paiement.

Pour faire quelque Bordereau de paiement que ce ſoit, il eſt néceſſaire de connoître les eſpeces d'or & d'argent ſelon leur cours ordinaire.

Tout Bordereau de paiement ſe fait, ou par la Multiplication, ou par la diviſion : je les expliquerai tous deux.

Bordereau de paiement par Multiplication.

Le Bordereau de paiement par Multiplication n'eſt autre choſe que ce qui explique la valeur de pluſieurs eſpeces différentes, ſelon l'eſpece demandée.

En voici un exemple. Si quelqu'un vouloit faire un paiement de 7951 livres, & que pour y ſatisfaire, il eût dans ſa caiſſe les eſpeces ſuivantes; ſavoir:

640 pieces de 5 l. 14 ſ.
275 pieces de 11 l.
426 pieces de 3 l.

On demande la valeur deſdites eſpeces en livres tournois, afin de l'expliquer par un Bordereau.

Pour faire cette Regle, il faut évaluer le nombre deſdites pieces par le prix de chacune, l'une après l'autre.

Ce qui ſe fait, en multipliant ſéparément le nombre de chaque eſpece par ſa valeur, ſelon l'ordre de la Multiplication; il viendra à chaque produit la valeur requiſe, comme il ſe voit par les opérations ci-après.

1 *Opération.*	2 *Opération.*	3 *Opération.*
640 pieces	275 pieces	426 pieces
à 5 liv. 14 ſ.	à 11 livres.	à 3 livres.
3200	275	℔ 1278
320	275	
128		
℔	3025 livres.	

℔. 3648 liv.

Après avoir ainſi calculé à part, & trouvé au produit de chaque multiplication la valeur de chaque eſpece différente, il faut dreſſer le Borderau comme ci-après, & faire addition des produits, & la ſomme totale ſera la valeur entiere des eſpeces propoſées.

Addition des produits.

640 pieces de	5 l. 14 s.	valent	3648 livres.
275 pieces de	11	valent	3025 livres.
426 pieces de	3	valent	1278 livres.
	Somme totale		7951 livres.

Ayant fait addition des produits, j'ai trouvé pour somme totale 7951 livres, qui eſt la valeur du nombre des pieces mentionnées dans le bordereau de paiement.

Pour prouver que les Multiplications ci-deſſus ſont bonnes, ayez recours à la p. 144, où j'expliquerai la preuve de la Multiplication par la Diviſion; & pour preuve de l'Addition des produits, voyez la preuve de l'Addition ci-devant, *page* 15.

Autre Bordereau d'aunage.

Il n'y a point de différence de l'évaluation des pieces d'or ou d'argent à l'évaluation des aunes ou de drap ou de toile, &c. comme auſſi des ℔ de poids, ou de telle autre marchandiſe que l'on voudra, parce que, pour prouver la valeur d'un nombre de quelque eſpece, ſoit d'or ou d'argent, ou de marchandiſe, il faut toujours multiplier la quantité des pieces ou aunes par la valeur d'une.

Par exemple, ſi un Marchand avoit acheté les trois pieces d'étoffes ci-deſſous, & qu'il voulût ſavoir combien il devroit payer pour le tout, on diſpoſera leſdites trois pieces d'étoffes comme il ſe voit.

36 aunes de drap à 13 liv. 12 ſols l'aune.
48 aunes de ſerge à 3 liv. 18
55 aunes de ratine à 4 liv. 15 ſols 6 den.

Il faut trouver la valeur de chaque piece d'étoffe l'une après l'autre, en multipliant ſéparément chaque nombre d'aune par la valeur de l'aune, comme il a été enſeigné; il viendra à chaque produit la valeur de la piece d'étoffe, comme il ſe voit par les opérations ſuivantes.

1. *Opération.*	2. *Opération.*	3. *Opération.*
36 aunes	48 aunes	55 aunes
à 13 liv. 12 ſ.	à 3 l. 18 ſ.	à 4 l. 15 ſ. 6 d.
108 l.	144 l.	220 l.
36	24	27 10 ſ.
18	9 12	13 15
3 12	9 12	1 7 ſ. 6 d.
℞ 489 l. 12 ſ.	℞. 187 l. 4 ſ.	℞. 262 l. 12 ſ. 6 d.

Ayant ainſi fait toutes les Multiplications, on fera addition des produits, & la ſomme totale de l'addition ſera la valeur des trois pieces d'étoffes, comme il ſe voit ci-après.

Addition des produits ci-deſſus.

489 liv.	12	ſols	
187	4		
262	12	6	den.

Somme totale, 939 liv. 8 ſols 6 den. pour la valeur des trois pieces d'étoffes ſuſdites.

Bordereau du paiement par Diviſion.

Voyez ci-après, *page* 152.

Ceux qui auront bien conſidéré tout ce que j'ai expliqué ci-deſſus touchant la Multiplication, n'auront pas de peine à réſoudre toutes les queſtions propoſées où il ſera beſoin de ſe ſervir de la Multiplication pour les réſoudre ; c'eſt pourquoi je n'en traiterai pas davantage, & je paſſerai à la Diviſion par livres, ſols & deniers.

Diviſion par livres, ſols & deniers.

QUELQUES-UNS ſe formaliſeront peut-être de l'ordre que j'ai gardé juſqu'ici, en ce que j'ai expliqué la Multiplication & Diviſion par livres, ſols & deniers ſéparément de la Multiplication & Diviſion en nombres entiers ; mais ſi on conſidere que dans les Multiplications & Diviſions des ſous-eſpeces, comme de l'aune, de la toiſe, comme auſſi du marc & de leurs parties, &c. il arrive ſouvent qu'il faut mettre en pratique les nombres rompus, on verra que j'ai dû entremêler le Traité des Fractions Arithmétiques, & l'expliquer enſuite des quatre opérations d'Addition, Souſtraction, Multiplication & Diviſion en entiers, ſans leſquelles on ne peut parvenir à la connoiſſance des mêmes quatre opérations en Fractions ; outre que la vraie preuve d'une Multiplication par livres, ſols & deniers, ſoit d'aunes ou toiſes entieres, même en fractions, ne ſe peut faire que par la Diviſion, comme je le ferai voir ci-après dans les preuves ſuivantes ſur la Diviſion, qui ſerviront de preuves aux Multiplications précédentes cotées chacune en ſon endroit.

Pour l'opération de la Diviſion des livres, ſols & deniers, il n'y a rien à obſerver, outre ce qui a été expliqué pour la Diviſion des entiers ci-devant, ſinon que ſi on diviſe les livres, & qu'à la fin de la Diviſion il en reſte quelque nombre, ce reſte eſt compté pour autant de livres qu'il faut réduire en ſols, en les multipliant par 20, & les ſols qui en proviendront, ſeront diviſés par le même diviſeur des livres, s'il ſe peut. Et ſi après la Diviſion des ſols, il reſte quelque nombre de ſols qui ne ſe puiſſe diviſer, on les réduira en deniers, en les multipliant

par 12, & les deniers qui en proviendront seront divisés de même par le diviseur commun des livres & des sols; & s'il reste encore quelque nombre de deniers, il les faut rapporter à la preuve, après les avoir réduits en livres, sols & deniers, s'il y échet; ou bien s'il est besoin de procéder encore à une subdivision, on réduira ces deniers restants en oboles, pour être divisées, de même que les livres, sols & deniers.

Pour l'intelligence de ce qui est dit ci-dessus, je ferai la question suivante.

Il y a 9548 livres à partager également en 365 personnes, on demande combien chacun aura pour sa part.

Divisez 9548 livres par 365, il viendra au quotient des Divisions 26 livres 3 sols 2 deniers pour la part de chacun, & il restera 50 deniers, qui valent 4 sols 2 deniers par-dessus le tout, que l'on rapportera à la preuve.

Opération.

225	5	5	
9548	1160	780	
(26 l.	(3 s.	(2 den.	
3685	365	365	
36			

Preuve par 9

58 liv.	65 s.	5
20 s.	12 d.	3 X 3
1160	780 d.	5

Ayant fait les Divisions, il est venu 26 liv. 3 sols 2 den. pour la part de chacun, & il reste 50 deniers qu'il faut rapporter à la preuve.

Preuve de la Division ci-dessus par 9.

Comme j'ai prouvé par la preuve de 9 les regles ci-devant d'Addition, Soustraction & Multiplica-

tion par livres, sols & deniers, je me trouve obligé de prouver la Division par livres, sols & deniers par la même preuve de 9.

Elle se fait ainsi. Il faut faire une croix en quelque part, puis tirer la preuve du diviseur 365, il vient 5, qu'il faut écrire au haut de la croix.

Ensuite il faut tirer la preuve du quotient 26 liv. 3 sols 2 deniers, en doublant aux livres & triplant aux sols, comme il a été enseigné ci-devant, page 14, il viendra aussi 5, que l'on posera au bas de la croix.

Ensuite il faut multiplier les deux preuves l'une par l'autre, savoir, 5, par 5, il viendra 25, dont la preuve est 7, auxquels j'ajoute les 5 des 50 deniers restés, il vient 12, dont la preuve est 3, qu'il faut écrire à côté de la croix.

Enfin il faut tirer la preuve du nombre à diviser 9548; il vient 8, que je double à cause qu'il y a livres & sols au quotient; il vient 16, dont la preuve est 7, que je triple à cause qu'il y a aussi des deniers au quotient; il vient 21, dont la preuve est 3, comme il est requis.

Et si au nombre à diviser il y avoit livres, sols & deniers, il faudroit observer le même ordre de doubler aux livres, & tripler aux sols pour en tirer la preuve.

Preuve de la même Division ci-dessus par Multiplication.

J'ai enseigné ci-devant que la Division se prouve par la Multiplication, & qu'il faut toujours multiplier le quotient par le diviseur pour trouver le nombre à diviser, en ajoutant au produit le reste de la Division, s'il y en a.

La raison est générale pour toutes les Divisions, soit que la Division soit de nombre entiers seulement, ou de livres, sols & deniers.

Tellement que si on veut prouver la Division ci-

dessus, où le nombre à diviser est 9548 livres, le diviseur 365 personnes, & le quotient 26 livres 3 sols 2 deniers avec 50 deniers de reste.

Il faut multiplier 365, diviseur, par 26 liv. 3 sols 2 deniers, & ajoutant 50 deniers restants, qui valent 4 sols 2 deniers, le produit donnera le nombre à diviser, qui est 9548 livres.

Opération.

par 365 à multiplier.
26 livres 3 sols 2 deniers.

2190		
730		
36	10 sols.	
18	5	
3	0	10 den.
	4	2 reste

Produit 9548 0 sols 0 qui est la preuve.

Les deux preuves de la Division ci-dessus par 9 & par Multiplication, serviront de modele pour prouver toutes les autres Divisions où il s'agira de livres, sols & deniers. C'est pourquoi dans les opérations suivantes, je ne parlerai point de la preuve.

Il y a encore une autre preuve de la Division, laquelle se fait par la Division même ; savoir, en divisant le nombre à diviser par le quotient, il viendra le Diviseur.

Il faut observer, si au quotient il y a livres, sols & deniers, comme en l'exemple ci-dessus, de réduire le nombre à diviser, & le quotient aussi tout en deniers; puis divisant les deniers de l'un par les deniers de l'autre, il viendra juste le diviseur ; & s'il est resté quelque nombre de deniers à diviser dans la premiere Division, le même nombre de deniers doit rester dans cette seconde, & c'est la preuve.

Avertiſſement ſur la réduction des livres en ſols, & des ſols en deniers reſtants d'une Diviſion.

Il faut remarquer que pour réduire des livres reſtantes d'une Diviſion en ſols, il faut poſer un zéro en quelque part pour le zéro de 20, parce que la livre vaut 20 ſols, & multiplier les livres reſtantes par le 2 du même 20, dont le produit ſera mis avant le zéro, lequel produit ſera tout prêt pour être diviſé par le même diviſeur des livres, ſans avoir la peine de tranſporter leſdites livres pour les réduire.

Enſuite ſi on veut réduire les ſols reſtants d'une Diviſion en deniers, on multipliera chaque caractere des ſols reſtés par 12 deniers tout-d'un-coup, comme ſi le nombre 12 n'étoit qu'un ſimple caractere, attendu, par exemple, que la Multiplication de 12 par 5 n'eſt pas plus difficile à faire que de multiplier 7 par 8, ou par quelqu'autre figure, puiſqu'il n'y a qu'à regarder la Table de Multiplication, *page* 31, & l'apprendre par cœur, & qu'elle eſt auſſi-bien dreſſée pour 12 multipliés par 5, 6, ou 7, &c. comme pour 9 multipliés par 6, 7, ou 8, &c.

Ce que j'ai obſervé dans toutes les opérations de Diviſions ſuivantes, contenues dans mon Arithmétique, à la réſerve de la premiere diviſion ci-deſſus, où j'ai fait les opérations de réductions tout au long, pour ſervir de modele à ceux qui ne ſeroient pas encore aſſez ſtylés à cette réduction abrégée.

Il faut encore remarquer qu'après avoir fait la Diviſion des deniers, s'il en reſte, il faut les réduire en ſols, en les diviſant par 12, ou en tirant le douzieme qui eſt la même choſe, dont il vient des ſols & deniers, s'il y échet; puis après on réduira ces ſols en livres, s'il ſe peut; & ce reſte de deniers étant ainſi réduit en livres, ſols & deniers,

ou en sols & deniers seulement, doit être rapporté au produit de la Multiplication qui se fait pour prouver la Division, comme la Division ci-dessus : il est resté 50 deniers, qui valent 4 sols 2 deniers, quej'ai rapportés pour parfaire la preuve, autrement elle se fût trouvée fausse.

Nota. S'il y a au nombre proposé à diviser livres, sols & deniers, on divisera premiérement les livres, puis réduisant les livres restantes en sols, s'il y en a, on joindra aux sols de cette réduction les sols de la somme à diviser, puis on fera la Division.

De même, s'il reste des sols à la Division des sols, on les réduira en deniers, auxquels on ajoutera les deniers de la somme à diviser, puis on fera la Division : ce que l'on observera en toutes Divisions où le nombre à diviser sera composé de livres, sols & deniers.

Réduction par Division.

La réduction par Division sert pour réduire les petites especes en grandes.

Réduction de deniers en sols.

Pour réduire les deniers en sols, il faut diviser le nombre des deniers par 12, & le quotient donnera des sols, & le reste sera des deniers.

Exemple.

On demande combien 9567 den. valent de sols.

Opération.

XIIX
9567
——— (797 sols, & reste 3 deniers.
XXXX
XX

Réduction des sols en livres.

Pour réduire des sols en livres, il faut diviser le nombre des sols par 20, & le quotient donnera des livres.

Ou autrement, pour le plus court, il faut séparer la derniere figure des sols à main droite, & prendre la moitié des autres, & cette moitié donnera des livres, & le reste ce seront autant de sols.

Exemple.

On demande combien 797 sols valent de livres.

Opération.

79 7 sols.

39 livres 17 sols.

Plusieurs autres réductions.

Pour réduire des pouces en pieds, il faut diviser le nombre des pouces par 12, & le quotient donnera des pieds; & s'il en reste, ce seront des pouces.

Pour réduire des pieds en toises, il faut diviser le nombre des pieds par 6, & le quotient donnera des toises.

Pour réduire des onces en ℔ de poids de 16 onces, il faut diviser les onces par 16, & le quotient donnera des ℔; & si ce sont des onces à réduire en ℔ de 15 onces, on divisera les onces par 15, & le quotient donnera des ℔.

Pour réduire des gros en onces, il faut diviser les gros par 8; & des onces en marcs, il faut diviser les onces par 8.

Réduction des pieds en perches.

La réduction des pieds en perches se fait diversement: Savoir.

Si c'est en perches de 18 pieds, il faut diviser par 18.
Si c'est en perches de 20 pieds, il faut diviser par 20.
Si c'est en perches de 22 pieds, il faut diviser par 22.
Si c'est en perches de 24 pieds, il faut diviser par 24.
Si c'est de 25, par 25.
ou par quelqu'autre nombre que ce soit de pieds, desquels la perche se divise.

Plusieurs Questions sur la Division, desquelles les cinq premieres serviront de preuve aux Multiplications ci-devant pages 112, 116, 117, 127 & 129.

Premiere Question.

QUELQU'UN a acheté 35 aunes d'étoffes qui lui ont coûté 832 liv. 11 sols 3 den. on demande combien vaut l'aune; il faut diviser 832 livres 11 sols 3 deniers par 35.

Opération.

$$\begin{array}{l} \cancel{1}27 \\ \cancel{8}\cancel{3}\cancel{2} \\ \hline \cancel{3}\cancel{5}\cancel{5} \\ \cancel{2}\cancel{3} \end{array} \left(23 \text{ liv. } \begin{array}{l} \quad 2 \\ \cancel{2}\cancel{0}6 \\ \cancel{5}\cancel{5}\cancel{8} \\ \hline \cancel{3}\cancel{5}\cancel{5} \\ \cancel{3} \end{array} \right. \left(15 \text{ sols } \begin{array}{l} \cancel{3}\cancel{1}\cancel{5} \\ \hline \cancel{3}\cancel{5} \end{array} \right. 9 \text{ den.}$$

Ayant fait la Division, il est venu 23 liv. 15 sols 9 deniers pour la valeur de l'aune, comme il a été proposé dans la Multiplication ci-devant, page 113, dont cette Division est la preuve.

Seconde Question.

24 aunes $\frac{5}{6}$ ont coûté 157 livres 5 sols 6 den. $\frac{4}{6}$. on demande combien vaut l'aune.

Divisez 157 liv. 5 sols 6 den. $\frac{4}{6}$ par 24 aunes $\frac{5}{6}$, & le quotient de la Division sera 6 liv. 6 sols 8 den. pour la valeur de l'aune.

Pour faire cette Regle réduisez 157 liv. 5 s. 6 d. $\frac{4}{6}$ en sixiemes de deniers, il viendra 226480 sixiemes.

Réduisez aussi 24 aunes $\frac{5}{6}$ en sixiemes, il viendra 149 sixiemes; puis divisant 226480 par 149, il viendra

dra au quotient 1520 deniers, qui, par réduction, valent 6 liv. 6 ſols 8 den. pour la valeur de l'aune; comme il a été propoſé dans la multiplication ci-devant, page 116, dont la queſtion ci-deſſus eſt la preuve.

Troiſieme Queſtion.

53 aunes $\frac{5}{6}$ ont coûté 471 liv. 0 ſols 10 deniers, on demande combien vaut l'aune.

Réduiſez, comme ci-deſſus, 471 liv. 0 ſols 10 deniers en ſixiemes de deniers, il viendra 678300 pour nombre à diviſer.

Réduiſez auſſi 53 $\frac{5}{6}$ en ſixiemes, il viendra 323 pour diviſeur; puis diviſant 678300 par 323, il viendra 2100 deniers, qui valent 8 liv. 15 ſols, pour la valeur de l'aune, & c'eſt la preuve de la multiplication ci-devant, page 117, & ainſi des autres.

Quatrieme Queſtion.

Un Particulier achete 25 muids de vin, qui lui ont coûté, pour toute dépenſe, 1468 liv. 15 ſols; on demande la valeur de chaque muid en particulier.

Diviſez 1468 liv. 15 ſols par 25, comme il a été enſeigné, il viendra 58 liv. 15 ſols pour la valeur du muid.

Opération.

$$\frac{\begin{array}{c}\cancel{2}\cancel{1}\\ \cancel{1}\cancel{4}\cancel{6}\cancel{8}\end{array}}{\begin{array}{c}\cancel{2}\cancel{5}\cancel{5}\\ \cancel{2}\end{array}}\ (58 \text{ liv.} \qquad \frac{\begin{array}{c}\cancel{1}\cancel{2}\\ \cancel{3}\cancel{7}\cancel{5}\end{array}}{\begin{array}{c}\cancel{2}\cancel{5}\cancel{5}\\ \cancel{2}\end{array}}\ (15 \text{ ſols.}$$

℞. 58 liv. 15 ſ. pour la valeur de chaque muid, comme il a été propoſé dans la premiere queſtion de multiplication ci-devant, page 126, dont c'eſt ici la preuve.

Cinquieme queſtion.

Quelqu'un a acheté un muid de vin pour ſa proviſion, qui lui coûte 74 livres 13 ſols 4 deniers,

on demande à combien lui revient la pinte à raiſon de 280 pintes au muid.

Pour faire cette Regle, réduiſez 74 livres en ſols, & ajoutez les 13 ſols, il viendra 1493 ſols, que vous diviſerez par 280 ; & faiſant la diviſion comme il a été enſeigné, il vient au quotient des diviſions 5 ſols 4 den. pour la valeur de la pinte, & c'eſt la preuve de la troiſieme queſtion ſur la Multiplication, p. 127.

Opération.

74 liv. 13 ſols 4 deniers.

$$\frac{20}{1493 \text{ ſols}} \qquad \frac{\cancel{1}\cancel{4}93}{\cancel{2}\cancel{8}\cancel{0}} \text{ (5 ſols } \frac{\cancel{1}\cancel{1}\cancel{2}\cancel{0}}{\cancel{2}\cancel{8}\cancel{0}} \text{ (4 den.}$$

Ayant fait la diviſion, il eſt venu 5 ſols 4 deniers pour la valeur de la pinte de vin.

Sixieme Queſtion.

Quelqu'un a fait venir 56 cordes de bois, qui lui ont coûté 537 livres 12 ſols pour toute dépenſe ; on demande à combien lui revient la corde.

Diviſez 537 livres 12 ſols par 56, ſelon l'ordre de la diviſion, & le quotient donnera 9 livres 12 ſols pour la valeur de chaque corde.

Opération.

$$\frac{\overset{3}{\cancel{3}\cancel{8}\cancel{7}}}{\cancel{8}\cancel{6}} \text{ (9 liv.} \qquad \frac{\overset{11}{\cancel{6}\cancel{7}\cancel{2}}}{\underset{\cancel{8}}{\cancel{8}\cancel{6}\cancel{6}}} \text{ (12 ſols.}$$

℞. 9 liv. 12 ſols pour la valeur de chaque corde, comme il a été propoſé, page 127.

Septieme Queſtion,

ou *Regle de dépenſe par diviſion, pour ſavoir à tant par an, combien c'eſt par jour.*

Quelqu'un paie 876 livres de penſion par an, on demande combien c'eſt par jour.

Divisez 876 liv. par 365 jours, valeur de l'année, & le quotient de la division donnera 2 liv. 8 sols pour la dépense de chaque sour, comme il a été proposé à la Multiplication ci-devant, page 129.

Opération.

$$\frac{\overset{14}{\cancel{876}}}{\cancel{365}} \text{ (2 liv.} \qquad \frac{\cancel{2920}}{\cancel{365}} \text{ (8 sols.}$$

℞. 2 liv. 8 sols pour la dépense de chaque jour.

C'est comme qui diroit: Quelqu'un tient une maison à louage, de laquelle il paie 876 liv. par an, on demande combien c'est par jour. ℞. 2 liv. 8 sols.

Remarque. Et si quelqu'un avoit dépensé 225 liv. en un voyage de 60 jours, savoir combien il auroit dépensé chaque jour.

Divisez 225 par 60, & le quotient de la division donnera 3 liv. 15 sols pour chaque jour.

Huitieme Question, ou *Constitution de Rente.*

Quoique plusieurs confondent le mot de constitution de rente avec celui d'intérêt, disant que constituer de l'argent en rente, c'est la même chose que de donner de l'argent à intérêt, néanmoins il y a bien de la différence pour l'opération, & même pour la pratique; car quand on dit, donner de l'argent en rente au denier 16, c'est que de 16 livres que l'on donne à rente, on en tire une livre de profit au bout d'un an; de 18 livres on en tire une livre, de 20 liv. une livre, &c. laquelle constitution se fait à un denier plus haut ou plus bas, selon les lieux; comme à Paris, les constitutions les plus avantageuses pour les constituants se font au denier 18, qui est le denier de l'Ordonnance; d'autres au denier 20, qui rapporte moins de profit, dont la raison est toute évidente, puisque si de 18

livres on en retire une livre de profit au bout d'un an, & que de 20 liv. l'on n'en retire aussi qu'une liv. on tire autant de profit de 18 liv. que de 20 livres; partant si quelqu'un donne son argent au denier 20, il perd l'intérêt de 2 livres.

Quant à l'autre maniere de tirer l'intérêt d'une somme, c'est qu'en quelques pays, comme en Provence & autres endroits, on tire l'intérêt à raison de tant pour 100 par an, ce que j'expliquerai lorsque je traiterai de la Regle d'intérêt.

Question sur la Constitution de Rente.

Quelqu'un veut mettre 1200 liv. en rente au denier 18, on demande combien il recevra d'intérêt par an?

Divisez 1200 liv. par 18, & le quotient de la Division donnera 66 liv. 13 sols 4 deniers pour l'intérêt d'un an, comme il se voit par l'opération.

$$\frac{\begin{array}{c}1\\ \cancel{1}\cancel{2}2\\ \cancel{1}\cancel{2}\cancel{0}\cancel{0}\end{array}}{\begin{array}{c}\cancel{1}\cancel{8}\cancel{8}\\ \cancel{1}\end{array}}\ (66\text{ liv.}\ \frac{\begin{array}{c}\cancel{6}\cancel{6}\\ \cancel{2}\cancel{4}\cancel{0}\end{array}}{\begin{array}{c}\cancel{1}\cancel{8}\cancel{8}\\ \cancel{1}\end{array}}\ (13\text{ s.}\ \frac{\cancel{7}\cancel{2}}{\cancel{1}\cancel{8}}\ (4\text{ den.}$$

Pour preuve, voyez le rachat de rente ci-devant, page 129.

Et s'il étoit question de trouver l'intérêt de 3 ans 9 mois $\frac{1}{2}$, à la raison ci-dessus de 66 liv. 13 s. 4 d. par an,

Multipliez 3 ans 9 mois $\frac{1}{2}$ par 66 liv. 13 s. 4 den. le produit donnera l'intérêt que l'on demande, comme il se voit par l'opération.

Opération.

3 ans 9 mois $\frac{1}{2}$ à multiplier
par 66 l. 13 s. 4 d.

200 l.	0 s.	0 d.	pour 3 ans tout d'un coup.
33	6	8	pour 6 mois.
16	13	4	pour 3 mois.
2	15	6 $\frac{3}{2}$	pour $\frac{1}{2}$ mois.

Pren. 252 l. 15 s. 6 d. $\frac{2}{3}$ pour l'intérêt de 3 ans 9 mois $\frac{1}{2}$.

Comme j'ai diviſé ci-devant par 18, parce que la conſtitution de rente ſe faiſoit au denier 18; ainſi lorſque la conſtitution ſe fera au denier 14, au den. 16, au den. 20, &c. on diviſera la ſomme propoſée à mettre à rente par 14, ou par 16, ou par 20, ou par tel autre denier auquel ſe fera la conſtitution.

Neuvieme Queſtion.

Un Maître Chapelier a fait un mélange de pluſieurs différentes étoffes, peſant en tout 98 onces, qui lui coûtent 158 liv. on demande à combien lui revient l'once de ce mélange, afin de ſavoir à combien lui revient chaque chapeau, ſelon la quantité d'onces qu'il voudra y mettre.

Diviſez 158 livres par 98 onces, il viendra au quotient de la diviſion 32 ſols 2 den. $\frac{46}{49}$ pour la valeur de l'once.

Dixieme Queſtion.

Un maître Menuiſier va à un chantier pour acheter un cent de planches, & compoſe avec le marchand à 36 liv. le cent, à condition de prendre les $\frac{2}{3}$ du 100 de planches à 6 pieds de long, & l'autre tiers à 8 pieds; on demande à combien reviendra le pied.

Pour réſoudre cette queſtion, il faut concevoir que les $\frac{2}{3}$ de 100 ſont 66 $\frac{2}{3}$ ou $\frac{4}{6}$, qu'il faut multiplier par 6 pieds, & il viendra 400 pieds pour les $\frac{2}{3}$ de 100 de planches à 6 pieds de long.

Enſuite on ſait que $\frac{1}{3}$ de 100 eſt $33\frac{1}{3}$, qu'il faut multiplier par 8 pieds, & il viendra 266 pieds & $\frac{2}{3}$ de pied, tellement qu'ajoutant ces deux ſommes de pieds, on verra que les 100 planches contiennent 666 pieds $\frac{2}{3}$. Maintenant, pour ſavoir combien vaut le pied, il faut diviſer 36 livres par $666\frac{2}{3}$.

Mais d'autant que 36 livres ne ſe peuvent pas diviſer par $666\frac{2}{3}$, il faut réduire $666\frac{2}{3}$ en tiers, il viendra 2000 tiers; il faut auſſi réduire 36 liv. en tiers; il viendra 108, c'eſt-à-dire, 108 tiers de liv. à diviſer par 2000. Et d'autant que 108 tiers ne ſe peuvent diviſer par 2000 tiers, qui eſt autant que de dire 108 liv. à diviſer par 2000 livres, on en fera la réduction, & la diviſion enſuite, comme il ſe voit par l'opération ci-deſſous.

666 $\frac{2}{3}$ pieds à réduire en tiers. 36 l. à réduire en tiers.

2000 diviſeur — par 3

108 l. à réduire en ſols.

2160 — par 20

— (1 ſol — 2160 ſols à diviſer.

2000

Reſte 160 ſols à réduire en deniers, qui valent 1920 den. qui ne ſe peuvent diviſer par 2000.

Ayant fait la diviſion ci-deſſus, il eſt venu 1 ſol au quotient, & reſte $\frac{1920}{2000}$ pour la valeur d'un pied, au lieu de laquelle fraction, comme elle approche fort de l'entier, on comptera 1 ſol 1 den. pour la valeur de chaque pied, & partant les planches de 6 pieds vaudront 6 ſols 6 den. piece, & celles de 8 pieds vaudront 8 ſols 8 den.

Pour preuve, ſi on multiplie les 66 planches $\frac{2}{3}$ par 6 ſols 6 den. & les 33 planches $\frac{1}{3}$ par 8 ſols 8 den. & que l'on ajoute les deux produits, il viendra 36 liv. 2 ſols 2 den. $\frac{2}{3}$, leſquels 2 ſols 2 den. $\frac{2}{3}$ ſont à déduire ſur le tout, ce qui n'eſt pas conſidérable.

Onzieme Question.

Un marchand a acheté une piece de taffetas pesant 14 ℔, tenant 52 aunes $\frac{1}{2}$, & lui coûte 17 livres 15 sols la ℔; on demande à combien lui revient l'aune.

Pour résoudre cette question & les autres semblables, il faut premiérement trouver la valeur de 14 ℔, en multipliant par 17 livres 15 sols, valeur de la ℔, il viendra au produit 248 livres 10 sols pour la valeur totale, que l'on divisera par les 52 aunes $\frac{1}{2}$, & le quotient de la division donnera 4 liv. 14 sols 8 den. pour la valeur de l'aune.

Mais avant que de faire la division, il faut réduire les 248 livres 10 sols en demi-livres, il viendra 497 à diviser par 52 $\frac{1}{2}$, réduites aussi en demi; il viendra 105 pour diviseur, comme il se voit par l'opération entiere de la Regle.

	14 ℔ à multiplier	$52\frac{1}{2}$
par	17 liv. 15 sols.	105
	98 liv.	
	14	
	7	
	3 10 sols.	

Prod. 248 liv. 10 sols à réduire en demi,
par 2

Prod. 497 liv. à diviser par 105.

$$\frac{\overset{7}{\cancel{497}}}{\cancel{105}}\ (4\text{ liv.}\quad \frac{\overset{7}{\cancel{49}}\ \cancel{1540}}{\underset{\cancel{10}}{\cancel{1055}}}\ (14\text{ sols}\quad \frac{\cancel{840}}{\cancel{105}}\ (8\text{ den.}$$

L'opération entiere de la Regle étant achevée, il

eſt venu 4 liv. 14 ſ. 8 d. pour la valeur de l'aune; ainſi des autres.

Bordereau de paiement par Diviſion.

CE Bordereau ſert pour trouver combien il faut donner de pieces de quelques eſpeces que ce ſoit, pour faire tel paiement que l'on voudra.

Par exemple, ſi on veut ſavoir combien il faut donner de pieces de 7 livres pour payer 956 livres,

Diviſez 956 par 7, il viendra 136 au quotient, c'eſt-à-dire, 136 pieces de 7 livres pour faire ledit paiement: il reſte 4 livres, qu'il faudra pour le ſupplément qu'il faut payer outre les 136 pieces de 7 livres; comme il ſe voit par l'opération ſuivante.

*244
956
---- (136 pieces, à multiplier par
777 7 liv. pour la preuve.

952
4 reſte de la diviſion.

Produit 956 liv.

Pour preuve il faut toujours multiplier le nombre des pieces par la valeur de la piece, & ajouter le reſte de la diviſion, s'il y en a, pour le ſupplément, & le produit donnera la ſomme propoſée à payer, comme il ſe voit ci-deſſus.

Pour diviſer plus briévement, en tirant le ſeptieme de 956 livres, il fût venu 136 pieces, & 4 liv. de reſte, comme par la diviſion ci-deſſus.

Queſtion ſur le même Bordereau.

On demande combien il faut donner d'écus d'or de 5 liv. 14 ſols piece, pour payer 2500 liv.

Réduiſez 2500 liv. en ſols, il viendra 50000 ſols.

Réduiſez auſſi 5 livres 14 ſols en ſols, il viendra 114 ſols.

Puis diviſez les 50000 ſols par 114, le quotient de la Diviſion donnera 438 pieces pour faire le paiement requis, en ajoutant 68 ſols reſtants de la Diviſion, comme il ſe verra ci-deſſous par la preuve.

Opération.

	96	
2500 livres	4488	
20 ſols.	ϕϕϕϕϕ	
50000	114444	(438 pieces & 68 ſols pour le ſupplément.
	111	
	1	

Pour preuve, il faut faire une autre queſtion, diſant, à 5 livres 14 ſols la piece, on demande combien valent 438 écus d'or.

Multipliez 438 par 5 livres 14 ſols, il viendra trois produits, auxquels ajoutant les 68 ſols de ſupplément, la ſomme ſera 2500 livres, comme veut la queſtion ci deſſus.

438 écus d'or à multiplier
par 5 liv. 14 ſols.

2190	
219	
87	12
3	8

Prod. 2500 livres, qui eſt la ſomme propoſée & la preuve.

Autre Queſtion ſur le même Bordereau.

On veut payer 500 livres en pieces de 19 ſols 6 deniers, on demande combien il en faut.

Réduiſez 500 livres en deniers, il viendra 120000 deniers.

Réduiſez auſſi 19 ſols 6 deniers, il viendra 234 deniers.

Puis diviſant 120000 deniers par 234 deniers, le quotient de la Diviſion donnera 512 pieces: il reſtera 192 deniers à diviſer, qui valent 16 ſols, qu'il faut fournir de plus pour le ſupplément.

Pour l'opération de la Diviſion, je la laiſſe à faire, me contentant d'en donner la réponſe.

Pour preuve, ſi vous multipliez les 512 pieces par 19 ſols 6 deniers, ſelon l'ordre de la Multiplication, & que vous ajoutiez les 16 ſols de ſupplément, vous trouverez juſtement les 500 livres, comme il a été propoſé.

Autre Queſtion ſur le même Bordereau.

C'eſt la même choſe que ſi on diſoit: Quelqu'un veut employer 500 livres en marchandiſe, & on la veut vendre 19 ſols 6 deniers l'aune, on demande combien il aura d'aunes pour 500 livres.

℟. 512 aunes; il reſtera 192 deniers qui ſont de plus, qui valent 16 ſols.

Pour l'opération, il faut obſerver le même ordre que ci-deſſus pour le Bordereau de paiement.

Autre Queſtion, ou *Echange d'une eſpece à une autre.*

Quelqu'un a 540 écus d'or de 5 liv. 14 ſols piece, on demande, s'il les vouloit convertir en louis d'or de 11 livres, combien il auroit de louis d'or.

Pour le ſavoir, il faut voir combien les 540 écus d'or à 5 livres 14 ſols la piece valent de livres; ce qui ſe fait en multipliant les 540 écus d'or par 5 livres 14 ſols, ſelon l'ordre de la Multiplication, & il viendra 3078 liv.

Cela fait, diviſez les 3078 livres par 11, valeur du louis d'or, il viendra 279 louis d'or, & reſtera 9 livres par-deſſus le tout.

Tellement que l'on aura 279 louis d'or & 9 liv. de plus pour les 540 écus d'or.

Faites l'opération, & vous trouverez même réponse.

Abréviation pour la Division par les parties aliquotes, qui, en sens contraire, peuvent aussi servir pour la Multiplication, comme il a été enseigné, page 124.

QUAND on divisera par un nombre qui sera composé de deux parties aliquotes, la Division se fera en divisant premiérement le nombre à diviser par une des parties aliquotes, puis on divisera le quotient par l'autre partie, & ce dernier quotient sera le quotient de la Division.

Quand je dis diviser par les parties aliquotes, j'entends que si on divise par 3, on prenne la troisieme partie du nombre à diviser, par 4 la quatrieme partie, &c.

Comme si l'on veut diviser un nombre par 24, il faut considérer les parties aliquotes, dont le diviseur 24 est composé; savoir de 6 multiplié par 4; par exemple, si on veut diviser 7596 livres par 24, on tirera le sixieme de 7596 livres, il viendra 1266 liv. au quotient, & de 1266 livres si on en tire le quart, il viendra 316 livres 10 sols pour la part de chacun, observant de barrer les figures du premier quotient, comme il se voit par l'opération suivante.

7596 livres à diviſer par 24.

$\frac{1}{6}$ 1266 livres, premier quotient.

$\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{6}$ 316 livres 10 ſols pour la vingt-quatrieme partie de 7596 livres.

Et afin de faciliter la connoiſſance des nombres qui ſont propres pour l'abréviation, tant de la Multiplication, comme je l'ai expliqué ci-devant, que de la Diviſion, je donnerai la Table ſuivante.

D'où il ſuit que, ſi on veut diviſer par une ſeule figure, comme par 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, on tirera du nombre à diviſer, ſavoir :

TABLE.

	2	La moitié.
	3	Le tiers.
Pour	4	Le quart.
	5	Le cinquieme.
	6	Le ſixieme.
	7	Le ſeptieme.
	8	Le huitieme.
	9	Le neuvieme.

Et ſi on veut diviſer par un nombre qui ſoit compoſé de parties aliquotes, on obſervera l'ordre de la Table ci-après.

Table à diviſer.

	12		Le tiers du quart.
	14		Le ſeptieme de la moitié.
	15		Le tiers du cinquieme.
Par	16	il faut tirer du nombre à diviſer	Le quart du quart.
	18		Le tiers du ſixieme.
	20		La moitié du dixieme.
	21		Le ſeptieme du tiers.
	24		Le quart du ſixieme.

25		Le cinquieme du cinquieme.
27		Le neuvieme du tiers.
28		Le ſeptieme du quart.
30		Le tiers du dixieme.
32		Le quart du huitieme.
35		Le ſeptieme du cinquieme.
36		Le ſixieme du ſixieme.
40		Le quart du dixieme.
42		Le ſeptieme du ſixieme.
45		Le neuvieme du cinquieme.
Par 48	il faut tirer	Le ſixieme du huitieme.
Par 49	du nombre	Le ſeptieme du ſeptieme.
Par 50	à diviſer	Le cinquieme du dixieme.
54		Le neuvieme du ſixieme.
56		Le ſeptieme du huitieme.
60		Le ſixieme du dixieme.
63		Le ſeptieme du neuvieme.
64		Le huitieme du huitieme.
70		Le ſeptieme du dixieme.
72		Le neuvieme du huitieme.
80		Le huitieme du dixieme.
81		Le neuvieme du neuvieme.
90		Le neuvieme du dixieme.
100		Le dixieme du dixieme.

On fera le contraire par la Multiplication, comme il ſe verra par l'exemple de Diviſion ci-après, dont l'opération ſe fera par abréviation ; enſuite de quoi je ferai la preuve par la Multiplication, & par abréviation auſſi.

Queſtion ſur la Diviſion.

42 aunes de drap de Hollande ont coûté 755 livres 2 ſols 6 deniers, on demande à combien revient l'aune.

Il faut diviſer 755 liv. 2 ſols 6 den. par 42.

Pour faire cette Regle on voit dans la Table cidevant, que 42 ſont faits de 7 multipliés par 6 : tel-

lement que si on tire la sixieme partie de 755 liv. 2 sols 6 den. on trouvera 125 liv. 17 sols 1 den. & si de 125 liv. 17 s. 1 den. on en tire le septieme, il viendra 17 liv. 19 sols 7 den. pour la valeur de l'aune, barrant les figures du premier quotient.

Il faut remarquer avant que de faire l'opération, que quand on tire le sixieme de 755 liv. 2 sols 6 den. il faut réduire les livres restantes en sols, pour les joindre aux 2 sols; ce qui se fait en comptant autant de livres restantes pour 2 dixaines; puis tirer le sixieme des sols, & s'il reste des sols, les convertir en deniers, pour les joindre aux deniers, s'il y en a, puis en tirer le sixieme, ainsi des autres, comme il se voit dans l'opération suivante, où tirant le sixieme de 755 liv. 2 sols 6 den. il viendra 125 liv. & restera 5 liv. qui valent 10 dixaines, avec les 2 sols font 102 sols, dont on tirera le sixieme, pour avoir 17 sols; puis tirant le sixieme de 6 den. il viendra 1 den. & le tout fera 125 liv. 17 sols 1 den. pour le premier quotient, dont on tirera le septieme en même raison que ci-devant, & le véritable quotient sera 17 liv. 19 sols 7 d. pour la valeur requise de l'aune.

On observera le même ordre pour les autres nombres où il sera question d'abrévier.

Opération.

755 liv. 2 sols 6 den. à diviser par 42.

$\frac{1}{6}$ *xxx* liv. *xvij* sols *x* den.

$\frac{1}{7}$ de $\frac{1}{6}$ 17 liv. 19 sols 7 den. valeur de l'aune.

Preuve de la Division précédente par la Multiplication.

Pour preuve que l'aune de drap d'Hollande vaut 17 liv. 19 sols 7 den. comme ci-dessus, il faut faire la question qui suit.

L'aune de drap d'Hollande vaut 17 livres 19 sols 7 deniers, on demande la valeur de 42 aunes au même prix.

Comme j'ai divisé ci-devant 755 liv. 2 sols 6 den. par 6 pour avoir 125 liv. 17 sols 1 den. & aussi 125 liv. 17 sols 1 den. par 7 pour avoir 17 liv. 19 s. 7 den. si au contraire je multiplie 17 liv. 19 sols 7 den. par 7, il viendra 125 liv. 17 sols 1 den. & si je multiplie 125 liv. 17 sols 1 den. par 6, il viendra au produit les mêmes 755 liv. 2 sols 6 den. comme il a été proposé dans la Division ci-dessus, dont c'est ici la preuve.

Opération.

42 aunes
à 17 liv. 19 sols 7 den. l'aune.

~~125~~ ~~17~~ ~~1~~
Produit 755 2 sols 6 den. pour la valeur de 42 aunes.

REGLE DE TROIS,

ou de Proportion.

Avertissement sur la Regle de Trois.

COMME les quatre préceptes d'Addition, de Soustraction de Multiplication & Division, tant en entiers qu'en fractions, sont des instruments dont il faut se servir pour opérer dans la Regle de Trois, ainsi les Regles de Trois doivent servir pour résoudre quantité de Regles; savoir,

Les Regles d'intérêt de change, comme aussi de gain ou perte pour 100; les Regles d'escompte; les Regles de Compagnie; &c. comme il se verra ci-après, chacun en son lieu; c'est pourquoi il est nécessaire de bien entendre toutes les regles de Trois, tant en entiers qu'en fractions, pour s'en servir selon

la diverſité des proportions ; car tantôt il faut ſe ſervir de la Regle de Trois ſimple directe en nombre entiers.

Tantôt de la même Regle de Trois ſimple en fractions.

Tantôt de la Regle de Trois double ou compoſée de cinq termes en nombres entiers.

Tantôt de la même Regle double en entiers & fractions, ou en fractions ſeulement.

Tantôt de la Regle de Trois inverſe en entiers.

Tantôt de la même Regle inverſe en fractions.

On ſe ſert auſſi de la Regle conjointe, ou de compoſition de raiſons, laquelle ſe verra en ſon lieu.

Définition de la Regle de Trois.

La Regle de Trois eſt appellée ainſi, parce qu'au moyen de trois nombres propoſés que nous connoiſſons, nous en trouvons un quatrieme inconnu que nous cherchons.

Cette Regle eſt auſſi appellée Regle de Proportion, d'autant qu'il y a même raiſon du quatrieme nombre au troiſieme, que du deuxieme au premier ; c'eſt-à-dire, que ſi le premier eſt double du ſecond, le troiſieme ſera auſſi double du quatrieme ; ſi triple, triple ; ſi quadruple, quadruple, &c. De même ſi le premier n'eſt que la moitié, ou le tiers, ou le quart, &c. du ſecond, le troiſieme ne ſera que la moitié, ou le tiers, ou le quart, &c. du quatrieme : (remarquez que c'eſt par ce raiſonnement que l'on abrege les Regles de Trois.)

Pour la diſpoſition de cette Regle, il faut placer les trois nombres propoſés, de telle maniere que le premier & troiſieme ſoient de même nom ; c'eſt-à-dire, que s'il y a des aunes au premier terme, il faut qu'il y ait des aunes au troiſieme ; & réciproquement, s'il y a des livres au deuxieme terme,

il doit venir des livres au quatrieme que l'on cherche, comme si on disoit :

Si 24 aunes d'étoffe coûtent 36 livres, on demande combien coûteront 48 aunes au même prix.

Les termes étant disposés comme ci dessous, il faut multiplier le troisieme terme par le deuxieme ; savoir 48 par 36, ou au contraire le deuxieme par le troisieme, qui est la même chose, & divisant le produit de la Multiplication, qui sera 1728, par le premier terme qui est 24, le quotient de la Division donnera 72 liv. pour le quatrieme terme proportionnel inconnu que l'on cherche, qui est la valeur de 48 aunes, ainsi des autres.

Opération.

Si 24 aunes 36 livres, combien 48 aunes, R. 72 liv.

4		36
x7z8		288
x44	(72 liv.	144
x		1728

Question sur la Regle de Trois, avec l'explication de preuve ensuite.

On a acheté 45 aunes d'étoffe qui ont coûté 135 livres, on demande combien on aura d'aunes pour 225 liv. à la même raison.

Vous voyez, selon cette disposition, que le premier nombre & le troisieme ne sont pas de même nom ; c'est pourquoi il faut ainsi former la Regle de Trois, disant :

Si pour 135 liv. j'ai eu 45 aunes de drap, combien aurai-je d'aunes pour 225 livres.

La Regle étant ainsi disposée, multipliez, comme il vient d'être dit, le troisieme terme 225 par le deuxieme 45, il viendra au produit 10125, qu'il faut diviser par le premier nombre 135, & le quo-

tient donnera 75, c'eſt-à-dire, 75 aunes, que l'on aura pour les 225 livres.

Opération.

Si 135 livres 45 aunes, combien 225 livres. ℞. 75 aunes.

```
   67                  45
  10125                ----
  ------ (75 aunes  1125
  1355                900
   13                ----
                     10125 Prod.
```

Preuve.

Pour faire la preuve de cette Regle, & généralement de toutes les autres, on fera une ſeconde Regle de Trois contraire à la précédente, en feignant d'ignorer combien on aura d'aunes de drap pour 135 livres, diſant :

Si pour 225 livres j'ai eu 75 aunes de drap, combien en aurai-je d'aunes pour 135 liv.

Ayant diſpoſé la Regle de Trois comme ci-deſſus, multipliez le troiſieme terme par le deuxieme; ſavoir, 135 par 75, comme il a été enſeigné, il viendra 10125 au produit, qu'il faut diviſer par 225, premier terme, & le quotient donnera 45 aunes pour 135 liv. comme il a été propoſé.

Opération.

Si 225 livres 75 aunes, combien 135 livres ℞. 42 aunes.

```
   1                   75
  10125                ----
  ------ (45 aunes  675
  2255                945
   22                ----
                     10125
```

La même Regle de Trois ſe peut encore prouver ainſi, diſant :

Si 45 aunes coûtent 135 liv. combien 75.

℔. 225 livres: elle ſe peut encore prover ainſi :

Si 75 aunes coûtent 225 liv. combien 45 aunes, ℔. 135 liv. comme ci-devant.

Il eſt certain par cette démonſtration qu'une Regle de Trois ſe prouve en autant de façons qu'elle a de termes.

Avertiſſement ſur la preuve de la Regle de Trois.

Comme dans la Regle de Trois, il arrive aſſez ſouvent que faiſant la Diviſion du produit par le premier terme, il reſte quelques livres ou autres eſpeces à diviſer, dont il faut faire la réduction en moindres eſpeces, pour en faire encore la Diviſion, après avoir multiplié le troiſieme terme par le deuxieme, ou au contraire, je trouve à propos, avant que de paſſer à la Diviſion, qu'il convient de faire enſuite, de prouver cette Multiplication ; ce qui ſe fait en diviſant le produit d'icelle par l'un des deux nombres, & viendra l'autre ; c'eſt-à-dire que ſi on diviſe le produit par le troiſieme terme de la Regle de Trois, le quotient donnera le deuxieme ; ou ſi on diviſe par le deuxieme, le quotient donnera le troiſieme, & c'eſt la preuve.

La raiſon pourquoi il eſt à propos de prouver la Multiplication, c'eſt que ſi elle étoit fauſſe, & que l'on divisât le produit d'icelle par le premier terme, ſelon le précepte de la Regle de Trois, la Diviſion & toutes les autres opérations que l'on feroit, ſeroient fauſſes ; au lieu que la Multiplication étant prouvée, ſi on fait la Diviſion enſuite pour trouver le quatrieme terme de la Regle de Trois, on eſt ſeulement obligé de prouver la Diviſion tout ſimplement, en multipliant le quotient d'icelle de telle eſpece qu'il eſt par le diviſeur, pour trouver le produit ou le nombre qui a été diviſé, en ajoutant le reſte de la Diviſion, s'il y en a, comme il ſe verra dans la Regle de Trois ſuivante, dont je ferai l'opération toute entiere, avec la preuve au pied.

Autre Queſtion ſur la Regle de Trois, avec la preuve.

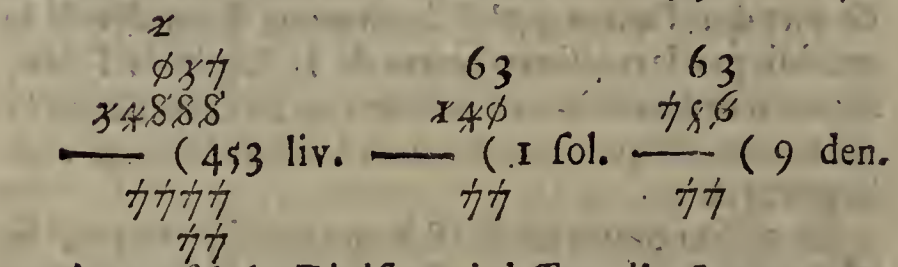
77 aunes de marchandiſe ont coûté 356 liv. on demande combien côuteront 98 aunes au même prix.

Opération.

Si 77 aunes 356 liv. 98 aunes. Preuve de la
98 multiplication

2848
3204

34888 Produit.



Ayant fait la Diviſion ci-deſſus, il eſt venu 453 livres 1 ſol 9 deniers pour la valeur des 98 aunes, & reſte 63 deniers par-deſſus le tout, que l'on rapportera à la preuve.

Preuve de la Regle de Trois ci-deſſus.

D'autant que la Multiplication ci-devant a été prouvée, il n'y a qu'à prouver la Diviſion du produit, qui eſt 34888 par le premier terme qui eſt 77, ſavoir, en multipliant le quotient 453 liv. 1 ſol 9 deniers par le diviſeur 77, il viendra au produit de la Multiplication le nombre à diviſer, qui eſt 34888 livres, en ajoutant les 63 deniers reſtés de la Diviſion des deniers.

Opération de la Preuve.

Diviſeur 77 à multiplier par
Le quotient 453 liv. 1 ſol 9 den.

3171			
3171			
	3 liv.	17 ſols	
	1	18	6 den.
		19	3 den.
Reſte de la diviſ.		5	3 den.

Produit 34888 l. 0 0 deniers.

Ayant fait la Multiplication, ſon produit eſt venu égal au nombre à diviſer, & c'eſt la preuve.

On pourroit prouver la même Regle d'une autre façon; ſavoir, par une autre Regle de Trois, comme il a été enſeigné, diſant:

Si 98 aunes coûtent 453 livres 1 ſol 9 deniers, combien coûteront 77 aunes.

La Regle étant ainſi diſpoſée, ſi on multiplie 77 troiſieme terme, par 453 liv. 1 ſol 9 den. deuxieme terme, & que l'on ajoute le reſte de la Diviſion des deniers, qui eſt 63 den. il viendra au produit 34888, que l'on diviſera par 98 pour avoir 356 liv. pour la valeur des 77 aunes, comme veut la queſtion, & c'eſt la preuve.

Ces deux manieres ſont générales pour la preuve des Regles de Trois ſimples, directes ou inverſes.

Abréviation pour la Regle de Trois.

J'AI dit ci-devant que le premier nombre d'une Regle de Trois eſt pareille partie du deuxieme, que le troiſieme l'eſt du quatrieme, ainſi il ſe trou-

vera plusieurs Regles de Trois, où l'on pourra abrévier l'opération, comme dans cet exemple.

Si 7 aunes de drap coûtent 63 livres, combien coûteront 49 aunes; je considere que l'on peut prendre pareille partie du premier nombre 7, que du deuxieme 63; car si du premier nombre 7 j'en prends la septieme partie, il viendra 1; si je prends la septieme partie du second terme, qui est 63, il viendra 9; par cette maniere la Regle de Trois sera réduite à plus petits nombres, comme il se voit.

Opération.

Si 7 aunes coûtent 63 liv. combien 49 aunes.

Ou par abréviation.

Si une aune coûte 9 livres, combien 49 aunes. R. 441 livres.

On voit que le premier terme, qui est 1, ne se divise point; par conséquent il n'y a qu'à multiplier les deux derniers nombres; savoir, 9 par 49, il viendra 441 pour la valeur requise des 49 aunes, comme veut la question.

Autre question.

16 aunes de toile ont coûté 12 livres, combien coûteront 20 aunes.

Vous voyez en cet exemple que le premier terme ne se peut abrévier jusqu'à l'unité; cela n'empêche pas d'abrévier le premier & le second, en prenant le quart de 16 & le quart aussi de 12, puis dire:

Si 4 aunes coûtent 3 livres, combien 20 aunes; R. 15 livres.

Ou bien d'abrévier le premier & le troisieme, prenant le quart de 16 & le quart de 20, il viendra 4 & 5; puis dire:

Si 4 coutent 12, combien 5; & faisant la Regle par l'une & l'autre méthode, il viendra le même quatrieme terme que l'on cherche, comme il se voit ci-dessous.

Si 16 aunes coutent 12 l. combien 20 aunes. Rx. 15 l.
Si 4 3 20 Rx. 15 l.
Si 4 12 5 Rx. 15 l.
Ainſi des autres.

Autre Queſtion.

Quelqu'un a fait un voyage où il a demeuré 24 jours; pendant lequel temps il a dépenſé 56 livres; & le même doit retourner aux champs, où il ſera obligé de demeurer 36 jours, on demande combien il doit porter d'argent pour faire ſa dépenſe, à proportion de 56 livres qu'il a dépenſé en ſon premier voyage, ou il a demeuré 24 jours.

Dites par Regles de Trois:

Si en 24 jours on a dépenſé 56 livres, combien doit-on dépenſer en 36 jours.

Faiſant la Regle ſelon le précepte, on trouvera 84 livres pour la dépenſe de 36 jours.

Autre Queſtion.

Un Particulier a baillé 32 livres de fil à un Tiſſerand, dont il lui a rendu 42 aunes de toile, on demande combien le même Tiſſerand doit rendre d'aunes de toile pour 48 livres de pareil fil que le même Marchand lui a baillées. Pour faire cette Regle, il faut dire par Regle de Trois, comme ci-devant:

Si 32 livres de fil ont rendu 42 aunes de toile, combien en rendront d'aunes 48 livres de pareil fil; & faiſant l'opération de la Regle comme dit eſt, on trouvera 63 aunes, & c'eſt la réponſe: ainſi des autres.

Obſervation ſur la Regle de Trois.

1. Quant à la Regle de Trois, dont le premier terme eſt 1, il n'y a qu'à multiplier le troiſieme par le deuxieme, ou le contraire, & le produit de la Multiplication donnera le quatrieme terme que l'on cherche.

Comme si on disoit : Une douzaine de paires de gants coûte 9 livres, combien coûteront 12 douzaines, dites :

Si une douzaine coûte 9 liv. combien 12 douzaines : multipliez 12 par 9, & le produit sera 108 liv. pour la valeur requise des 12 douzaines.

2. Quand le deuxieme terme est 1, il faut seulement diviser le troisieme par le premier, & le quotient de la Division donnera le quatrieme.

Par exemple, 6 aunes de ruban coûtent 1 liv. combien coûteront 100 aunes au même prix ; dites.

Si 6 aunes coûtent 1 liv. combien 100 aunes ; divisez 100 par 6, il viendra 16 liv. 13 sols 4 den. pour la valeur de 100 aunes.

3. Quand le troisieme terme est 1, il faut aussi seulement diviser le deuxieme par le premier, & le quotient sera le quatrieme terme que l'on cherche, comme il se voit par la question suivante.

100 aunes de ruban ont coûté 16 liv. 13 sols 4 d. combien vaut l'aune ; divisez 16 liv. 13 sols 4 den. par 100, & le quotient donnera 3 sols 4 d. pour le quotient ou la valeur de l'aune que l'on cherche, observant pour faire la Division, de faire les réductions nécessaires, comme les livres en sols, & les sols en deniers.

Quelques Questions sur la Regle de Trois,

Autrement

Regle des Marchands.

Question touchant la Multiplication de la ℔ de poids de 16 onces & de ses parties.

Si une ℔ de Canelle coûte 4 liv. 13 sols, combien 9 ℔ 5 onces 4 gros.

Il faut multiplier 4 liv. 15 sols par 9 ℔ tout-d'un-coup, il viendra 42 livres 15 sols; puis de 5 onces on en prendra 4, qui sont le quart de 16 onces, & par conséquent on prendra le quart de 4 livres 15 sols, il viendra 1 liv. 3 sols 9 den. que l'on posera au-dessous de 42 liv. 15 sols.

Puis pour une once, on prendra le quart de la valeur des 4 onces, il viendra 5 sols 11 den. $\frac{1}{4}$.

Enfin pour les 4 gros on prendra la moitié de la valeur d'une once, il viendra 2 sols 11 deniers $\frac{5}{8}$; & ajoutant tous les produits en une somme, il viendra 44 livres 7 sols 7 deniers $-\frac{7}{8}$, comme il se voit par l'opération.

9 ℔ 5 onces 4 gros
à 4 liv. 15 sols la ℔ de 16 onces.

42 liv.	15 sols		
1	3	9 d.	
	5	11	$\frac{1}{4}$
	2	11	$\frac{5}{8}$

Prod. 44 liv. 7 sols 7 d. $\frac{7}{8}-$, valeur de 9 ℔ 5 onces 4 gros.

Ayant fait la multiplication, il est venu 44 livres 7 sols 7 den. $\frac{7}{8}-$, pour le quatrieme terme de la Regle de Trois ci-dessus.

Preuve par la Division.

Pour preuve, il faut faire une autre question, disant :

Si 9 ℔ 5 onces 4 gros de canelle ont coûté 44 liv. 7 sols 7 deniers $-\frac{7}{8}$, on demande combien vaut une liv.

Pour l'opération, on voit que le troisieme terme est 1, & par conséquent il n'y a qu'à diviser le second par le premier, & le quotient donnera 4 liv. 15 sols, pour la valeur de la ℔ de canelle.

Pour faire cette Regle, réduisez les 44 liv. 7 sols

7 den. $\frac{7}{8}$ en huitiemes parties de deniers, il viendra 85215 huitiemes.

Réduiſez auſſi 140 deniers, valeur de la livre, en huitiemes, il viendra 1920, que l'on écrira au-deſſous, & on aura $\frac{85215}{1920}$ pour nombre à diviſer.

Pour avoir le diviſeur, il faut réduire les 9 ℔ 5 onces 4 gros en gros, il viendra 1196 gros, ſous leſquels on écrira la valeur de la ℔ réduite en 128 gros, & on aura $\frac{1196}{128}$ de gros pour diviſeur.

Puis diviſant la fraction de $\frac{85215}{1920}$ par $\frac{1196}{128}$, ſelon l'ordre de la diviſion des fractions, il viendra au quotient 4 liv. 15 ſ. pour la valeur de la ℔, & c'eſt la preuve.

Autre preuve de la même Multiplication.

Quelqu'un veut employer 44 liv. 7 ſols 7 den. $\frac{7}{8}$ en canelle, & la ℔ vaut 4 liv. 15 ſols; on demande combien on en aura de ℔ & parties pour ladite ſomme.

Pour faire cette Regle, réduiſez 44 liv. 7 ſ. 7 d. $\frac{7}{8}$ en huitiemes de deniers; il viendra 85215 huitiemes.

Réduiſez auſſi les 4 liv. 15 ſols en huitiemes de deniers, il viendra 1920; puis diviſant 85215 par 1920, il viendra aux quotients des diviſions 9 ℔ 5 onces 4 gros, comme il a été propoſé, obſervant, en faiſant la premiere diviſion, de réduire les ℔ reſtantes en onces, puis les onces en gros, &c. pour en faire les diviſions.

Ces deux preuves ſont générales pour toutes ſortes de Multiplications.

Autre Queſtion touchant la Multiplication de la ℔ de 15 onces, pour le poids de la ſoie.

Si une botte de ſoie vaut 22 livres 10 ſols, on demande combien valent 15 bottes 6 onces 5 gros $\frac{1}{2}$.

Multipliez les 15 bottes par 22 livres 10 ſols, comme à l'ordinaire.

Cela fait, prenez pour 5 onces le tiers de 22 liv. 10 ſols, valeur de la botte, il viendra 7 liv. 10 ſols.

Enſuite, pour l'once reſtante, prenez le cinquieme du produit de 5 onces.

Puis pour 4 gros, prenez la moitié du produit de l'once, & pour l'autre gros prenez le quart du produit de 4 gros ; enfin pour $\frac{1}{2}$ gros, prenez la moitié du gros, & ajoutant tous les produits particuliers en une ſomme, il viendra 347 livres 10 ſols 7 d. $\frac{1}{2}$ pour la valeur totale des 15 bottes & parties, comme il ſe voit par l'opération.

15 ℔ 6 onces 5 gros $\frac{1}{2}$ à multiplier par 22 l. 10 ſols.

	30		
	307 l.	10 ſols	
Pour 5 onces	7	10	
Pour 1 once	1	10	
Pour 4 gros		15	
Pour 1 gros		3	9
Pour $\frac{1}{2}$ gros		1	10 $\frac{1}{2}$
	347 l.	10 ſ.	7 d. $\frac{1}{2}$; ainſi

des autres.

Autre queſtion, pour ſervir de preuve à la Multiplication ci-deſſus.

Si 15 ℔ 6 onces 5 gros $\frac{1}{2}$ de ſoie ont coûté 347 l. 10 ſols 7 den. $\frac{1}{2}$, on demande combien vaut la botte ou la ℔.

Il faut réduire 347 liv. 10 ſols 7 den. $\frac{1}{2}$ en demi-deniers ; il viendra * 166815, ſous leſquels il faut écrire 480 demi-deniers, valeur de la livre de 20 ſols, & ce ſeront * $\frac{166815}{480}$ pour nombre à diviſer.

Il faut auſſi réduire les 15 bottes 6 onces 5 gros $\frac{1}{2}$ en demi-gros, il viendra 3707, ſous leſquels il faut écrire 240 demi-gros, valeur de la ℔ réduite en demi-gros ; il viendra † $\frac{3707}{240}$ pour diviſeur.

Diviſant donc le nombre à diviſer * par le diviſeur †, ſelon l'ordre de la diviſion des fractions, le

quotient donnera 22 livres 10 ſols pour la valeur de la botte, & c'eſt la preuve.

Autre queſtion ſur la Multiplication du marc, onces, gros, &c.

Si le marc d'argent coûte 28 liv. 10 ſols, on demande la valeur de 16 marcs 7 onces 5 gros $\frac{1}{2}$.

Comme cette queſtion ne differe point de la précédente, parce que les parties du marc ſont des onces & des gros, &c. auſſi-bien que les parties de la ℔ de poids, je n'en donnerai point la conſtruction, renvoyant à l'explication ci-devant, tant pour la regle que pour la preuve.

Autre queſtion ſur la Multiplication de la toiſe, pieds, pouces, &c.

Si la toiſe de maçonnerie vaut 7 livres 15 ſols, on demande la valeur de 8 toiſes 4 pieds 7 pouces.

Multipliant les 7 livres 15 ſols par les 8 toiſes, tout-d'un-coup il viendra 62 livres.

Cela fait, pour 3 pieds prenez la moitié de 7 liv. 15 ſols, valeur de la toiſe.

Pour 1 pied, prenez le tiers de la valeur des 3 pieds.

Pour 6 pouces, prenez la moitié de la valeur d'un pied.

Pour 1 pouce, prenez le ſixieme du produit de la valeur de 6 pouces, & ajoutant tous les produits particuliers, le produit total ſera 67 liv. 18 ſ. 4 d. $\frac{1}{2}$ pour la valeur de 8 toiſes 4 pieds 7 pouces ci-deſſus.

Opération.

	8 toiſes 4 pieds 7 pouces à			
multiplier par	7 liv. 15 ſols.			
Pour 8 toiſes	62 liv.			
Pour 3 pieds	3	17 ſols	6 deniers	
Pour 1 pied	1	5	10	
Pour 6 pouces	0	12	11	
Pour 1 pouce	0	2	1	$\frac{5}{6}$
Produit	67 liv.	18 ſols	4 den.	$\frac{1}{6}$

Preuve de la Multiplication ci-deſſus par une autre queſtion.

Si 8 toiſes 4 pieds 7 pouces de maçonnerie ont coûté 67 liv. 18 ſols 4 den. $\frac{1}{6}$, on demande combien vaut la toiſe.

Il faut diviſer le produit par le nombre à multiplier, le quotient donnera le multiplicateur.

Pour faire cette Regle, réduiſez les 67 liv. 18 ſols 4 den. $\frac{1}{6}$ en ſixiemes ; réduiſez auſſi la livre de 20 ſols en ſixiemes de denier, il viendra $\dagger \frac{17805}{1440}$ pour nombre à diviſer.

Enſuite, pour trouver un diviſeur, réduiſez les 8 toiſes 4 pieds 7 pouces en pouces ; réduiſez auſſi la toiſe en pouces, il viendra $* \frac{6312}{72}$ pour le diviſeur. Cela fait, diviſez le grand nombre $\dagger$ par le petit $*$, le quotient de la diviſion donnera 7 liv. 15 ſols pour la valeur de la toiſe, comme il vient d'être propoſé, & c'eſt la preuve.

Quelques queſtions touchant les marchandiſes qui ſe vendent ou achetent à la piece, au cent ou au quintal, au millier, &c.

I. Queſtion, à tant la botte, combien le cent.

A TROIS ſols 4 deniers la botte de foin; combien cent bottes. Tirez le ſixieme de 100, il viendra 16 liv. 13 ſols 4 den. pour la valeur de 100 bottes.

II. Queſtion, à tant le 100, combien la botte.

A 16 liv. 13 ſols 4 deniers le 100 de bottes de foin, combien une botte.

Diviſez 16 livres 13 ſols 4 deniers par 100, il viendra 3 ſols 4 deniers pour la valeur de chaque botte, & c'eſt la preuve de la queſtion précédente.

III. Queſtion, à tant le 100, combien pluſieurs ℔.

A 16 livres 16 ſols 8 deniers le 100, combien 450 ℔.

Dites par Regle de Trois:

Si 100 ℔ valent 16 livres 16 ſols 8 deniers, combien 450?

Multipliez & diviſez ſelon le précepte de la Regle de Trois, il viendra 75 livres 15 ſols pour la réponſe à la queſtion.

Autre Queſtion ſur le même ſujet.

On paie 6 livres à un voiturier pour 100 ℔ peſant; on demande combien il lui faut payer pour la voiture d'une balle de poil de chameau, ou autre marchandiſe audit prix, peſant 350 ℔. Dites:

Si 100 ℔ coûtent 6 l. de voiture, combien 350 ℔? Faites la Regle de Trois, & vous trouverez 21 livres pour la réponſe.

IV. Queſtion, à tant la ℔, combien la charge, qui eſt 300 peſant.

A 1 ſol 8 den. la ℔ peſant, combien 300?

Tirez le douzieme de 300, il viendra 25 livres pour la réponſe.

Autre Queſtion ſur le même ſujet.

Une charge de 300 ℔ coûte 21 livres, combien 750 ℔?

Dites, par la Regle de Trois:

Si pour 300 on paie 21 livres, combien pour 750 ℔?

Faites la Regle, il viendra 52 liv. 10 ſols.

Autre Queſtion, à tant la ℔, combien le millier.

La ℔ de pruneaux vaut 1 ſol 3 deniers; combien 1000 ℔?

Multipliez 1000 ℔ par 1 ſol 3 den. il viendra 62 liv. 10 ſols pour la valeur du millier.

Autre Queſtion, à tant le millier, combien la piece.

A 62 liv. 10 ſols le millier de cotterets, combien la piece? Dites: Si 100 cotterets valent 26 liv. 10 ſols, combien vaut un cotteret? Faites la Regle de Trois, c'eſt-à-dire, diviſez 62 liv. 10 ſols par 1000, il viendra 1 ſol 3 deniers pour la valeur de chaque cotteret.

Autres Queſtions, ou Regle de gain ou perte pour 100.

UN Marchand vend à un Particulier pour 300 livres de toile de Hollande, au prix coutant; on demande de combien il faut augmenter pour le profit du vendeur, à raiſon de 7 ½ pour 100.

Il faut dire:

Si ſur 100 livres on prend 7 ½ de profit, combien ſur 300 livres?

Faites la Regle de Trois, il viendra 22 livres 10 sols, qu'il faudra ajouter à 300 liv. & la somme sera 322 livres 10 sols, qu'il faudra payer.

Et si on veut savoir tout d'un coup le principal & le produit, dites :

Si 100 viennent à 107 $\frac{1}{2}$, à combien 300 livres? Faites la Regle ; il viendra 322 livres 10 sols comme ci-dessus.

Autre Exemple, ou Regle d'Escompte.

Un Marchand a vendu à un autre pour 300 liv. de marchandises, à payer au bout de six mois ; savoir, combien il faut payer argent comptant, rabattant 6 pour 100 pour le change. Dites, par Regle de Trois :

Si 100 viennent de 94, d'où viendront 300 ? R. 282 livres.

Autre Exemple.

Un Marchand a acheté des toiles de Hollande à Paris, qui lui reviennent, étant à Lyon, tant pour l'achat, voitures, qu'autres frais, à 5 livres 10 sols l'aune ; savoir combien il doit vendre l'aune pour gagner 10 pour 100. Dites :

Si 100 livres viennent à 110 livres, à combien viendront 5 livres 10 sols, faites l'opération, il viendra 6 liv. 1 sol pour la valeur de l'aune rendue à Lyon.

Et si, au lieu de la vendre à profit, le Marchand étoit contraint de la vendre à 10 pour 100 de perte, savoir à combien reviendroit l'aune. Il faut dire :

Si 100 livres sont réduites à 90 livres, à combien seront réduites 5 livres 10 sols ? Faites la Regle de Trois, & vous trouverez 4 livres 19 sols au quotient pour la valeur de l'aune.

Quelques Queſtions ſur les Regles du paiement.

COMME les Marchands ne paient pas toujours comptant les marchandiſes qu'ils achetent, & que le plus ſouvent ils emploient diverſes conditions quant au paiement, j'ai bien voulu propoſer quelques exemples de ce qui ſe pratique aſſez ordinairement entr'eux.

Premier Exemple.

Un Marchand doit pour marchandiſes, ou autre choſe, la ſomme de 6587 liv. qu'il s'oblige de payer en quatre paiements; ſavoir, le quart comptant, le huitieme à 3 mois, le tiers à 6 mois, & le reſte au bout de l'an; on demande combien il doit payer à chaque terme.

Pour l'opération, tirez le quart, le huitieme & le tiers de la ſomme totale, qui eſt 6587 livres, il viendra 4665 livres 15 ſols 10 deniers; puis il faut ſouſtraire 4665 liv. 15 ſols 10 den. de 6587 livres, le reſte fera 1921 livres 4 ſols 2 deniers qu'il faudra payer au bout de l'an.

Opération.

6587

				6587 liv.			
1/4	1646	15	ſ.	4665	15	ſ.	10 d.
1/8	823	7	6				
1/3	2195	13	4	1921 liv.	4	ſ.	2 d.
				à payer au bout de l'an.			

Somme 4665 l. 15 ſ. 10 den.

Second Exemple.

Un Marchand a acheté pour 3650 livres de marchandiſes à payer la moitié à 4 mois, & le reſte de 3 mois en 3 mois après la moitié. Or, deux jours après il s'accorde avec le Vendeur de payer toute

la partie en un seul paiement ; on demande en quel temps les trois paiements se doivent faire.

℟. En 6 mois $\frac{1}{4}$ mois, comme il se voit ci-dessous par l'opération.

	mois		
$\frac{1}{2}$	4	2	
$\frac{1}{2}$	7	1	$\frac{3}{4}$
$\frac{1}{4}$	10	2	$\frac{1}{2}$

℟. 6 $\frac{1}{4}$ mois.

Troisieme Exemple.

Un Marchand doit 3600 livres pour marchandise à payer ; savoir, 600 livres comptant, 800 livres dans 3 mois, 1200 livres à 8 mois, & le reste au bout de l'an ; il s'accorde après de payer la somme toute ensemble, on demande en quel temps ce paiement se doit faire. ℟. en 6 mois & $\frac{2}{3}$, comme il se voit par l'opération.

600 liv.	mois	comptant.
800	3	2400
1200	8	9600
1000	12	24000

3600 diviseur 12000 à diviser, puis divisant l'un par l'autre, il viendra 6 $\frac{2}{3}$ de mois comme dessus.

Avertissement.

Il y a une infinité de questions qui se peuvent proposer sur ce même sujet, qui seroient plutôt curieuses que nécessaires ; mais comme mon dessein n'est point de remplir le corps de mon Arithmétique de choses inutiles, je me contenterai de renvoyer le Lecteur à mon Questionnaire, dans lequel il verra quantité de questions appliquées à toutes sortes de sujets, & dans lequel il pourra faire choix de celles qui lui plairont le plus, pour s'exercer dans la science des nombres.

Regle de Trois en Fractions.

SI une Regle de Trois en fractions eſt propoſée, & qu'il ſe trouve des nombres rompus à tous les trois termes, pour trouver le quatrieme terme que l'on cherche, il faut multiplier de ſuite le premier dénominateur par les deux derniers numérateurs, & mettre le produit à part pour nombre à diviſer.

Enſuite pour avoir le diviſeur, il faut multiplier de ſuite le premier numérateur par les deux derniers dénominateurs, & le produit ſera le diviſeur, que l'on poſera ſous le nombre à diviſer déjà trouvé; puis faiſant la diviſion, le quotient donnera le nombre que l'on cherche pour le quatrieme terme.

Premiere Queſtion.

Un Particulier a acheté $\frac{2}{3}$ de toile qui lui ont coûté $\frac{5}{6}$ de livre, qui valent 16 ſols 8 deniers, & un autre a affaire de $\frac{3}{4}$ de la même toile, on demande combien coûteront ces $\frac{3}{4}$ audit prix.

On diſpoſera la Regle comme il ſe voit ci-après, puis on multipliera, comme il vient d'être dit, le premier dénominateur 3 par 5, ſecond numérateur; il viendra 15, qu'il faut multiplier par le troiſieme numérateur 3; il viendra 45 pour nombre à diviſer.

Puis pour avoir le diviſeur, il faut multiplier le premier numérateur 2 par le ſecond dénominateur 6; il viendra 12, qu'il faut multiplier par le troiſiéme dénominateur 4; il viendra 48 pour diviſeur.

Cela fait, il faut diviſer 45 par 48, le quotient ſera $\frac{45}{48}$, ou par réduction $\frac{15}{16}$, pour la valeur des $\frac{3}{4}$, & cette fraction $\frac{15}{16}$ étant réduite en fractions vulgaires, vaut 18 ſols 9 den.

Opération.

Si $\frac{2}{3}$ aunes X $\frac{5}{6}$ livres, combien $\frac{3}{4}$ R. $\frac{45}{48}$ ou $\frac{15}{16}$ de livre ; faites l'opération selon l'explication ci-dessus, & vous trouverez même réponse que la précédente.

Preuve de la Regle de Trois ci-dessus.

Remarque. Comme toutes les Regles de Trois en fractions s'operent de même façon, & par conséquent se doivent prouver de même façon aussi, je renverrai pour la construction des suivantes, tant pour la Regle que pour la Preuve, à l'explication de la Regle ci-dessus, & de sa preuve ci-après, excepté les Regles où il y a des circonstances extraordinaires à garder, desquelles je ferai les observations chacune en son lieu.

Pour preuve, on fera une autre question contraire à la précédente, disant :

Un Marchand a acheté $\frac{3}{4}$ d'étoffe qui coûtent $\frac{15}{16}$ de livre ; on demande combien en coûteront $\frac{2}{3}$ au même prix.

Pour l'opération, il faut observer de multiplier le premier dénominateur par les deux derniers numérateurs ; il viendra 120 pour nombre à diviser ; il faut aussi multiplier le premier numérateur par les deux derniers dénominateurs, il viendra 144 pour diviseur ; puis écrivant 120 sur une ligne, & 144 au-dessous, ce seront $\frac{120}{144}$ pour quatrieme terme, laquelle fraction est égale à $\frac{5}{6}$, second terme de la proposition ci-dessus ; & autant coûteront les $\frac{2}{3}$ d'aunes de la même proposition, comme il se voit par l'opération suivante.

Si $\frac{3}{4}$ aune X $\frac{15}{16}$ livres $\frac{2}{3}$ aune. R. $\frac{120}{144}$ ou $\frac{5}{6}$ livre.

Avertissement sur la Regle de Trois, en Fractions.

COMME les Regles de Trois, tant simples que doubles & inverses en fractions, ne se pratiquent que par ceux qui ont déjà une grande connoissance dans les nombres, & qui doivent savoir le Traité des fractions que j'ai amplement expliqué, je n'ai pas cru qu'il fût nécessaire de mettre les opérations des regles toutes entieres, & je me contenterai d'expliquer ici ce qu'il faut observer pour les faire ; c'est pourquoi chacun s'attachera exactement à la lecture de l'explication que je donne pour la construction de chaque question.

Seconde Question.

Et s'il se rencontre qu'il y ait entiers & fractions à quelqu'un des termes de la Regle de Trois, & même à tous trois, il faut premiérement réduire les entiers & fractions en leurs fractions par la troisieme réduction, page 65, puis procéder comme dessus.

Par exemple, quelqu'un a acheté $\frac{2}{3}$ de drap qui lui ont coûté 4 liv. $\frac{5}{6}$, on demande combien lui en coûteront $\frac{7}{8}$ au même prix.

Ayant disposé la Regle comme il suit, on fera l'opération comme il vient d'être enseigné, & il viendra au quatrieme terme la valeur des $\frac{7}{8}$ que l'on cherche, savoir 6 livres $\frac{11}{32}$.

Opération.

Si $\frac{2}{3}$ aune coûtent $4\frac{5}{6}$ livre, combien $\frac{7}{8}$ aunes, ou par réduction :

Si $\frac{2}{3}$ aune X coûtent $\frac{29}{6}$ livre, combien $\frac{7}{8}$. R. 6 livres $\frac{11}{32}$.

La preuve de cette Regle se fait comme la précédente, en renversant les termes, & disant comme il se voit ci-dessous.

Si $\frac{7}{8}$ d'aune coûtent $\frac{609}{96}$ de livre, combien coûteront $\frac{2}{3}$ au même prix; multipliant & divisant en fractions, comme il vient d'être enseigné, il viendra au quotient de la Division 4 livres $\frac{5}{6}$ pour la valeur des $\frac{2}{3}$ d'aune, comme il a été proposé, & comme il se voit par la disposition de la Regle ci-dessous.

Si $\frac{7}{8}$ X $\frac{609}{96}$, combien $\frac{2}{3}$: R. $\frac{97+4}{2016}$, ou 4 liv. $\frac{5}{6}$ de livre pour la valeur des $\frac{2}{3}$ d'aune, comme veut la question.

Troisieme Question.

Et si dans la proposition d'une Regle de Trois il se trouve un nombre entier à quelqu'un des termes, il faut souscrire 1 sous ce nombre entier pour l'exprimer en fractions comme les autres termes, puis procéder comme dessus.

Par exemple, si quelqu'un avoit acheté 17 aunes & $\frac{7}{8}$ de toile de lin pour 45 livres, on demande combien en coûteroient 100 aunes $\frac{2}{3}$ au même prix.

Les fractions étant disposées comme ci-dessous, on procédera ensuite pour l'opération comme ci devant.

Si 17 aunes $\frac{7}{8}$ coutent 45 livres, combien 100 aunes $\frac{2}{3}$; ou par réduction.

Si $\frac{143}{8}$ aunes X $\frac{45}{1}$ livres $\frac{302}{2}$ aunes. R. 3 $\frac{36240}{143}$ de livre pour la valeur requise de 100 $\frac{2}{3}$ aunes.

Et si on veut savoir combien la fraction $\frac{36240}{143}$ vaut de livres, divisez le numérateur par le dénominateur, le quotient donnera le nombre des livres & parties pour la valeur des 100 aunes $\frac{2}{3}$.

Preuve.

Et pour preuve, on fera une autre composition, disant:

Si $\frac{302}{2}$ aunes X $\frac{36243}{143}$ livres $\frac{143}{8}$ aunes : R. 45 livres.

Faisant l'opération suivant le précepte de la Regle de Trois en fractions, il vient 45 livres au quatrieme terme pour la valeur des 17 aunes $\frac{7}{8}$; ainsi des autres.

Quatrieme Queſtion.

4 aunes $\frac{2}{3}$ d'étoffe ont coûté 7 liv. 15 ſols 9 den. on demande combien en coûteront 9 aunes $\frac{3}{4}$ au même prix.

Cette Regle ſe peut réſoudre en deux façons, comme il ſe verra par l'application qui ſuit.

Premiere maniere.

Premiérement, réduiſez le premier terme 4 $\frac{2}{3}$ en $\frac{14}{3}$.

Réduiſez auſſi 7 liv. 15 ſ. 9 den. tout en deniers, il viendra 1869 deniers, ſous leſquels vous écrirez 240 den. valeur de la livre réduite en deniers, & ce ſeront $\frac{1869}{240}$, ou par réduction à plus petits termes, $\frac{623}{80}$ pour ſecond terme.

Réduiſez auſſi le troiſieme terme 9 $\frac{3}{4}$ aunes en $\frac{39}{4}$, puis diſpoſez la Regle comme il ſuit.

Si $\frac{14}{3}$ X aunes $\frac{623}{80}$ liv. $\frac{39}{4}$ aunes. R. $\frac{72891}{4480}$ livre pour quatrieme terme ou valeur des 9 $\frac{3}{4}$ aunes, & cette fraction ſera évaluée en liv. ſols & deniers, comme il vient d'être enſeigné ci-deſſus.

Preuve.

Pour preuve, on dira :

Si $\frac{39}{4}$ aunes $\frac{72891}{4480}$ liv. $\frac{14}{3}$ aunes. R. $\frac{623}{80}$ livres, ou par réduction, 7 liv. 15 ſols 9 den. pour la valeur des 4 aunes $\frac{2}{3}$, comme il a été propoſé.

Seconde maniere pour réſoudre la Regle de Trois ci-deſſus, que je répete.

Si 4 aunes $\frac{2}{3}$ coûtent 7 liv. 15 ſols 9 deniers, on demande combien coûteront 9 $\frac{3}{4}$ aunes.

Réduiſez comme deſſus les 4 aunes $\frac{2}{3}$ en $\frac{14}{3}$; réduiſez auſſi les 9 aunes $\frac{3}{4}$ en $\frac{39}{4}$, comme il ſe voit ci-deſſous, puis dites:

Si $\frac{14}{3}$ aunes coûtent 7 liv. 15 ſ. 9 den. combien $\frac{39}{4}$.

Cela fait, multipliez en croix 39 numérateur de $\frac{39}{4}$ par 3, dénominateur des $\frac{14}{3}$, il viendra 117 pour troiſieme terme. Il faut remarquer que c'eſt pour réduire les fractions en même dénomination, ſa-

voir, en douziemes, multipliez auſſi 14 numérateur par $\frac{14}{3}$ par 4 dénominateur des $\frac{3}{4}$, il vient 56 pour premier terme; puis dites par la Regle de Trois.

Si 56 aunes coûtent 7 livres 15 ſols 9 deniers, combien 117 aunes. R. 16 livres 5 ſols 4 deniers. $\frac{7}{8}$.

La Regle étant ainſi diſpoſée, il n'y a qu'à opérer pour le ſurplus, comme à la Regle de Trois ſimple, en multipliant & diviſant ſelon le précepte; & le quotient de la diviſion donnera le quatrieme terme que l'on cherche, pour la valeur des 9 aunes $\frac{3}{4}$, comme il a été propoſé.

Preuve.

Il faut faire la preuve comme celle des Regles de Trois en nombres entiers, diſant:

Si 117 aunes coûtent 16 liv. 5 ſols 4 deniers $\frac{7}{8}$, combien 56 aunes. R. 7 liv. 15 ſols 9 deniers; ainſi des autres.

Regle de Trois inverſe en nombres entiers.

CETTE Regle eſt appellée diverſement par les divers Auteurs qui en ont traité. Les uns l'ont appellée inverſe; les autres rebourſe; les autres indirecte.

La Regle de Trois inverſe eſt le contraire de la Regle de Trois directe, parce que, dans cette Regle, quand le premier terme eſt plus grand que le troiſieme, le quatrieme que l'on cherche doit être plus grand que le ſecond; & ſi le premier eſt moindre que le troiſieme, le quatrieme ſera moindre que le ſecond.

Pour la dénomination de trois nombres, il faut

observer que le premier terme & le troisieme soient du même nom, comme en la regle de Trois directe.

Ayant disposé les trois nombres, il faut multiplier le deuxieme terme par le premier, ou au contraire; puis divisant le produit par le troisieme, le quotient de la Division donnera le quatrieme que l'on cherche, comme il se pratiquera dans les questions suivantes.

Premiere Question, où le premier est plus grand que le troisieme.

24 hommes ont des vivres pour 12 jours durant dans une Place; mais voulant réduire ce nombre de 24 hommes à 15, on demande à proportion que 24 hommes doivent vivre 12 jours durant de ce qu'on leur avoit baillé de munition, combien de temps les 15 restants doivent subsister de ces mêmes vivres.

On voit que 24, premier terme, étant plus grand que 15, troisieme terme, les mêmes vivres doivent durer davantage à 15 qu'à 24, & par conséquent le quatrieme sera plus grand que le second.

Ayant disposé les termes comme ci-dessus.

Si 24 hommes ont des vivres pour 12 jours, pour combien en auront 15 hommes; on fera la Multiplication & Division, comme il vient d'être enseigné, & comme il se voit par l'opération suivante.

Si 24 hommes 12 jours 15 hommes.

12	
48	133
24	288
288	155 (19 jours & $\frac{1}{5}$.
	1

Pour réponse, les hommes subsisteront 19 jours & $\frac{1}{5}$ de jour.

Preuve.

La preuve se fera par une autre proposition, où le premier terme sera plus grand que le troisieme.

Si 15 hommes ont de quoi subsister 19 jours & $\frac{1}{5}$ de ce qu'ils ont de munition, on demande s'il falloit augmenter le nombre des hommes jusqu'à 24, combien ces 24 hommes subsisteroient de jours par le moyen des mêmes vivres.

Faites l'opération comme ci-dessous, & vous trouverez 12 jours pour réponse.

Si 15 hommes 19 jours $\frac{1}{5}$, 24 hommes: R. 12 jours

19 $\frac{1}{5}$	
135	4
15	288 (12 jours.
3	244
288	2

On voit par l'opération que 15 hommes, premier terme, étant moindre que 24 hommes, troisieme terme, les mêmes vivres dureront moins à 24 qu'à 15; par conséquent on voit qu'il faut que le second terme soit plus grand que le quatrieme; ce qui s'appelle inversion.

Seconde Question.

Dans une Ville assiégée, il y a pour la garder 850 hommes qui n'ont des vivres que pour 18 jours ; mais comme l'on espere que le siége se lévera dans 30 jours, on demande combien il faut faire sortir d'hommes de la Place, afin que le reste puisse subsister de ces mêmes vivres qui sont dans cette Place jusqu'au trentieme jour que le siége doit se lever.

Pour répondre à la question, il faut former une Regle de Trois, comme il suit, disant :

Si 18 jours demandent 850 hommes, combien 30 jours ℞. 510 hommes.

On voit, si c'étoit en la Regle de Trois directe, que 30 jours donneroient plus que 18, mais en celle-ci c'est le contraire ; car plus il y aura de jours, & moins d'hommes il faudra réserver : c'est pourquoi il faut que le troisieme nombre soit diviseur du produit des deux premiers, comme il paroît par l'opération.

Si 18 jours demandent 850 hommes, combien 30 jours

$$\begin{array}{r} 18 \\ \hline 6800 \\ 850 \\ \hline 15300 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \cancel{15300} \\ \hline \cancel{3000} \\ \cancel{33} \end{array} \quad (510\text{h.}$$

Ayant fait l'opération de la Regle, il est venu 510 au quotient, c'est-à dire, 510 hommes qui doivent rester dans la Ville pour la garder, qui étant soustraits de 850, reste 340, qu'il faut faire sortir.

Preuve par une autre Question.

Si les vivres qui sont dans une Ville peuvent faire subsister 510 hommes 30 jours durant, combien faudra-t-il d'hommes pour consommer les mêmes vivres en 18 jours ? faisant la Regle, il viendra 850 hommes, comme il a été proposé ci-devant.

Si 30 jours demandent 510 hommes, combien 18 jours.

30

15300 ~~15300~~ (850 h.

~~1888~~

~~11~~

Avertissement sur l'opération des Regles de Trois inverses suivantes.

J'ai assez amplement expliqué la maniere de multiplier, de diviser, de faire toutes sortes de réductions de grandes especes en petites, page 119, ou de petites en grandes, page 142, d'opérer les Regles de Trois simples en entiers & fractions ; ensuite de quoi j'ai expliqué la maniere d'opérer la Regle de Trois inverse ci-dessus, & j'ai fait l'opération de deux exemples tout au long pour servir de modele aux autres, qui étant bien entendues, je me propose dans les questions suivantes que je formerai sur la même Regle de Trois inverse, de donner seulement l'explication de la question avec la réponse au pied, laissant au Lecteur le soin d'en faire lui-même l'opération sur le papier, pour trouver même répon à la question que celle que je lui donne.

Troisieme Question.

Dans une Ville assiégée, il y a des vivres pour 8 mois à 1500 hommes, & ils ne peuvent avoir du secours que dans 11 mois, l'on veut néanmoins que les rations ne diminuent point ; savoir combien on doit retenir d'hommes dans la Place, afin que les vivres puissent subvenir jusqu'au temps auquel on espere le secours.

On disposera la Regle ainsi que dessous.

Si 8 mois donnent 1500 hommes, combien 11 mois.

Faisant l'opération selon le précepte de la Regle de Trois inverse, on trouvera 1090, qui est le nombre des hommes qu'il faut retenir, & reste 10 qui sont surnuméraires, qui ne sont point comptés, parce que l'on ne divise point les hommes.

Quatrieme Question.

Mais comme il est difficile de faire sortir des hommes de dedans une Ville assiégée, parce que les assiégeants l'empêchent pour faire plutôt consommer les vivres, on demande si ces 1500 hommes qui sont dans la Place, sont contraints d'y demeurer, ayant par jour 20 onces de pain pour ration, lorsque les vivres pouvoient durer 8 mois, combien il leur faudra donner d'onces de pain pour faire que les vivres durent 11 mois.

Il faut dire par la Regle de Trois inverse:

Si 8 mois donnent 20 onces, combien 11 mois, & faisant l'opération selon le précepte de la Regle, on trouvera pour réponse 14 onces $\frac{6}{11}$, c'est-à-dire, 14 onces $\frac{1}{2}$ un peu plus, pour la raison de chaque Soldat.

Cinquieme Question.

Si dans une Ville assiégée il y a des vivres pour 1500 hommes pour 8 mois durant, & l'on renforce la Garnison de 400 hommes, on demande combien ces mêmes vivres dureront de temps, sans diminuer la ration.

Ajoutez les 400 hommes de renfort avec 1500 hommes, il viendra 1900, puis raisonnez ainsi:

Si 1500 hommes subsistent 8 mois durant de ce qu'il y a de vivres dans la Ville, on demande combien 1900 hommes subsisteront de temps de ces mêmes vivres.

Disposition de la Regle.

Si 1500 hommes subsistent 8 mois, combien subsisteront 1900 hommes? faisant la Regle, il viendra pour réponse 6 mois 9 jours 11 heures, un peu

plus que les 1900 hommes subsisteront.

Sixieme Question.

Un Capitaine dit qu'en donnant 16 sols par jour à chacun de ses Soldats, il a de l'argent pour 23 jours; mais n'espérant point d'autre argent que dans 46 jours, on demande de combien il faut diminuer le paiement de chaque Soldat, afin que son argent puisse lui durer 46 jours; il faut former la question, & raisonner ainsi:

Si 23 jours donnent 16 sols par jour, combien 46 jours. Faisant la Regle, on trouvera 8 sols par jour, lesquels ôtés de 16 sols, reste 8 sols qu'il faut rabattre à chaque Soldat.

Preuve.

Pour preuve de la Regle ci-dessus, il faut dire par son contraire:

Si 46 jours donnent 8 sols par jour, combien 23 jours. R. 16 sols.

Septieme Question.

Lorsque le muid de blé coûte 40 écus, je suppose que le pain d'un sol pese 16 onces, on demande combien doit peser le même pain d'un sol, lorsque le muid de blé ne vaudra que 30 écus. Il faut dire:

Si 40 écus donnent 16 onces, combien 30 écus.

Faites l'opération selon le précepte de la Regle de Trois inverse, & vous trouverez 21 onces $\frac{1}{3}$ que le pain d'un sol doit peser.

Pour preuve on dira:

Si 30 écus donnent 21 onces $\frac{1}{3}$, combien 40 écus. R. 16 onces comme devant.

Remarquez que le semblable fût arrivé, quand on eût dit que le blé coûtant 40 écus le muid, le pain de 10 sols, 12 sols, ou d'un autre poids, peseroit tant d'onces; car le prix d'un pain n'entre point en opération avec les autres termes, d'autant qu'il est

auſſi bien conſidéré en la ſeconde Regle, qui eſt la preuve, comme en la premiere.

Avertiſſement ſur la Regle de Trois inverſe.

Huitieme Queſtion.

Il faut entendre que dans la Regle de Trois inverſe, il y a toujours un terme commun qui ſe réfere à quatre autres, comme ſi on diſoit :

Le blé coutant 30 écus le muid, on a pour 10 ſols 12 ℔ de pain; on demande lorſque le muid de blé vaudra 40 écus, combien on aura de ℔ de pain pour 18 ſols, on voit que le prix de 10 ſols eſt un terme commun, il n'y a que le muid qui change de prix : c'eſt pourquoi il faut que les ℔ de pain que l'on baillera changent, c'eſt-à-dire, que le plus grand prix donne moins de ℔ de pain, & le moindre en donne plus: on fera donc la Regle ſelon ſon précepte, & on trouvera 9 ℔ de pain pour 10 ſols.

Opération.

Si 30 écus donnent 12 ℔ de pain, combien 40 écus. R. 9 livres.

Neuvieme Queſtion.

Si 100 Ouvriers ont employé 60 jours à faire un ouvrage, on demande combien 150 autres Ouvriers emploieront de temps pour en faire un pareil.

Dites par la Regle de Trois :

Si 100 hommes emploient 60 jours, combien 150 hommes. R. 40 jours.

Dixieme Queſtion.

Pierre a prêté 500 livres à Jean, dont il s'eſt ſervi 7 mois ; on demande quelle ſomme Jean prêtera à Pierre pour 3 mois, afin d'égaler la récompenſe.

Pour le savoir, il faut former une Regle de Trois inverse, raisonnant ainsi :

Si durant 7 mois, Jean s'est servi de 500 livres qui appartenoient à Pierre, on demande quelle somme Jean doit mettre entre les mains de Pierre pour trois mois.

En faisant l'opération de la Regle selon le précepte, on trouvera que Jean doit prêter 1166 liv. $\frac{2}{3}$ à Pierre pour trois mois.

Disposition de la Regle.

Si 7 mois donnent 500 livres, combien 3 mois. Rx. 1166 livres $\frac{2}{3}$.

Pour preuve, dites :

Si 3 mois donnent 1166 livres $\frac{2}{3}$, combien 7 mois. Rx. 500 livres.

Onzieme Question.

Jean a prêté à Pierre 500 livres, dont il s'est servi 7 mois ; savoir, si Pierre prête à Jean 750 livres, combien il les doit garder pour équipoler la récompense.

Il faut dire par la Regle de Trois :

Si 500 livres sont gardées 7 mois par Pierre, combien Jean doit-il garder, 750 liv.

Opération.

Si 500 livres sont gardées 7 mois, combien 750 livres. Rx. 4 mois & 20 jours.

Pour preuve, il faut dire :

Si 750 livres ont été gardées 4 mois & 20 jours, combien doivent être gardées 500 liv. Rx. 7 mois.

Douzieme Question.

Il y a 100 pintes d'une certaine liqueur dans un vaisseau, qui vaut 4 sols la pinte, on demande combien il y faut mêler d'eau, afin que la pinte du mélange revienne à 3 sols 4 deniers.

Pour faire cette Regle, réduisez 4 s. en deniers, il viendra 48 den. pour le premier terme de la Regle de Trois.

Réduisez

Réduisez aussi 3 sols 4 deniers en deniers, il viendra 40 deniers pour le troisieme terme : puis dites :

Si 48 deniers donnent 100 pintes, combien 40 deniers? Faisant la Regle, on trouvera 120 pintes, à 3 sols 4 deniers la pinte.

Et pour savoir combien il faudra ajouter d'eau, selon la question, ôtez 100 de 120, le reste sera 20 pintes d'eau à ajouter.

Pour preuve, multipliez les 100 pintes à 4 sols, il viendra 20 livres.

Multipliez aussi les 120 pintes du mélange par 3 sols 4 deniers, il viendra les mêmes 20 livres.

Regle de Trois inverse en fractions.

IL faut que la dénomination des termes de la Regle de trois inverse en fractions, soit comme la Regle de Trois directe en fractions aussi, puis multiplier les deux premiers nombres l'un par l'autre, & diviser le produit par le dernier ; ou bien, pour le plus court, multipliant les deux premiers numérateurs, & le dernier dénominateur de suite entr'eux, le produit sera le nombre à diviser ; multipliant aussi les deux premiers dénominateurs par le dernier numérateur de suite entr'eux, le produit sera le diviseur ; puis faisant la division, le quotient donnera le quatrieme terme que l'on cherche, comme il se voit par les opérations suivantes.

Premiere Question.

Quelqu'un a fait faire un manteau avec 5 aunes $\frac{1}{4}$ d'une étoffe de $\frac{2}{3}$ de large ; on demande, s'il le veut faire doubler d'une étoffe de $\frac{3}{8}$ de large, combien il lui en faut d'aunes. Faites la Regle comme il vient d'être enseigné, & vous trouverez 9 aunes $\frac{1}{3}$.

Opération.

Si $\frac{2}{3}$ $\frac{21}{4}$ X $\frac{3}{8}$. R. 9 $\frac{1}{3}$ aunes qu'il faut de l'étoffe de $\frac{3}{8}$ de large pour la doublure du manteau proposé ci-dessus.

Pour preuve, il faut faire une autre question contraire à la précédente, disant:

Il faut 9 $\frac{1}{3}$ aunes d'étoffe de $\frac{3}{8}$ de large, pour faire la doublure d'un manteau; on demande combien il faudra d'aunes d'une étoffe de $\frac{2}{3}$ de large pour faire le dessus.

Opération.

Si $\frac{3}{8}$ $\frac{28}{3}$ X $\frac{2}{3}$. R. 5 $\frac{1}{4}$, comme ci-dessus.

Multipliant & divisant selon le précepte de la Regle de Trois inverse, on trouvera 5 aunes $\frac{1}{4}$ pour le dessus du manteau, comme il a été proposé.

Seconde Question.

Un Marchand a acheté une piece de taffetas pesant 14 ℔, tirant 52 aunes $\frac{1}{2}$, & lui coûte 17 liv. $\frac{3}{4}$ la ℔, on demande combien vaut l'aune.

Pour résoudre cette proposition, il faut disposer la Regle comme ci-dessous; & faisant l'opération selon le précepte de la Regle de Trois inverse, il viendra 4 liv. & $\frac{77}{105}$ livres pour la valeur de l'aune.

Si 17 $\frac{3}{4}$ livres 14 ℔ 52 $\frac{1}{2}$ aunes, ou par réduction:

Si $\frac{71}{7}$ $\frac{14}{2}$ X $\frac{305}{2}$. R. 4 $\frac{77}{105}$ livres pour la valeur de l'aune.

Preuve par une autre Question.

Un Marchand a acheté une piece de taffetas tirant 52 $\frac{1}{2}$ aunes, au prix de 4 $\frac{77}{105}$ livres l'aune, cette piece pesant 14 ℔, on demande à combien revient la ℔.

Dites par la Regle de Trois inverse:

Si $\frac{105}{2}$ aunes $\frac{497}{105}$ livres, X $\frac{14}{1}$ ℔. R. 17 $\frac{3}{4}$.

Si vous faites l'opération, vous trouverez 17 $\frac{3}{4}$ liv. pour la valeur de la ℔, comme il a été proposé ci-dessus, & c'est la preuve.

Troiſieme Queſtion.

Un Maître Tailleur a fait un habit long ; ſavoir, la ſoutane & le manteau avec 12 $\frac{1}{2}$ aunes d'étoffe de $\frac{5}{6}$ de large : un autre en a fait auſſi un de pareille grandeur avec 8 aunes ; on demande quelle largeur avoit cette derniere étoffe.

Il faut dire :

Si $\frac{25}{2}$ aunes $\frac{5}{6}$ aunes, X $\frac{8}{1}$ aunes. R. 1 $\frac{29}{76}$ aunes de large pour la réponſe ; ainſi des autres.

Regle de Trois double, ou *compoſée de cinq termes.*

DANS cette Regle il y a toujours cinq termes connus, par le moyen deſquels on trouve le ſixieme que l'on cherche. Elle s'appelle double, à cauſe qu'elle contient en ſoi deux Regles de Trois directes, que je réduirai néanmoins à une ſeule opération.

Pour faire cette Regle, il faut obſerver que le nombre qui emporte le terme de la queſtion ſoit toujours au milieu des cinq termes.

Exemple.

On ſait que 45 toiſes de maçonnerie ont été faites par 18 hommes en 3 jours, on demande combien 15 hommes pourront faire de toiſes en 12 jours. Il faut former la Regle de Trois double, diſant :

Si 18 hommes en 3 jours font 45 toiſes de maçonnerie, combien 15 hommes en feront-ils en 12 jours ?

Pour l'opération de la Regle, il faut multiplier les trois derniers nombres 45, 15 & 12 de ſuite l'un par l'autre ; il viendra 8100 pour nombre à diviſer.

Il faut auſſi multiplier les 2 premiers l'un par l'autre ; ſavoir, 18 par 3, il viendra 54 pour diviſeur ;

cela fait, il faut diviſer 8100 par 54, il viendra 150 toiſes, que 15 hommes feront en 12 jours, comme il ſe voit par l'opération.

Si 18 hommes en 3 jours font 45 toiſes, combien 15 hommes en 12 jours?

18		15
3		45
54 diviſeur		75
		60
27		675
8100	par	12
	(150 toiſes.	
4444		1350
88		675
		8100

Pour preuve, il faut faire une autre queſtion, feignant d'ignorer combien 18 hommes feront de toiſes de maçonnerie en 3 jours, & dire par une autre Regle de Trois double :

Si 15 hommes en 12 jours font 150 toiſes de maçonnerie, on demande combien 18 hommes en feront en 3 jours.

Faiſant la Regle, il viendra 45 toiſes pour le ſixieme terme, comme il a été propoſé dans la Regle ci-deſſus.

Pour l'opération, il faut multiplier, comme il a été enſeigné, le troiſieme, quatrieme & cinquieme l'un par l'autre; il viendra 8100 au produit pour nombre à diviſer; il faut auſſi multiplier le premier terme par le deuxieme, & le produit 180 ſera le diviſeur.

Opération.

Si 15 hommes en 12 jours font 150 toiſes, combien 18 hommes en 3 jours? R. 45 toiſes.

Autre Exemple sur la Regle de Trois double.

Un Particulier a prêté à un autre 1200 liv. pour six mois, dont il a retiré 33 livres 6 sols 8 deniers de profit ; on demande combien il retirera d'un autre qui lui demande 800 livres à emprunter pour 8 mois, à la même raison.

Pour résoudre cette question, il faut observer le même ordre que ci-dessus pour le raisonnement, & dire :

Si 1200 liv. en 6 mois ont gagné 33 liv. 6 sols 8 deniers, combien gagneront 800 liv. en 8 mois ; & faisant l'opération selon le précepte de la Regle de Trois double, il viendra pour R. 29 liv. 12 sols 7 deniers $\frac{1}{9}$, & c'est le profit ou intérêt desdites 800 liv. pour les 8 mois, comme il a été proposé.

Preuve.

Pour preuve, il faut former une autre question opposée :

Si 800 liv. en 8 mois doivent gagner 29 liv. 12 sols 7 den. $\frac{1}{9}$, combien ont gagné les 1200 liv. ci-devant en 6 mois ? R. 33 liv. 6 sols 8 den.

Remarque. Il faut remarquer ici plus qu'à la preuve précédente, à cause des sols & deniers qui se rencontrent au sixieme terme, qu'après avoir disposé la Regle, il faut multiplier le quatrieme terme par le cinquieme, qui sont nombres entiers, puis multiplier le produit par le troisieme, où il y a des sous-especes, & rapporter le reste de la division des deniers, s'il y en a. Cela fait, ajoutant tous les produits, la somme sera le nombre à diviser ; & multipliant le premier terme par le deuxieme, le produit sera le diviseur ; puis divisant le nombre à diviser par le diviseur, il viendra 33 liv. 6 sols 8 deniers, comme veut la question.

Autre Question sur la même Regle.

Un Particulier, avec 4 livres 13 sols 4 deniers, en trois jours a gagné 6 sols 8 deniers, on demande,

s'il prête à quelqu'un 1 liv. 6 sols 8 deniers pour 5 jours, combien il doit avoir de profit.

Comme cette question est plutôt une curiosité qu'une nécessité, j'en donnerai seulement la construction avec la réponse.

Il faut réduire le premier terme, 4 liv. 13 sols 4 deniers, en deniers; il viendra 1120 den.

Il faut aussi réduire le troisieme terme, 6 sols 8 deniers, en deniers; il vient 80 deniers.

Enfin réduisant le quatrieme terme, 1 livre 6 sols 8 deniers, en deniers, il viendra 320 deniers. Toutes ces réductions étant faites, il faut raisonner ainsi :

Si 1120 deniers gagnent en trois jours 80 deniers, combien gagneront 320 deniers en 5 jours.

Faisant la Regle selon le précepte, il viendra 38 d. $\frac{1}{22}$ pour le profit de 1 liv. 6 sols 8 den. en 5 jours.

La preuve de cette question se fait comme celle des précédentes; c'est pourquoi je n'en parlerai point davantage.

Le même arrivera des autres Regles, encore qu'il y eût fraction, pourvu que l'on réduise les termes de même nom en même dénomination.

Exception de la Regle, page 196.

Ayant disposé les quatre premiers termes ainsi qu'il a été dit, si on demande le cinquieme, on dira:

Exemple.

Si 18 hommes en 3 jours font 45 toises de maçonnerie, en combien de jours 15 hommes feront-ils 150 toises.

Dans cet exemple, il faut premiérement considéter sa disposition; cela supposé, il faut multiplier le premier, deuxieme & sixieme terme de suite l'un par l'autre, & le dernier produit, qui est 8100, est le nombre à diviser.

Puis, pour avoir un diviseur, il faut multiplier le troisieme par le quatrieme, & le produit, qui est 675, est le diviseur.

Cela fait, si on divise 8100 par 675, le quotient de la Division sera 12, c'est-à-dire, 12 jours pour le cinquieme terme que l'on cherche.

Disposition de la Regle.

Si 18 hommes font en 3 jours 45 toises, en combien de jours 15 hommes (o) feront-ils 150 toises. R. en 12 jours.

Autre exception.

Si l'on cherche le quatrieme terme, on raisonnera comme ci-après.

Exemple.

Si 18 hommes font en 3 jours 45 toises de fossé, combien faut-il d'hommes pour en faire en 12 jours 150 toises.

Pour résoudre cette question, ayant disposé les termes comme ci-après, on multipliera le premier, deuxieme & sixieme l'un par l'autre, & le produit sera le nombre à diviser.

Ensuite multipliant le troisieme terme par le cinquieme, le produit sera le diviseur; après cela faisant la division, le quotient d'icelle donnera 15 hommes pour le quatrieme terme que l'on cherche.

Disposition de la Regle.

Si 18 hommes font en 3 jours 45 toises, combien faut-il d'hommes pour en faire en 12 jours 150 toises. R. 15 hommes.

Regles de Trois double en fractions.

DANS cette Regle, il faut observer le même ordre que dans la Regle de Trois double en entiers, posant toujours le nombre qui emporte le sujet de la question au milieu des cinq termes, & observant s'il se trouve quelqu'un des termes en

nombres entiers, de souscrire l'unité, comme il a été enseigné dans la troisieme question de la Regle de Trois simple en fraction ci-devant, *page* 179.

Les nombres étant ainsi disposés, qu'il y ait fraction à tous les termes connus ou non, il faut multiplier de suite les deux premiers dénominateurs par les trois derniers numérateurs, & le produit sera le nombre à diviser; puis pour avoir le diviseur, il faut encore multiplier de suite les deux premiers numérateurs par les trois derniers dénominateurs, & le produit sera le diviseur; puis faisant la division; le quotient donnera le sixieme terme que l'on cherche, qui est la réponse à la question.

Exemple.

7 aunes $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de large ont coûté 52 liv. $\frac{1}{2}$, on demande combien coûteront 20 aunes d'une autre étoffe qui sera large de $\frac{5}{6}$ aunes.

Ayant réduit les entiers en leurs fractions, la Regle sera disposée comme il suit.

Si $\frac{23}{3}$ aunes de $\frac{3}{4}$ de large X $\frac{105}{2}$ livres $\frac{20}{1}$ aunes de $\frac{5}{6}$ de large, observant pour l'opération de la Regle l'ordre de l'explication ci-dessus, & opérant au surplus selon le précepte de la Regle de Trois double, on trouvera 152 $\frac{4}{23}$ livres pour la valeur de 20 aunes de $\frac{5}{6}$ de large.

Preuve.

Pour faire la preuve, il faut dire par une autre Regle de Trois double:

Si 20 aunes de $\frac{5}{6}$ de large coûtent 152 $\frac{4}{23}$ livres, on demande combien coûteront 7 aunes $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de large.

Disposez la Regle comme ci-après, en réduisant les entiers en leurs fractions, & faisant l'opération, il viendra au sixieme terme 52 $\frac{1}{3}$ livres pour le prix de 7 $\frac{2}{3}$ aunes de $\frac{3}{4}$ de large, à raison susdite, comme il a été proposé ci-dessus.

Disposition de la Regle.

Si $\frac{20}{1}$ aunes de $\frac{3}{6}$ de large X $\frac{3500}{23}$ livres, combien $\frac{23}{3}$ aunes de $\frac{3}{4}$ de large. R. 52 $\frac{1}{2}$; ainsi des autres.

REGLE

Appellée conjointe, ou de composition de raisons.

CETTE Regle est une liaison de tant de Regles de Trois directes que l'on voudra ; & il faut observer que dans ladite Regle, le premier nombre & le dernier, qui est celui de la question, soient de même nom, & le second & troisieme de même nom aussi, &c. & que le nombre demandé ait même dénomination que le pénultieme.

Exemple où il y a quatre termes conjoints.

Supposez que 2 ducats valent 13 livres tournois, & que 3 livres valent 5 florins de Savoie, on demande la raison du florin de Savoie au ducat.

Pour résoudre cette Regle, & faire voir qu'elle est conjointe, c'est qu'au deuxieme terme & au troisieme il est parlé de même monnoie, savoir de celle de France, laquelle conjoint la raison du ducat au florin.

Ayant disposé la Regle comme ci-dessous, il faut multiplier le troisieme terme par le premier, & le quatrieme par le second, les produits seront en raison inverse de la valeur de ces monnoies.

Opération.

Si 2 ducats valent 13 liv. & 5 florins.

5 2

65 florins 6

Ayant fait l'opération, on voit que la raison du ducat au florin sera comme 6 ducats à 65 florins.

Pour faire la preuve, multipliez le prix du ducat, qui est 6 liv. 10 sols par 6, il viendra 39 liv.

Multipliez auſſi le prix du florin, qui eſt 12 ſols, par 65, il viendra 780 ſols, qui valent auſſi 39 liv.

Opération.

6 l. 10 ſ. valeur du ducat, 12 ſ. valeur du florin,

par 6		par 65	
39 livres.		78	0 ſols.
		39 livres.	

Autre Exemple.

Mais ſi d'aventure il y avoit davantage d'eſpeces qui fuſſent conjointes, comme dans l'exemple ci-deſſous où il y en a 8; alors ayant formé la queſtion, on les diſpoſera enſuite comme il ſe voit.

Suppoſé donc que 6 aunes de Rouen rendent 5 aunes à Paris, & que 4 aunes de Paris rendent 7 aunes en Hollande, & que 26 $\frac{1}{4}$ aunes d'Hollande rendent 9 cannes de Languedoc, & que 5 cannes de Languedoc valent 30 livres, on demande combien 20 aunes de Rouen valent de livres.

R. 60 livres.

Diſpoſition de la Regle, & ſon opération.

6 aun. Rouen	5 aun. Paris.	combien 20 aunes de Rouen. R. 60 liv.
Si 4 aunes Paris	7 aun. Hol.	
26 $\frac{1}{4}$ Hollande	9 cannes.	
5 cannes.	30 livres.	

24	35		
26 $\frac{1}{4}$	9		
144	315	~~189000~~	
486	30	~~31500~~	(60 l. pour la valeur de 20 aun. de Rouen.
630	9450	~~315~~	
5	20		
3150 diviſeur,	189000 à diviſer.		

Explication de l'Opération ci-dessus.

Ayant disposé la Regle comme ci-dessus, j'ai multiplié les quatre termes antécédents ; savoir, 6, 4, 26 $\frac{1}{4}$ & 5 de suite, & le dernier produit est 3150 pour diviseur.

J'ai multiplié ensuite les termes conséquents ; savoir, 5, 7, 9 & 30, le produit est 9450, que j'ai multiplié par 20 aunes de Rouen, qui est le terme de la question, & j'ai trouvé 189000 pour nombre à diviser.

Puis divisant 189000 par 3150, j'ai trouvé 60 liv. pour la valeur de 20 aunes de Rouen.

Exemple.

Pour faire la preuve de cette Regle, il faut regarder quel nombre de cette Regle vous voulez qu'il vienne pour nombre inconnu ; par exemple, si vous voulez qu'il vienne 7 aunes d'Hollande pour nombre inconnu, il faut disposer la Regle comme ci-après.

Si 5 aunes de Paris font 6 aunes à Rouen, & 20 aunes de Rouen valent 60 liv. 30 liv. 5 cannes & 9 cannes 26 aunes $\frac{1}{4}$ d'Hollande, combien 4 aunes de Paris feront-elles d'aunes en Hollande ? faites la Regle selon le précepte enseigné ci-dessus, & vous trouverez que les 4 aunes de Paris valent 7 aunes en Hollande.

Disposition des Nombres.

	5 aunes Paris.	6 aunes Rouen.	combien
Si	20 aunes Rouen.	60 livres.	4 aun. Paris. R. 7. aunes.
	30 livres.	5 cannes.	
	9 cannes.	26 aun. $\frac{1}{4}$ Holl.	

La Regle étant ainsi disposée, faites la Regle en multipliant les quatre termes antécédents entr'eux, & vous trouverez 27000 pour diviseur.

Multipliez aussi les 4 termes conséquents, & leur produit par les 4 aunes de Paris, vous trouverez 189000 pour nombre à diviser ; puis divisant l'un

par l'autre, vous trouverez votre nombre inconnu; ſavoir, 7 aunes d'Hollande.

Autre Exemple.

Si un cheval coûte 45 liv. 13 liv. valent 2 ducats, 6 ducats valent 65 florins, on demande combien un cheval vaut de florins.

Diſpoſition de la Regle.

Si { 1 un cheval vaut 45 livres / 13 livres 2 ducats / 6 ducats 65 florins } On demande combien 1 cheval vaut de florins.

R. 75 florins.

Faiſant la Regle comme il a été enſeigné, on trouvera 75 florins pour la valeur du cheval.

Preuve.

On peut prouver cette Regle comme il a été enſeigné, ou d'un autre façon, comme ci-deſſous.

Sachant qu'un florin vaut 12 ſols, on dira par Regle de Trois:

Si un florin vaut 12 ſ. comb. 75 flor. valeur du ch. multipliez 75 par 12 ſols.

37 livres 10 ſols.
7 livres 10 ſols.

R. 45 livres pour la valeur du cheval, comme il a été propoſé ci-deſſus.

Ayant amplement expliqué la conſtruction des Regles vulgaires, je dirai que par ces mêmes Regles on peut faire toutes ſortes de réductions, ſoit de monnoie, d'aunage, de la ℔ de poids, &c. comme il ſe verra ci-après.

TRAITÉ DES RÉDUCTIONS

Ou de rapport des Aunages, ou autres mesures étrangeres, à l'aune de Paris ou de Lyon, comme aussi du rapport des poids les uns aux autres.

De la mesure en général.

LA mesure est une certaine quantité connue, qui, étant appliquée aux choses, nous montre combien de fois elle y est compriſe, ou quelle partie elles en contiennent, étant plus petites. On lui a donné différents noms à cause de la diverſité des pays, quand on s'en sert pour connoître la longueur, largeur, & superficie. Elle s'appelle aune, comme à Paris, Rouen, Lyon, Troies, Hollande, Flandres, &c. à Genes on la nomme palme; verge en Angleterre; ras à Turin; barres à Valence, Aragon, Castille; cannes à Toulouse & Montpellier; pics à Constantinople; brasses à Milan, Mantoue, Modene, Bologne, Venise, Luques, Bergame, Florence, Avignon, &c. cannes à Naples. La mesure s'appelle aussi perche, toise, pied, pouce, &c. Si on veut savoir la quantité de la pesanteur de quelque matiere, on la nomme quintal, ℔, marc, onces, &c. Si on veut mesurer les choses liquides, elles portent le nom de tonneau, muid, poinçon, quarte, pinte, chopine, &c. S'il s'agit de mesurer des grains, la mesure s'appelle, muid, setier, mine, minot, boisseau, quart, litron, &c. Si c'est du sel, de même.

Il faut remarquer que par-tout elle retient aussi le

nom de mesure, excepté quand on l'emploie pour exprimer la quantité de la matiere où elle prend celui de poids.

Rapport des mesures.

L'aune de Paris est communément mesurée entre les Marchands par $\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{8}\frac{1}{16}\frac{1}{32}$, &c.

Plus par $\frac{1}{3}\frac{1}{6}\frac{1}{12}\frac{1}{24}$, &c.

Table du rapport des Aunages, & autres Mesures étrangeres à l'aune de Paris ou de Lyon.

100 Aunes de Paris, Lyon & Rouen font
171 Aunes $\frac{3}{7}$ de Flandres & d'Allemagne, *ou* comme 7 à 12.
128 Aunes $\frac{4}{7}$ de Londres, *ou* comme 7 à 9.
175 Aunes d'Hollande, *ou* comme 4 à 7.
480 Palmes de Genes, *ou* comme 5 à 24, & 9 palmes font une canne.
200 Ras de Turin, & 200 brasses de Luques.
130 Barres de Valence en Espagne, *ou* comme 10 à 13.
140 Barres de Castille, *ou* comme 5 à 7.
150 Barres d'Arragon, *ou* comme 2 à 3.
180 Pics de Constantinople, *ou* comme 5 à 9.
180 Brasses de Bergame, *ou* comme 5 à 9.
60 Cannes de Montpellier, *ou* comme 5 à 3; & la Canne est divisée en 8 pans.
66 $\frac{2}{3}$ Cannes de Toulouse, *ou* comme 9 à 6.
225 Brasses de Milan, mesure de draps de soie, *ou* comme 4 à 9.
175 Brasses de Milan, mesure de draps de laine, *ou* comme 4 à 7.
187 $\frac{1}{2}$ Brasses de Mantoue, Modene, Bologne & Venise, *ou* comme 8 à 15.

121 Braſſes d'Avignon.

204 Braſſes de Florence, *ou* comme 1 à 2, peu moins.

188 $\frac{1}{4}$ Cannes de Naples, *ou* comme 17 à 32.

Outre les aunages contenus dans la Table ci-deſſus, il y en a une infinité d'autres, dont la connoiſſance s'acquiert par la pratique du négoce qui ſe fait tous les jours entre les Marchands, auxquels je laiſſe le ſoin d'en faire une plus exacte recherche.

Uſage de la Table.

La Table ci-deſſus exprime la valeur des meſures des lieux du trafic à l'égard de l'aune de Paris ou de Lyon, en telle ſorte que 100 aunes de Paris ou de Lyon ſont égales à celles qui ſont vis-à-vis à la Table, à l'égard du lieu vis-à-vis duquel elles ſont poſées.

Par exemple.

Des cannes de Languedoc, il en faut 60 pour 100 aunes de Paris ou de Lyon, ou par abréviation, il faut 3 cannes pour 5 aunes.

Des aunes d'Hollande, il en faut 175 pour 100 aunes de Paris, ou par abréviation, 7 aunes de Hollande font 4 aunes de Paris; ainſi des autres.

Réduction d'une quantité d'aunes de Hollande à l'aune de Paris.

Pour faire cette réduction, on peut ſe ſervir de deux manieres, & choiſir la plus facile.

La premiere eſt de multiplier les aunes d'Hollande par 4, & diviſer le produit par 7, en tirant le ſeptieme, & le quotient de la Diviſion donnera des aunes de Paris; & s'il reſte quelque choſe à la Diviſion, ce ſeront des aunes que l'on comptera pour autant de livres, que l'on réduira en ſols, pour

en tirer encore le ſeptieme, & les ſols & deniers qui en proviendront, ſeront pris pour telle partie de l'aune qu'ils ſeront partie de la livre, comme ſi en tirant le ſeptieme, il vient 28 liv. 6 ſols 8 deniers ou environ, ce ſeront 28 aunes $\frac{1}{3}$; ainſi des autres.

Pour ſeconde maniere de réduire les aunes d'Hollande en aunes de Paris, il faut multiplier les aunes d'Hollande par les $\frac{4}{7}$ de la livre de 20 ſols, qui ſont 11 ſols 5 deniers $\frac{1}{7}$, & le produit de la multiplication donnera une quantité de livres que l'on comptera pour autant d'aunes ; & ſi au même produit il ſe trouve des ſols & deniers, on regardera quelle partie ce ſera de la livre ; comme s'il y avoit 15 ſols, qui ſont les $\frac{3}{4}$ de 20 ſols ; il faudroit compter $\frac{3}{4}$ d'aunes, & le tout feroit une quantité d'aunes entieres, & $\frac{3}{4}$ d'aunes de Paris ; le même ſe doit entendre des autres parties de la livre que l'on doit convertir en parties de l'aune.

Exemple.

On demande combien 49 aunes d'Hollande valent à Paris ; dites par la Regle de Trois :

Si 7 aunes d'Hollande valent 4 aunes de Paris, combien 49 aunes d'Hollande ? faites l'opération, vous trouverez 28 aunes de Paris pour les 49 aunes d'Hollande.

Opération.

Si 7 Hollande 4 Paris, combien 49 Hollande ?

$$\frac{\overset{\cancel{8}}{\cancel{196}}}{\cancel{77}} \; (28 \qquad \frac{4}{196} \text{ à diviſer par } 7.$$

℞. 28 aunes de Paris.

Pour preuve, faites une autre queſtion oppoſée à la précédenre, diſant :

Si 4 aunes de Paris valent 7 aunes d'Hollande,

combien 27 aunes de Paris ? faites la Regle, & vous trouverez 49 aunes d'Hollande.

Autre Exemple.

On demande combien 38 aunes d'Hollande valent d'aunes de Paris. Dites par la Regle de Trois.

Si 7 d'Hol. valent 4 de Paris, combien 38 d'Hol.

multipliez par 4

Produit 152 à diviser par 7, en tirant le septieme, il vient 21 aunes $\frac{5}{7}$.

Pour preuve, faites une autre question, disant :

Si 4 aunes de Paris valent 7 aunes d'Hollande, combien 21 $\frac{5}{7}$ aunes de Paris feront-elles d'aunes d'Hollande ?

Multipliez 21 $\frac{5}{7}$ par 7, il viendra 152 pour nombre à diviser, que vous diviserez par 4 ; il viendra 38 aunes, comme il a été propolé dans l'exemple ci-dessus.

Seconde maniere de réduire des aunes d'Hollande en aunes de Paris.

Par exemple, si on veut réduire 38 aunes d'Hollande en aunes de Paris, multipliez 38 par 11 sols 5 deniers $\frac{1}{7}$, selon l'ordre de la multiplication par sols & par deniers, le produit donnera 21 $\frac{5}{7}$ aunes comme ci-dessus.

38 aun. d'Hollande à 11 sols 5 den. $\frac{1}{7}$.

19			
1	18		
	12	8 den.	
	3	2	
		5	$\frac{3}{7}$.

21 liv. 14 sols 3 den. $\frac{3}{7}$ ou 12 aunes $\frac{5}{7}$

Faisant la Multiplication comme il se voit, il viendra 21 livres 14 sols 3 deniers $\frac{3}{7}$; & pour les 21 livres, il faut compter 21 aunes, & pour les 14 sols 3 den. j'en ôte 13 sols 4 den. qui sont $\frac{2}{3}$ des livres que je compte pour $\frac{2}{3}$ d'aune, & reste 11 den. $\frac{3}{7}$, qui est une fraction d'aunage qui n'est pas considérable, qui néanmoins peut être estimée $\frac{1}{24}$ peu plus; ainsi des autres.

Avertissement sur la réduction d'aunage.

Comme j'ai dit ci-devant que pour réduire des aunes d'Hollande en aunes de Paris, il faut multiplier les aunes d'Hollande par 4, & diviser le produit par 7 pour avoir des aunes de Paris, par la raison que 7 aunes d'Hollande ne valent que 4 aunes de Paris; ou autrement, qu'il faut multiplier les mêmes aunes d'Hollande par les $\frac{4}{7}$ de 20 sols, qui est la plus juste réduction, & la plus approchante.

Réduction des aunes de Flandres en aunes de Paris.

Ainsi, pour réduire les aunes de Flandres en aunes de Paris, on voit que 7 aunes de Paris valent 12 aunes de Flandres; c'est pourquoi il faut multiplier lesdites aunes de Flandres que l'on veut réduire par 7, & diviser le produit par 12, en tirant le douzieme pour avoir des aunes de Paris.

Ou bien multiplier les mêmes aunes de Flandres par les $\frac{7}{12}$ de 20 sols, qui sont 11 sols 8 deniers, & le produit de la Multiplication donnera des livres, sols & deniers, que l'on comptera pour autant d'aunes de Paris, & parties d'aunes.

Réduction des verges d'Angleterre en aunes de Paris, à raiſon que les 9 verges ſont 7 aunes.

De même pour réduire des verges d'Angleterre en aunes de Paris, il faut multiplier les verges d'Angleterre par 7, & diviſer le produit par 9, & l'on aura au quotient de la Diviſion des aunes de Paris.

Autrement, il faut multiplier les verges d'Angleterre par les $\frac{7}{9}$, de 20 ſols, qui ſont 15 ſols 6 den. $\frac{2}{3}$, & le produit donnera des livres, ſols & deniers, que l'on comptera pour autant d'aunes de Paris, & parties d'aunes.

Réduction des cannes de Languedoc en aunes de Paris.

Il arrivera la même choſe pour la réduction des cannes de Languedoc, à raiſon que les 3 cannes valent 15 aunes de Paris.

Si donc on veut réduire des cannes de Languedoc en aunes de Paris, il faut multiplier les cannes par 5, & diviſer le produit par 3, & le quotient donnera des aunes de Paris.

Autrement il faut tirer les $\frac{2}{3}$ des cannes, & les ajoutant aux cannes mêmes, il viendra une ſomme des livres, ſols & deniers que l'on comptera pour autant d'aunes de Paris, & parties d'aunes, s'il y échet; ainſi des autres.

Avertiſſement.

Mais ſi on veut ſavoir le rapport qu'il y a de l'aunage des autres lieux entr'eux, comme des aunes d'Hollande ou de Flandres avec les palmes de Gênes, il faut regarder à la même Table des meſures deſquelles on ſe ſert, & on trouve pour Amſterdam 175 aunes égales à 100 aunes de Paris; par conſéquent 175 aunes d'Amſterdam vaudront 480 palmes de Gênes, qui ſeront auſſi égales à 100 aunes de Paris ou de Lyon, & par réduction 7 aunes d'Hollande vaudront 24 palmes de Gênes, égales auſſi à 4 aunes de Paris.

Si donc on veut savoir combien 32 aunes d'Amsterdam vaudront de palmes à Gênes, on fera une Regle de Trois, disant :

Si 7 aunes d'Hollande valent 24 palmes de Gênes, combien 32 aunes d'Hollande vaudront-elles de palmes de Gênes.

Faisant la Regle de Trois, selon le précepte, il viendra 109 palmes pour la réponse, & restera $\frac{5}{7}$ de palme pour la bonne mesure ; ainsi des autres.

Par cette Table, on peut facilement connoître à combien une marchandise achetée selon la mesure d'un lieu, revient à la mesure d'un autre lieu.

Par exemple, un Marchand a acheté du satin à 2 livres 5 sols la palme, on demande à combien revient l'aune, mesure de Lyon & de Paris.

Pour le savoir, multipliez les 24 palmes de Gênes par le prix de la palme, qui est 2 livres 5 sols, il viendra 54 pour le prix des 24 palmes.

Or, puisque les 24 palmes ne font que 5 aunes de Paris ou de Lyon, les mêmes 5 aunes de Paris vaudront aussi 54 livres, qu'il faut diviser par les 5 aunes de Paris ; il viendra 10 livres 16 sols, & autant vaut l'aune de satin à Paris.

Opération.

24
à 2 livres 5 sols ℔ 4 (10 liv. $\frac{4}{5}$ ou 16 s.
48 ℔ 8
6

54 livres à diviser par 5.

Autre exemple.

Un Marchand a acheté du drap d'Hollande à 11 livres 10 sols, aunage d'Hollande, on demande à combien reviendra l'aune du même drap, aunage de Paris.

Il faut considérer que les 7 aunes d'Hollande en

ſont 4 à Paris ; c'eſt pourquoi il faut multiplier les 7 aunes d'Hollande par 11 livres 10 ſols, qui eſt le prix de l'aune d'Hollande, & il viendra 80 livres 10 ſols pour le prix de 7 aunes d'Hollande ; & autant valent auſſi les 4 aunes de Paris, puiſque les 4 aunes de Paris ſont égales aux 7 aunes d'Hollande ; diviſez donc 80 livres 10 ſols par 4, en tirant le quart, & il viendra 20 livres 2 ſols 6 deniers, & autant vaudra l'aune à Paris.

Opération.

7 aunes d'Hollande.
à 11 livres 10 ſols.

℟ 80 livres 10 ſols, dont il faut tirer le quart, il viendra 20 livres 2 ſols 6 deniers pour la valeur de l'aune de Paris.

Preuve.

Pour preuve, on fera une autre demande; ſavoir, combien vaut l'aune de drap en Hollande, à raiſon que le même drap vaut 20 livres 2 ſols 6 den. à Paris.

Il faut conſidérer que 4 aunes à Paris valent 7 aunes en Hollande, par conſéquent multipliez le prix de l'aune de Paris, qui eſt 20 liv. 2 ſols 6 den. par les 4 aunes de Paris, il viendra pour leur valeur 80 liv. 10 ſols, & autant vaudront auſſi les 7 aunes d'Hollande ; c'eſt pourquoi il faut diviſer les mêmes 80 liv. 10 ſols par 7, en tirant le ſeptieme, & il viendra 11 liv. 10 ſols pour la valeur de l'aune en Hollande, comme ci-deſſus.

Opération.

	4 aunes.	Paris
à	20 liv.	2 sols 6 deniers.

Produit 80 liv. 10 sols 0 à diviser par 7.
$\frac{1}{7}$ 11 liv. 10 sols pour la valeur de l'aune d'Hollande.

Autre Exemple.

Un Marchand ayant acheté une piece de drap de satin en Languedoc, à raison de 13 liv. 15 sols la canne, on demande à combien lui reviendra l'aune, mesure d'Hollande.

Considérez que les 60 cannes de Languedoc font 175 aunes en Hollande, ou par abréviation, que les 12 cannes de Languedoc valent 35 aunes d'Hollande; partant on multipliera les 12 cannes de Languedoc par le prix de la canne, qui est 13 liv. 15 sols; il viendra 165 liv. pour le prix de 12 cannes, & autant valent aussi les 35 aunes d'Hollande; c'est pourquoi il faut diviser 165 liv. par les 35 aunes d'Hollande, il viendra 4 liv. 14 sols 3 den. $\frac{3}{7}$, & autant vaudra l'aune d'Hollande.

Preuve.

La preuve se fera par son contraire, comme dans l'exemple précédent.

On peut faire plusieurs semblables réductions, observant ce que je viens d'enseigner sur icelles.

Or, pour les mesures que l'on appelle cannes, il faut noter que la canne se réduit en 8 pans; le pan en $\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{6}$, pour lesquels signifier on prend les parties de 12 deniers, ainsi que l'on a pris les parties aliquotes de 20 sols à l'aunage, c'est-à-dire, que quand on trouvera $\frac{1}{2}$ pan, pour en faire addition on posera 6 deniers, &c. pour $\frac{1}{3}$ 4 deniers, pour $\frac{1}{4}$ 3 deniers, &c. on en peut faire un bordereau tout ainsi que celui de l'aunage, comme il se voit dans l'exemple ci-après.

Supposé qu'un Marchand ait acheté 5 pieces de drap de satin, comme ci-après.

La premiere contenant	10 cannes	4 pans	$\frac{1}{2}$ ou 6 d.
La seconde	8	5	$\frac{1}{3}$ ou 4
La troisieme	12	3	$\frac{1}{4}$ ou 3
La quatrieme	9	9	$\frac{3}{4}$ ou 9
La cinquieme	12	6	$\frac{2}{3}$ ou 8

R. 54 cannes 5 pans $\frac{1}{2}$.

Ayant fait l'addition, j'ai trouvé 30 den. qui valent 2 sols 6 den. c'est-à-dire, 2 pans & $\frac{1}{2}$; j'ai posé $\frac{1}{2}$, & j'ai retenu 2, que j'ai porté avec les pans, qui font 29 en nombre, qui valent 3 cannes & 5 pans; j'ai écrit 5 pans, & retenu 3 cannes pour joindre aux cannes; puis poursuivant l'addition, il s'est trouvé 54 cannes 5 pans $\frac{1}{2}$ en tout pour la quantité de cannes & parties des 5 pieces de drap de satin.

Des Poids.

LE poids n'est autre chose qu'une mesure par laquelle on examine quel rapport il y a des choses pesantes les unes aux autres; & afin de conserver en la mémoire la diversité des poids & le rapport qu'il y a entr'eux, j'ai mis par ordre douze Tables, qui se verront ci-après, ensuite de la Table des noms des vingt-deux Villes ou Provinces entre lesquelles il y a correspondance & rapport pour le poids.

TABLE des noms des vingt-deux Villes ou Provinces entre leſquelles il y a correſpondance pour les poids.

Paris, Amſterdam, Beſançon, Strasbourg,	page 217.
Lyon,	idem.
Rouen,	page 218.
Toulouſe, Montpellier, Avignon,	idem.
Marſeille, La Rochelle,	page 219.
Geneve,	idem.
Bourg-en-Breſſe,	page 220.
Veniſe,	idem.
Gênes, Milan, Piémont,	page 221.
Anvers,	idem.
Baſle, Berne, Francfort, Nuremberg,	page 222.
Londres,	idem.

Et parce qu'il y a pluſieurs endroits où la ℔ de poids eſt égale, on voit dans la Table ci-deſſus les lieux où le poids eſt égal, enfermés avec un crochet, pour les faire remarquer, & ſe trouveront nommés de même à la tête des douze Tables qui ſe verront ci-après : par exemple, on verra en tête de la premiere Table, Paris, Amſterdam, Beſançon & Strasbourg, parce que 100 ℔ de Paris ſont égales

égales à 100 ℔ de Besançon, comme aussi à 100 ℔ de Strasbourg : & ainsi les poids de ces quatre endroits étant égaux, il ne faut qu'une seule Table pour le rapport de leurs poids à celui des autres lieux contenus en la même premiere Table ; ainsi des autres.

Premiere Table de la correspondance des poids.

100 ℔ de poids de Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg, sont égales à

116	De Lyon,
96 ⅔	De Rouen,
121	De Toulouse, Montpellier & Avignon,
123	De Marseille & de la Rochelle,
89	De Geneve,
101	De Bourg-en-Bresse,
165 ½	De Venise,
155	De Gênes, Milan & Piémont,
105	D'Anvers,
98	De Basle, Berne, Francfort & Nuremberg,
109 ½	De Londres.

Seconde Table.

100 ℔ de Lyon sont égales à

86	De Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg,
83 ⅓	De Rouen ;
104	De Toulouse, Montpellier & Avignon,

106 De Marseille & de la Rochelle,
77 De Geneve,
87 De Bourg-en-Bresse,
143 De Venise,
133 1/3 De Gênes, Milan & Piémont,
98 D'Anvers,
85 De Basle, Berne, Francfort & Nuremberg,
94 De Londres.

Troisieme Table.

100 ℔ de Rouen sont égales à
120 De Lyon,
104 De Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg,
125 De Toulouse, Montpellier & Avignon,
127 1/2 De Marseille & de la Rochelle,
92 De Geneve,
105 De Bourg-en-Bresse,
171 1/2 De Venise,
160 De Gênes, Milan & Piémont,
109 D'Anvers,
102 De Basle, Berne, Francfort & Nuremberg,
113 3/4 De Londres.

Quatrieme Table.

100 ℔ de Toulouse, Montpellier & Avignon, sont égales à
96 De Lyon,
83 De Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg,
80 De Rouen,

102 De Marseille & la Rochelle,
74 De Geneve,
83 $\frac{2}{3}$ De Bourg-en-Bresse,
137 De Venise,
128 De Gênes, Milan & Piémont,
87 $\frac{1}{4}$ D'Anvers,
81 $\frac{1}{3}$ De Basle, Berne, Francfort & Nuremberg.
90 $\frac{3}{4}$ de Londres.

Cinquieme Table.

100 ℔ de Marseille & la Rochelle sont égales à
94 De Lyon,
81 De Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg,
78 $\frac{2}{3}$ de Rouen,
98 $\frac{1}{11}$ De Toulouse, Montpellier & Avignon,
72 $\frac{1}{4}$ De Geneve,
82 De Bourg-en-Bresse,
134 $\frac{1}{4}$ De Venise,
125 $\frac{1}{3}$ De Gênes, Milan & Piémont,
85 $\frac{1}{2}$ D'Anvers,
79 $\frac{2}{3}$ De Basle, Berne, Francfort & Nuremberg,
88 $\frac{3}{4}$ De Londres.

Sixieme Table.

100 ℔ de Geneve sont égales à
130 De Lyon,
112 De Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg,
108 $\frac{1}{3}$ De Rouen,

135 $\frac{1}{3}$ De Toulouſe, Montpellier & Avignon,
138 De Marſeille & la Rochelle,
113 De Bourg-en-Breſſe,
185 $\frac{1}{3}$ De Veniſe,
173 De Gênes, Milan & Piémont,
118 D'Anvers,
110 De Baſle, Berne, Francfort & Nuremberg,
123 De Londres.

Septieme Table.

100 ℔ de Bourg-en-Breſſe ſont égales à
115 De Lyon,
99 De Paris, Amſterdam, Beſançon & Straſbourg,
95 $\frac{1}{4}$ De Rouen,
120 De Toulouſe, Montpellier & Avignon,
122 De Marſeille & la Rochelle,
88 $\frac{1}{2}$ De Geneve,
164 De Veniſe,
153 $\frac{1}{2}$ De Gênes, Milan & Piémont,
104 $\frac{1}{2}$ D'Anvers,
97 De Baſle, Berne, Francfort & Nuremberg,
108 $\frac{3}{4}$ De Londres.

Huitieme Table.

100 ℔ de Veniſe ſont égales à
70 De Lyon,
60 $\frac{1}{3}$ De Paris, Amſterdam, Beſançon & Straſbourg,
58 $\frac{1}{3}$ De Rouen,
73 De Toulouſe, Montpellier & Avignon,

74 ¼ De Marſeille & la Rochelle,
54 De Geneve,
61 De Bourg-en-Breſſe,
93 ⅓ De Genes, Milan & Piémont,
63 ⅓ D'Anvers,
59 ⅓ De Baſle, Berne, Francfort & Nuremberg,
95 ⅓ De Londres.

Neuvieme Table.

100 ℔ de Genes, Milan & Piémont ſont égales à
75 De Lyon,
64 ½ De Paris, à Amſterdam, Beſançon & Straſbourg,
62 ½ De Rouen,
78 De Toulouſe, Montpellier & Avignon,
79 ¾ De Marſeille & la Rochelle,
57 ¾ De Geneve,
65 ¼ De Bourg-en-Breſſe,
107 De Veniſe,
68 ⅓ D'Anvers,
63 ½ De Baſle, Berne, Francfort & Nuremberg,
71 De Londres.

Dixieme Table.

100 ℔ d'Anvers ſont égales à
110 De Lyon,
95 De Paris, Amſterdam, Beſançon & Straſbourg,
91 ⅔ De Rouen,
114 ¼ De Toulouſe, Montpellier & Avignon,

116 ½ De Marseille & la Rochelle,
84 ¼ de Geneve,
96 De Bourg-en-Bresse,
157 De Venise,
146 ⅔ De Genes, Milan & Piémont,
95 De Basle, Berne, Francfort & Nuremberg,
104 De Londres.

Onzieme Table.

100 ℔ de Basle, Berne, Francfort & Nuremberg, sont égales à
117 ¼ De Lyon,
102 De Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg,
98 De Rouen,
123 De Toulouse, Montpellier & Avignon,
125 ½ De Marseille & la Rochelle,
91 De Geneve,
103 De Bourg-en-Bresse,
168 ½ De Venise,
157 ⅓ De Genes, Milan & Piémont,
107 ¼ D'Anvers,
111 ½ De Londres.

Douzieme Table.

100 ℔ de Londres sont égales à
105 De Lyon,
91 ½ De Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg,
88 De Rouen,
110 De Toulouse, Montpellier & Avignon,

112 ½ De Marseille & la Rochelle,
88 ¼ de Geneve,
92 De Bourg-en-Bresse,
151 De Venise,
141 De Genes, Milan & Piémont,
96 D'Anvers,
89 ⅔ De Basle, Berne, Francfort & Nuremberg.

Usage des Tables précédentes.

Pour se servir des Tables ci-devant ; par exemple, si on veut savoir combien il faut de livres du poids d'un lieu pour faire 100 livres dans un autre lieu, il faut chercher la Table où est le lieu duquel on demande le 100 ; comme si on demande combien il faut de livres de Montpellier pour faire 100 livres du poids de Paris ; on regarde la Table où Paris est en tête, & descendant vis-à-vis de Montpellier, on voit qu'il y a 121, qui montre qu'il faut 121 livres du poids de Montpellier, pour faire 100 livres du poids de Paris.

Autre Exemple.

On veut savoir combien il faut de livres du poids de Marseille, pour faire 100 livres du poids d'Avignon, il faut regarder la Table où Avignon est en tête, & descendant vis-à-vis de Marseille, on voit qu'il y a 102, c'est-à-dire, qu'il faut 102 ℔ du poids de Marseille, pour faire 100 ℔ du poids d'Avignon ; & ainsi des autres.

Après avoir donné les Tables ci-dessus, par lesquelles, sans avoir recours aux Regles, on voit le rapport qu'il y a du 100 de ℔ de poids d'un lieu à un autre lieu contenu dans la même Table ; maintenant, si l'on n'a point en main ces Tables, & que l'on sache seulement le rapport ou la correspondance des poids de chaque lieu à l'égard du 100 de Paris ou autre endroit, & que l'on veuille savoir combien il faut de liv. d'un lieu pour faire 100 liv. à un autre lieu :

Par exemple, si on vouloit savoir combien il faut de tt de Marseille pour faire 100 tt d'Avignon, on voit à la premiere Table, où Paris est en tête, que 100 tt de Paris sont égales à 121 d'Avignon, & à 123 de Marseille ; c'est pourquoi il faut dire :

Si 121 tt d'Avignon valent 123 tt de Marseille, combien 100 tt dAvignon ? faisant la Regle de Trois, selon le précepte, on trouvera 102 tt de Marseille pour la valeur de 100 tt d'Avignon.

On opérera de même façon pour le rapport de quelque lieu que ce soit, à l'égard de celui d'un autre endroit.

Autre Exemple.

Sachant que 96 tt de Lyon font 74 tt de Geneve, 100 tt de Geneve, 112 tt de Paris, & que 100 tt de Paris valent 50 livres tournois, combien vaudront 48 tt de Lyon ?

Pour résoudre cette question, il faut se servir de la Regle conjointe, & on trouvera que les 48 tt de Lyon vaudront 20 livres $\frac{18}{25}$.

Disposition de la Regle.

Si 96 tt de Lyon font 74 tt à Geneve
100 tt de Geneve 112 tt de Paris,
100 tt de Paris 50 tt tournois,
} combien 48 tt de Lyon ?
Rv. $20\frac{18}{25}$

Comme j'ai expliqué la Regle conjointe, je me contente de mettre la Regle en disposition, sans en faire l'opération, & d'en donner la réponse.

On peut, à l'infini, former des exemples à l'imitation de ceux ci-dessus, c'est pourquoi je me contenterai de ce que je viens de dire pour passer à l'explication. †

† *Du rapport des Monnoies.*

Comme il n'y a point de stabilité dans la valeur des monnoies, & qu'elles sont sujettes à changer de prix, quand il plaît au Prince sous l'autorité duquel elles sont fabriquées, par la même raison il n'y a

point de certitude dans les Tables que l'on pourroit dreſſer pour le rapport d'icelles aux monnoies étrangeres, les pieces d'or ou d'argent, particuliérement en France, étant évaluées, tantôt à un prix, & tantôt à un autre ; c'eſt pourquoi je me contenterai de dire tout ſimplement que la livre tournois vaut toujours 20 ſols tournois.

Le ſol d'or,	12 deniers.
La livre pariſis,	25 ſ. tournois.
Le ſol pariſis,	15 deniers
L'écu d'or ſol en matiere de banque,	60 ſ. tournois.
Le ſol d'or,	3 ſols.
Le denier d'or,	3 deniers.

Réduction des livres pariſis en livres tournois.

A raiſon qu'une livre pariſis vaut 25 ſols tournois, on demande combien 60 livres pariſis valent de liv. tournois.

Multipliez les 60 livres pariſis par 1 livre 5 ſols, il viendra 7 liv. tournois pour la réponſe.

Réduction des livres tournois en livres pariſis.

On demande combien 75 livres tournois valent de livres pariſis.

Tirez le cinquieme de 75 livres tournois, il viendra 15 que vous multiplierez par 4 pour avoir 60, c'eſt-à-dire, 60 livres pariſis, comme ci-deſſus, & c'eſt la preuve de la réduction.

Des Trocs.

QUAND il ſe fait des trocs ou échanges d'une marchandiſe à une autre, c'eſt toujours par le prix des monnoies que l'on connoît la valeur des marchandiſes, & le gain ou la perte qui peut ſe faire tant à la vente qu'au troc.

Par exemple, deux Marchands veulent troquer

leur marchandiſe ; l'un a des épiceries qui ne valent que 9 ſols la ℔ argent comptant, & en troc il les veut faire valoir 10 ſols ; l'autre a de la cire qui vaut 12 ſols argent comptant, ſavoir combien il la doit ſurvendre en troc, afin de n'être point trompé.

Pour réſoudre cette queſtion & les autres ſemblables, il faut dire par la Regle de Trois : Si 9 ſols argent comptant valent 10 ſols en troc, combien 12 ſols en argent comptant vaudront-ils en troc ?

℟. 13 ſols 4 deniers.

Autre Exemple.

Deux Marchands veulent faire un troc de marchandiſes ; l'un a de la ſerge qui vaut 56 ſols l'aune argent comptant, & en troc il en veut avoir 60 ſols ; & ſi il veut avoir le tiers argent comptant, l'autre a de la laine qui vaut 20 ſols la ℔ argent comptant, combien la doit-il vendre en troc, afin de n'être pas trompé.

Il faudra prendre le tiers de 60, qui eſt 20, & ôter ce nombre de 56 & de 60 ; du premier, il reſtera 36, & du deuxieme il reſtera 40 ; puis on dira par Regle de Trois :

Si 36 ſols comptant valent 40 ſols en troc, combien 20 ſols comptant. ℟. 22 ſols 2 deniers $\frac{2}{3}$.

Autre Exemple.

Deux Marchands troquent leurs marchandiſes l'un a de l'étain qui vaut 8 ſols la ℔, argent comptant, & en troc il le fait valoir 10 ſols ; l'autre a du cuivre qui vaut 26 ſols argent comptant, & en troc il le fait valoir 30 ſols ; ſavoir lequel des deux gagne le plus.

Feignons d'ignorer combien le Marchand doit ſurvendre ſon cuivre à proportion que l'autre ſurvend ſon étain, & diſons :

Si 8 ſols argent comptant valent 10 ſols en troc, combien 26 ſols argent comptant vaudront-ils en troc ? ℟. 32 ſols 6 deniers ; & par ce moyen l'on

connoît que le Marchand de cuivre perd 2 sols 6 den. pour tt, & que l'autre Marchand les gagne.

Mais si le Marchand de cuivre vouloit avoir le tiers en argent comptant, savoir lequel des deux auroit le meilleur compte.

Pour le savoir, il faut prendre le tiers de la juste valeur du cuivre, c'est 10 sols, & ôter cette somme de 26 & 30, reste 16 & 20, puis dire: Si 16 donnent 20, combien 26? R. 32 sols 6 deniers: & ainsi l'on connoît que le Marchand de cuivre, ayant le tiers de son argent comptant, fait troc égal avec l'autre Marchand.

Regle d'Alligation ou Alliage.

QUOIQUE l'alligation ou alliage ne s'étende que de métaux, néanmoins on appelle alliage tout le mélange que l'on peut faire, soit de métaux ensemble, de grains différents, comme bled, seigle, orge, &c. vins, &c. Par exemple, si on proposoit de trois sortes de grains; du froment, du seigle & de l'orge, le froment coûtant 30 sols le boisseau, le seigle 24 sols, & l'orge 20 sols, & que l'on voulût faire un mêlange de tous ces trois grains ensemble, afin d'accommoder un prix médiocre à ce mélange de froment, de seigle & d'orge, & que le prix commun fût de 22 sols, savoir si on vouloit avoir 100 boisseaux de ce mélange, combien on en prendra de chacun.

Regle.

Pour faire cette Regle, il faut ranger le prix d'un chacun de ces grains, comme ci-après.

Froment,	30 sols		2	
Seigle,	24	22	2	
Orge,	20		8	2

14 boiſſ. de ce mél.

Mettez le prix commun au-devant entre 24 & 20; on dira, qui de 30 ôte 22, reſte 8, que l'on écrira au-devant de 20, parce qu'il eſt moindre que 22; puis on dira : Qui de 24 ôte le même 22, reſte 2, que l'on écrira encore vis-à-vis de 20, parce que 20 eſt le ſeul moindre que 22; car s'il y en avoit un moindre, on le mettroit vis-à-vis d'icelui; cela fait, il faut que le 20 rende à 30 & à 24 ce qu'ils lui ont prêté; ſavoir, ôtant de 22 le même 20, reſte 2, leſquels faudra écrire tant devant 30 que devant 24, à cauſe que le 30 & le 24 ont donné 8 & 2 à 20; cela étant fait, il faut ajouter tous les reſtes enſemble, leſquels feront 14; tellement que pour faire 14 boiſſeaux de ce mélange, il faut deux boiſſeaux de froment, 2 de ſeigle, & 10 d'orge; & d autant que nous avons affaire de 100 boiſſeaux, il nous faut faire comme à la Regle de ſociété trois Regles de Trois, diſant :

Si 14 donnent 2 boiſſeaux de froment, combien 100
Si 14 2 boiſſeaux de ſeigle... 100
St 14 10 boiſſeaux d'orge.... 100

En faiſant les trois Regles de Trois, on aura ce qu'il faudra de froment, de ſeigle & d'orge pour faire les 100 boiſſeaux demandés; ſavoir :

14 $\frac{2}{7}$ boiſſeaux froment à 30 ſols le boiſſeau.
14 $\frac{2}{7}$ ſeigle à 24 ſols.
71 $\frac{3}{7}$ orge à 20 ſols.

100 boiſſeaux.

Pour preuve, vous voyez que les 100 boiſſeaux du mélange ſe trouvent par l'addition des grains différents.

Et pour seconde preuve, évaluez 100 boisseaux du mélange à 22 sols, vous trouverez 110 livres.

Evaluez aussi la quantité des grains différents, chacun par son prix ; faites addition des produits, vous trouverez les mêmes 100 livres.

Autre Exemple d'Alligation.

Un Orfevre veut faire un ouvrage qui doit peser 35 marcs d'argent au prix de 25 livres le marc, & parce qu'il n'a point d'argent à ce titre-là justement, & qu'il en a de plus haut & de plus bas prix, il est néeessaire qu'il les allie ensemble : il a de l'argent de quatre titres différents ; le premier à 21 liv. le second à 23 liv. le troisieme à 29 liv. & le quatrieme à 30 liv. on demande combien il en doit prendre de chaque sorte pour faire les 35 marcs proposés.

livres		marcs.	
30			2
29	liv.		4
23	25		5
21			4

Ayant disposé les prix l'un sous l'autre, comme il se voit.

Construction.

Il faut prendre la différence 15 de 30 à 25, c'est 5, qu'il faut écrire vis-à-vis de 23 ; la différence de 29 à 25 est 4, qu'il faut écrire vis-à-vis de 21.

Ensuite, en remontant, la différence de 21 à 25 est 4, qu'il faut poser vis-à-vis de 29.

Enfin la différence de 23 à 25 est 2, qu'il faut poser vis-à-vis de 30.

Ayant posé les différences, la somme est 15.

Maintenant, si on veut savoir combien il faudra prendre de chaque sorte d'argent pour composer les 35 marcs, comme si on veut savoir combien il en faut prendre de celui à 30 livres le marc, il faut raisonner ainsi :

Si pour faire une masse de 15 marcs d'argent, il en faut prendre 2 marcs de celui à 30 livres, combien en faut-il prendre pour faire une masse de 35 marcs ?

Opération.

Si 15 2 35 R. 4 marcs $\frac{2}{3}$

De même pour ſavoir combien il en faut prendre de celui à 29 livres.

Si 15 4 35 R. 9 $\frac{2}{3}$

Et continuant de même pour les autres, on trouvera qu'il en faut de celui à 23 liv. 11 $\frac{2}{3}$

& de celui à 21 9 $\frac{1}{3}$

Somme 35

Ayant fait addition des marcs de différents prix, il eſt venu 35 marcs, & c'eſt la preuve.

Pour ſeconde & meilleure preuve, multipliez les 34 marcs par 25 livres, il viendra 875 livres.

Multipliez auſſi la quantité des marcs de différents prix, chacun par ſa valeur, la ſomme des produits ſera auſſi de 875 livres.

Autre exemple d'Alligation.

Un Orfevre a de l'argent de quatre ſortes d'aloi; ſavoir, à 17 livres, à 19, à 24 & à 37 liv. le marc: un Seigneur le vient trouver, qui veut faire faire 240 marcs de vaiſſelle d'argent, & entend que le marc de la vaiſſelle ne lui revienne qu'à 21 livres d'aloi; on demande combien ledit Orfevre doit prendre de chaque ſorte de ſon argent, afin de compoſer les 240 marcs, & que le marc ne revienne qu'à 21 livres.

Je ne donnerai pas ici l'explication de cette queſtion, me contentant de faire l'opération comme il ſe voit ci-deſſous, à laquelle on prendra garde.

livres.		marcs.
17		3
19	liv.	16
24	21	4
37		2

25

Tellement que pour faire 25 marcs à 21 livres le marc, il faut 3 marcs à 17 livres

16	à 19
4	à 24
2	à 37

25

Mais comme il eſt queſtion de compoſer une maſſe de 240 marcs, on demande dans cette même propoſition combien on doit prendre de chaque ſorte d'argent : il faut faire quatre Regles de Trois, comme à la Regle de compagnie, diſant : Pour trouver combien il en faut de celui à 17 livres.

Si 25 ... 3 ... 240 Rx. 28 $\frac{4}{5}$ à 17

pour le ſecond,

Si 25 16 240 Rx. 153 $\frac{3}{5}$ à 19

Si 25 4 240 Rx. 38 $\frac{2}{5}$ à 24

Si 25 2 240 Rx. 19 $\frac{1}{5}$ à 37

Preuve 240 marcs.

Pour ſeconde preuve, multipliez les 240 marcs par 21, il viendra 5040 livres.

Multipliez auſſi la quantité des marcs ci-deſſus par leur valeur, il viendra auſſi 5040.

Autre exemple d'Alligation.

Il y a du vin à quatre prix, à 10 ſols, à 8 ſols, à 5 ſols & à 4 ſols la pinte, on en veut avoir 100 pintes à 6 ſols, qui ſoit compoſé de ces prix-là : on diſpoſera les nombres pour en faire l'opération comme en l'exemple ci-deſſus.

sols.

10		1
8	6 s.	2
5		4
4		2

9

Ayant rangé les prix comme ci-dessus, trouvé les différences, il est venu 9, c'est-à-dire, que pour faire 9 pintes de vin, qui revienent à 6 sols la pinte, il faut une pinte à 10 sols, 2 pintes à 8 sols, 4 pintes à 5 sols, & 2 pintes à 4 sols; & d'autant que l'on en veut avoir 100 pintes, il faut dire par la Regle de Trois:

Si 9	requierent 1	pinte à 10 s. comb.	100 By. 11 $\frac{1}{9}$
Si 9	2		100 By. 22 $\frac{2}{9}$
Si 9	4		100 By. 44 $\frac{4}{9}$
Si 9	2		100 By. 22 $\frac{2}{9}$

Somme 100 pintes.

La preuve se fait comme celle des Regles précédentes.

Autre sorte de Regle d'Alligation.

Si l'on proposoit de mélanger plusieurs grains ou étoffes de divers prix, & que l'on sût la quantité de chacune, pour savoir le prix de ce qui seroit mélangé.

Par exemple, s'il étoit proposé de mêler 15 boisseaux de froment à 22 sols le boisseau, avec 25 boisseaux de seigle à 16 sols le boisseau, & 12 boisseaux d'orge à 13 sols, le mélange étant fait, on demande à combien revient le boisseau dudit mélange.

Pour le savoir, il faut disposer la quantité des grains différents comme ci-dessous, & le prix de chacun au-devant. Ensuite, il faut multiplier à part la quantité de chaque grain par son prix, & ajoutant les trois produits, ou plus, s'il y en avoit, la somme de l'addition doit être divisée par le nombre

des boiſſeaux, pour trouver au quotient la valeur du boiſſeau de ce mélange, comme il ſe voit par la diſpoſition de la queſtion, à laquelle je me ſuis contenté de donner la réponſe ſans faire l'opération des Multiplications.

15 boiſſeaux de froment à 22 ſ. valent	330 ſols	
25 boiſſeaux de ſeigle à 16	400	
12 boiſſeaux d'orge à 13	156	

52 diviſeur. Sommes des produits 886 ſ. à diviſer.

3 6 2
8 8 6
——— (17 ſols, & reſte 2 ſols par deſſus le tout.
5 2 2
5

Ayant trouvé la ſomme des produits, qui eſt 886 ſols, je l'ai diviſée par le nombre des boiſſeaux, qui eſt 52, & il s'eſt trouvé au quotient 17 ſols pour la valeur du boiſſeau du mélange propoſé, & reſte 2 ſols par-deſſus le tout.

Pour preuve, multipliez les 52 boiſſeaux par 17 ſ. & ajoutez les 2 ſols reſtés, le produit ſera juſte les 886 ſols qui ont été diviſés.

Voyez ſur ce même ſujet la queſtion du Maître Chapelier, page 149.

Nouvelle Méthode du Sieur FAURE, *pour réſoudre la Regle d'Alliage, ſans ſe ſervir de la Regle de Trois, beaucoup plus facile que celle que tous les Auteurs nous ont donnée, & par laquelle on évite toutes les fractions, ce qui ne ſe peut faire par l'ancienne Méthode, comme on le verra dans les deux Exemples ci-deſſous.*

Opération ſur le premier exemple de la page 227.

ON veut faire le mélange de 100 boiſſeaux, de trois ſortes de grains à 22 ſols le boiſſeau. On a du froment à 30 ſols le boiſſeau, du ſeigle à 24 ſols, & de l'orge à 20 ſols; on demande combien il faut en prendre de chacun.

Pour faire cette Regle, il faut ranger le prix de chacun de ces grains, comme il ſe voit ci-après en A.

Ayant diſpoſé le prix de chaque boiſſeau l'un ſous l'autre, il faut toujours prendre la différence du plus haut prix au moindre; de même que des autres au moindre, diſant: la différence de 30 à 20 eſt 10, qu'il faut poſer vis-à-vis de 30; la différence de 24 à 20 eſt 4, qu'il faut poſer vis à-vis de 24, comme il ſe voit en B.

Ces deux différences 10 & 4, ſont deux diviſeurs qu'il ne faut pas perdre de vue, qui ſervent à diviſer le nombre que l'on va trouver, comme il ſuit.

Il faut multiplier 100 boiſſeaux par le prix du mélange qui eſt 22, il viendra 2200 ſols, ou 110 liv. comme il ſe voit en C.

Il faut encore multiplier 100 boiſſeaux par le moindre prix, qui eſt 20 ſols, on aura 2000 ſols; com-

me il se voit en D. Il faut ôter 2000 de 2200, il restera 200, qui est le nombre à diviser, comme il se voit en E.

	A	B	C	D
Froment,	30 sols.	10	22	20
Seigle,	24	4	100	100
Orge,	20			

2200 * 2000
* 2000

200 E

La Regle étant ainsi disposée, il faut partager 200 en deux parties, pour être divisées, l'une par 10, pour avoir des boisseaux à 30 sols, l'autre par 4, pour avoir des boisseaux à 24 sols; de maniere que la partie qui sera divisée par 10, soit la plus grande qu'il se pourra, & qu'il ne reste rien. La partie qui sera divisée par 4, sera la plus petite qu'il se pourra, & qu'il ne reste rien non plus. Or, 180 & 20 sont les deux nombres qu'il faut prendre.

On divisera donc 180 par 10, il viendra 18 boisseaux de froment, & 20 par 4, il viendra 4 boisseaux de seigle. Pour trouver combien il faut de boisseaux d'orge, il faut ajouter les boisseaux déjà trouvés 18 & 5 qui font 23, pour aller à 100, reste 77, c'est-à-dire, qu'il faut 77 boisseaux d'orge, & l'opération est faite.

Preuve.

18 boisseaux de froment	à 30 s.	font 27 l.
5 boisseaux de seigle	à 24 s.	font 6 l.
77 boisseaux d'orge	à 20 s.	font 77 l.
100 boisseaux de différents grains		font 110 l.
100 boisseaux de mélange	à 22 s.	font 100 l.

On voit par l'opération ci-dessus, qu'il est plus

facile d'opérer par la nouvelle que par l'ancienne méthode.

Avantage de la nouvelle Méthode.

Si le Marchand de grains n'avoit que 16 boisseaux de froment, il faut prendre le même nombre à diviser ci-dessus, 200 & les mêmes diviseurs 10 & 4, & opérer ainsi qu'il suit.

Il faut soustraire 10 fois 16, qui font 160, de 200, pour avoir 16 boisseaux de froment, le reste, 40, il faut le diviser par 4, on aura 10 boisseaux de seigle. Pour avoir les boisseaux d'orge, il faut ajouter les boisseaux déjà trouvés, qui sont 26; pour aller à 100, reste 74, qui font 74 boisseaux d'orge.

Preuve.

16 boisseaux de froment	à 30 s.	font 24 liv.
10 boisseaux de seigle	à 24 s.	font 12
74 boisseaux d'orge	à 20 s.	font 74
100 boiss. de différents prix		font 110 liv.
100 boisseaux de mélange	à 22 s.	font 110 liv.

On peut toujours diminuer les boisseaux de froment de deux en deux, on trouvera encore sept combinaisons, sans rencontrer aucunes fractions. Voici la derniere de ces sept.

Si le Marchand n'a que deux boisseaux de froment, il faut ôter 2 fois 10, qui font 20, de 200, il restera 180 à diviser par 4; il viendra 45 boisseaux de seigle. Pour avoir le nombre des boisseaux d'orge, il faut ajouter les boisseaux déjà trouvés, qui sont 2 & 45, qui font 47, pour aller à 100 reste 53, c'est-à-dire, qu'il faut 53 boisseaux d'orge.

Preuve.

2 boisseaux froment	à 30 s. font	3 liv.
45 boisseaux seigle	à 24 s. font	54
53 boisseaux orge	à 20 s. font	53
100 boiss. à différents prix	font	110 liv.
100 boisseaux de mélange	à 22 s. font	110 liv.

Avec le nombre à diviser 200, on peut mettre telles fractions que l'on voudra, en se servant toujours des mêmes diviseurs 10 & 4; ce que l'on ne peut faire avec l'ancienne méthode.

Exemple.

Le Marchand de grains n'ayant que 5 boisseaux & demi de seigle, il veut tout mettre dans le mélange. Il faut ôter 4 fois 5 $\frac{1}{2}$, qui font 22, de 200, il restera 178, qui étant divisés par 10, on aura au quotient 17 $\frac{8}{10}$, qui font 17 $\frac{8}{10}$ boisseaux de froment. Pour avoir le nombre des boisseaux d'orge, il faut ajouter les boisseaux déjà trouvés, qui sont 5 $\frac{1}{2}$ & 17 $\frac{8}{10}$, qui font 23 $\frac{3}{10}$ pour aller à 100, reste 76 $\frac{7}{10}$, c'est-à-dire, 76 $\frac{7}{10}$ boisseaux d'orge.

Preuve.

17 $\frac{8}{10}$ boisseaux froment	à 30 s. font	26 l. 14 s.
5 $\frac{1}{2}$ boisseaux orge	à 24 s. font	6 l. 12 s.
76 $\frac{7}{10}$ boisseaux orge	à 20 s. font	76 l. 14 s.
100 boisseaux à différents prix	font	110 l. 0 s.

Seconde Opération sur l'Exemple de la page 229.

Un Orfevre veut faire un ouvrage qui doit peser 35 marcs d'argent au prix de 25 livres le marc, & parce qu'il n'a point d'argent à ce titre-là justement, & qu'il en a quatre titres différents; savoir, à 30 livres le marc, à 29, à 23 & 21 livres; on demande combien il en faut prendre de chaque sorte pour faire les 35 marcs proposés.

Il faut ranger le prix de chaque marc l'un ſous l'autre, comme il ſe voit ci-deſſous en A.

Il faut prendre la différence toujours du plus bas prix au plus haut, diſant : la différence de 30 à 21 eſt 9 ; qu'il faut poſer vis-à-vis de 30 ; la différence de 29 à 21 eſt 8, qu'il faut poſer vis-à-vis de 29 ; & la différence de 23 à 21 eſt 2, qu'il faut poſer vis-à vis de 23, comme il ſe voit en B. Ces trois différences, 9, 8 & 2, ſont trois diviſeurs qui doivent diviſer le nombre que l'on va trouver.

Pour trouver le nombre à diviſer, il faut multiplier les 35 marcs par 25 livres, prix du marc de l'ouvrage que l'Orfevre veut faire ; il viendra 875, comme il ſe voit en C. Il faut multiplier leſdits 35 marcs par 21 livres, prix de l'argent le plus bas, on aura 735, comme il ſe voit en D. Il faut ſouſtraire 735 de 875, il reſtera 140, comme il ſe voit en E.

A	B	C	D	E
30	9	35	35	* 875
29	8	25	21	† 735
23	2			
21		175	35	140
		70	70	

* 875 † 735

Ayant trouvé les trois diviſeurs 9, 8 & 2, & le nombre à diviſer 140, il faut partager 140 en trois parties qui puiſſent chacune ſe diviſer ſans reſte, par chacun de trois diviſeurs 9, 8 & 2, que la partie qu'on diviſera par 9 ſoit la plus grande qu'il ſe pourra : comme 126, 8 & 6. Si on diviſe 126 par 9, il viendra 14 marcs à 30 livres ; ſi on diviſe 8 par 8, il viendra un marc à 29 livres ; & enfin diviſant 6 par 2, il viendra 3 marcs à 23 livres. Pour avoir le nombre des marcs à 21 livres, il faut ajouter les marcs déjà trouvés qui ſont 14, 1, 3, qui

font 18, pour aller à 35 reste 17, c'est-à-dire, qu'il faut 17 marcs à 21 liv.

Preuve.

14 marcs à 30 liv.	font	420 liv.
1 marc à 29 liv.	fait	29 liv.
3 marcs à 23 liv.	font	69 liv.
17 marcs à 21 liv.	font	357 liv.

35 marcs à diff. prix	font	875 liv.
35 marcs à 25 liv.	font	875 liv.

Si l'Orfevre n'avoit que 12 marcs à 30 livres, il faut ôter 9 fois 12, qui font 108, du nombre à diviser 140, pour avoir 12 marcs à 30 livres, il restera 32 ; de 32 il en faut ôter 3 fois 8, qui font 24, pour avoir 3 marcs à 29 livres ; le reste 8 étant divisé par 2, donnera 4 marcs à 23 livres. Pour avoir le nombre de marcs à 21 livres, il faut ajouter les marcs déjà trouvés, 12, 3 & 4, qui font 19, pour aller à 35, reste 16, qui font autant de marcs à 21 livres.

Preuve.

12 marcs à 30 liv.	font	360 liv.
3 marcs à 29 liv.	font	87 liv.
4 marcs à 23 liv.	font	92 liv.
16 marcs à 21 liv.	font	336 liv.

35 marcs à diff. prix	font	875 liv.
35 marcs à 25 liv.	font	875 liv.

Opérant comme il vient d'être enseigné en dernier lieu, on trouvera les combinaisons suivantes.

10 marcs à 30 liv.	font	300 liv.
6 marcs à 29 liv.	font	174 liv.
1 marc à 23 liv.	fait	23 liv.
18 marcs à 21 liv.	font	378 liv.

35 marcs à diff. prix	font	875 liv.
8 marcs à 30 liv.	font	240 liv.

6 marcs à 29 liv. font 174 liv.
10 marcs à 23 liv. font 230 liv.
11 marcs à 21 liv. font 231 liv.

---

35 marcs à diff. prix. font 875 liv.

6 marcs à 30 liv. font 180 liv.
9 marcs à 29 liv. font 261 liv.
7 marcs à 23 liv. font 161 liv.
13 marcs à 21 liv. font 273 liv.

---

35 marcs à diff. prix font 875 liv.

4 marcs à 30 liv. font 120 liv.
12 marcs à 29 liv. font 348 liv.
4 marcs à 23 liv. font 92 liv.
15 marcs à 21 liv. font 315 liv.

---

35 marcs à diff. prix font 875 liv.

2 marcs à 30 liv. font 60 liv.
15 marcs à 29 liv. font 435 liv.
1 marc à 23 liv. fait 23 liv.
17 marcs à 21 liv. font 357 liv.

---

35 marcs à diff. prix font 875 liv.

10 marcs à 30 liv. font 300 liv.
5 marcs à 29 liv. font 145 liv.
5 marcs à 23 liv. font 115 liv.
15 marcs à 21 liv. font 315 liv.

---

35 marcs à diff. prix font 875 liv.

6 marcs

6 marcs à	30 liv.	font 180 liv.
8 marcs à	29 liv.	font 232 liv.
11 marcs à	23 liv.	font 253 liv.
10 marcs à	21 liv.	font 210 liv.
35 marcs à	différ. prix	font 875 liv.

4 marcs à	30 liv.	font 120 liv.
10 marcs à	29 liv.	font 290 liv.
12 marcs à	23 liv.	font 276 liv.
9 marcs à	21 liv.	font 189 liv.
35 marcs à	différ. prix	font 875 liv.

On pourroit encore trouver grand nombre de combinaisons ; mais ceci suffit pour faire voir l'avantage de cette nouvelle méthode sur l'ancienne.

Autre Question.

Un Orfevre a fait un vaisseau qui pese 10 marcs d'argent, à 48 livres le marc ; il y a mis de l'argent de France, à 52 liv. le marc, & de l'argent d'Allemagne, à 36 livres : on demande combien il y a de marcs à 52 & à 36 liv.

Il faut poser 52 liv. & 36 liv. l'un sous l'autre, & prendre la différence de 52 à 36, qui est 16, qu'il faut poser vis-à-vis de 52. Cette différence 16 est le diviseur cherché.

Pour trouver le nombre à diviser, il faut multiplier les 10 marcs par 48 livres ; on aura 480, pour la valeur du vaisseau : il faut aussi multiplier les mêmes 10 marcs par 36, qui est le plus bas prix, on aura 360.

Il faut soustraire 360 de 480, il restera 120 pour le nombre à diviser ; ainsi divisant 120 par 16, il viendra au quotient $7\frac{1}{2}$, c'est-à-dire, $7\frac{1}{2}$ marcs à 52

livres ; ôtant 7 ½ de 10 marcs, il reſtera 2 ½ marcs à 36 livres.

Preuve.

7 ½ marcs à 52 liv.	font 390 liv.
2 ½ marcs à 36 liv.	font 90 liv.
10 marcs à différ. prix	font 480 liv.
10 marcs à 48 liv.	font 480 liv.

S'il y avoit cinq ſortes de métaux, grains, &c. à mélanger, il faut toujours ſuivre les explications ci-deſſus ; alors on aura quatre diviſeurs à chercher : pour le nombre à diviſer, il ſe cherche toujours de même.

REGLES DE CHANGE.

Regle d'intérêt.

Ces Regles, quoique différentes de titre, ſont néanmoins ſemblables pour l'opération & pour le raiſonnement auſſi, où il y a fort peu de différence.

Entre les Financiers, Banquiers & Marchands, le change ou l'intérêt ſe compte à tant pour 100 de perte ou de profit, comme,

à 10 pour 100
7 ½ pour 100
5 pour 100
2 ½ pour 100, &c.

Et le change n'eſt autre choſe qu'un profit que le Banquier fait de ſon argent, c'eſt-à-dire, qu'il gagne autant comme ſon argent lui profiteroit s'il le donnoit à intérêt.

Pour l'opération de ces Regles, il n'y a autre

chose à observer, sinon de former une Regle de Trois, puis opérant selon le précepte d'icelle, on trouve la réponse à la question, comme il se voit par les exemples suivants.

Avertissement sur la Division par 100.

Il faut remarquer que quand on divise par 100, comme ci-après, il faut retrancher les deux dernieres figures du nombre à diviser, & les figures à gauche feront le quotient de la Division, soit que l'on divise des livres, des sols ou des deniers, il n'importe, parce que l'ordre de la Division ne change point.

De plus, que divisant des livres, s'il en reste, il les faut réduire en sols, en les multipliant par 20, pour les diviser de même que les livres.

Enfin, qu'ayant divisé des sols, s'il en reste, il les faut réduire en deniers, en les multipliant par 12, pour les diviser de même que les livres & les sols.

De l'utilité du Change.

La difficulté de transporter de l'argent d'un lieu à un autre, tant pour la pesanteur que pour le risque que l'on court sur les chemins, a donné lieu d'établissement à plusieurs Places, que l'on nomme Places de Change, comme à Paris, à Lyon, à Rouen, & autres endroits du Royaume, par le moyen de quoi chacun reçoit du soulagement, pouvant faire tenir telles sommes d'argent que l'on veut, moyennant une Lettre-de-Change du Banquier, ou autre Négociant, pour laquelle on lui paie la valeur en deniers comptant, avec le change de la somme portée par ladite Lettre.

Questions sur la Regle de Change.

Un Particulier voulant aller de Paris à Toulouse, va trouver un Banquier pour lui faire recevoir 3000 livres net au même lieu ; on demande combien il faut donner au Banquier pour le change desdites

3000 livres, le change étant accordé à 3 liv. pour 100.

Il faut dire par Regle de Trois :

Si pour 100 liv. on paie 3 liv. combien pour 3000 livres.

Opération.

Si 100 liv. coûtent 3 liv. combien 3000

3

Rt. 90 9000

Ayant fait la Regle, il eſt venu 90 livres, qu'il faut payer pour le change, & partant il faut payer au Banquier 3090 liv. lequel fournira Lettre-de-Change de 3000 liv. net ſur ſon Correſpondant de Toulouſe.

Autre Exemple.

Mais ſi on veut ſavoir combien on recevra d'argent net à Toulouſe, baillant 3000 liv. à un Banquier de Paris, ſelon la même condition de 3 pour 100, il faut faire la Regle d'eſcompte, diſant :

Si 103 liv. ſont réduites à 100 livres, combien 3000 liv. Faiſant l'opération, il viendra 2912 livres 12 ſols 5 deniers $\frac{13}{103}$, que l'on recevra de net à Toulouſe.

La conſtruction de la Regle d'eſcompte ſe verra ci-après.

Autre Exemple.

Quelqu'un ayant affaire de 300 liv. pour faire ſon voyage de Paris à Bordeaux, va trouver un Banquier pour les recevoir : on demande de combien la Lettre-de-Change doit être faite, prenant le change ou la remiſe à 3 pour 100.

Il faut dire par Regle de Trois :

Si 100 liv. valent 103, combien 300 livres?

309 00

La réponſe de la queſtion ſont les nombres ſéparés

à gauche ; savoir, 309 ; & partant ce Particulier doit fournir au Banquier une Lettre-de-Change de 309 livres.

Autre Exemple.

Mais si ce particulier avoit une Lettre d'un autre toute faite de 300 livres seulement à fournir au Banquier, savoir combien le Banquier lui devroit compter d'argent, rabattant le change à 3 pour 100.

Il y en a plusieurs qui, ne prenant pas garde que c'est un escompte à faire, rabattroient 3 pour 100 seulement, & partant rabattroient 9 liv. sur 300, & paieroient le reste; ce qui n'est pas juste à l'égard de celui qui fournit sa Lettre, comme je le ferai voir lorsque je traiterai de la Regle d'Escompte ci-après; c'est pourquoi je n'en parlerai pas davantage ici.

Autre Question.

Quelqu'un veut prendre 3000 liv. pour les prochains paiements de Lyon, le change étant à 2 $\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$, on demande combien il doit payer pour le change desdites 3000 liv.

Dites par la Regle de Trois :

Si 100 2 $\frac{1}{2}$ 3000 ? & faisant la Regle, on trouvera qu'il faut payer 75 liv. pour le change, avec 3000 font 3075 liv. dont le débiteur fera promesse en blanc de fournir une Lettre-de-Change pour les prochains paiements de Lyon.

Autre Question.

Un Banquier de Bordeaux remet 1000 liv. à un Particulier sur un Banquier de Paris ; mais la Lettre d'avis envoyée au Banquier, porte qu'il retienne le change à raison de 3 pour 100 ; on demande combien le Banquier doit retenir.

Il faut raisonner ainsi : Puisque les 1000 liv. sont composées du principal & de la remise, il faut déta-

cher la remiſe d'avec le principal, & ſe ſervir en cette rencontre de la Regle d'eſcompte, non pas de la Regle de change ſimplement; car ſi le Banquier tiroit la remiſe de 1000 liv. à 3 pour 100, elle ſe monteroit à 30 liv. & reſteroit à payer 970 liv. pour la Lettre de 1000 liv. ce qui tourneroit au préjudice du créancier; c'eſt de quoi je parlerai encore dans la Regle d'eſcompte ci-après.

Autre Queſtion, pour faire voir ce que c'eſt que le change du change, ou l'intérêt de l'intérêt.

Quelqu'un prend 500 liv. à change ou à intérêt ſur la Place pour 3 mois, à $\frac{1}{2}$ pour 100 de ſa perte pour les 3 mois; on demande combien il doit payer, tant pour le principal que pour le change, au bout deſdits trois mois.

Dites par Regle de Trois:

Si pour 100 liv. on paie 102 $\frac{1}{2}$ pour principal & & intérêt, combien paiera-t-on pour 5000 liv.

Faites la Regle de Trois, & vous trouverez pour R. 5125 liv. que le débiteur doit payer au bout des trois mois, tant pour le principal que pour le change; ainſi des autres.

Mais comme le débiteur ſuſdit, ſon terme étant venu, n'a pas d'argent pour payer la partie de 5125 liv. il demande à ſon créancier qu'il lui prolonge encore la partie de 5125 liv. pour trois autres mois, à condition de lui en payer le change à la même raiſon de 2 $\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$.

Il s'agit donc de voir combien les 5125 liv. monteront, tant en principal qu'intérêt. Pour faire cette Regle, il faut dire comme ci-devant:

Si pour 100 liv. on paie 102 $\frac{1}{2}$ livres, combien pour 5125 liv. faiſant la Regle de Trois, vous trouverez pour R. 5253 liv. 2 ſols 6 den. à payer au bout de ces trois derniers mois.

Et si au bout du terme le débiteur ne veut ou ne peut encore payer, il renouvellera de rechef sa promesse payable à trois mois suivants, & y comprendra le change comme ci-dessus; ainsi des autres.

Avis sur les intérêts.

Il faut remarquer que dans les Regles d'intérêts, il est nécessaire de trouver l'intérêt d'une somme à raison de l'intérêt & du temps seulement; mais on peut prouver cette Regle en autant de façons qu'il y a de conditions dans icelle, qui sont quatre; savoir, que quelquefois on cherche l'intérêt du capital, quelquefois on cherche le capital même, quelquefois on cherche le temps, quelquefois on cherche la raison de l'intérêt, soit à raison de tant pour 100, ou du denier, tel comme au denier 16, 18, 20, &c. comme il se verra dans les quatre exemples suivants.

Premier Exemple.

Si on demande l'intérêt simple de 450 liv. pour trois ans, à raison de 6 pour 100 pour un an, on dira:

Si pour 100 liv. on paie 6 liv. combien pour 450 livres, *Rx.* 27 livres pour l'intérêt d'un an, dont le triple fera 81 livres pour l'intérêt de trois ans, lesquelles 81 liv. jointes au principal, font 531 liv. pour la somme totale, tant du principal que de l'intérêt.

Second Exemple.

Si on demande quel étoit le capital, pour avoir reçu 531 liv. en trois ans, tant en principal qu'intérêt, comptant l'intérêt à 6 pour 100 par an.

Posez que le principal fût 100 liv. qui à 6 pour 100 en trois ans, font 118 liv. puis dites par une Regle d'escompte:

Si 118 liv. sont venues de 100 livres, de combien viendront 531 liv. *Rx.* de 450 liv. & autant étoit le principal.

Troiſieme Exemple.

On a donné 450 liv. à intérêt, à raiſon de 6 pour 100 par an, on demande en combien de temps 456 liv. donneront 531 liv. tant en principal qu'intérêt.

Pour faire cette Regle, ôtez le principal 450 liv. de dedans 531 liv. qui ſont compoſées du principal & de l'intérêt, il reſtera 81 pour l'intérêt; puis regardez combien les 450 liv. profiteront en un an, à raiſon de 6 pour 100, diſant:

Si 100 liv. donnent 6 liv. de profit par an, combien 450 liv. R. 27 liv. pour l'intérêt d'un an.

Et ſi 27 liv. ſe gagnent en un an, en combien de temps ſe gagneront 81 livres. R. En 3 ans; partant je dis, que les 450 liv. en 3 ans ſe monteront à 531 liv. tant en principal qu'intérêt.

Quatrieme Exemple.

On a donné à intérêt la ſomme de 450 liv. qui en trois ans ont rendu, tant en principal qu'intérêt, 531 liv. on demande combien c'eſt pour 100 par an.

Otez 450 liv. de dedans 531 compoſées du principal & intérêt, il reſtera 81 liv. pour l'intérêt des trois ans; enſuite diviſez 81 par 3, il viendra 27 livres, pour l'intérêt de chaque année; puis dites par Regle de Trois:

Si 450 liv. donnent 27 liv. d'intérêt pour un an, combien 100 liv. donneront-elles par an? R. 6 liv. par-là on voit que 450 liv. avoient été données à raiſon de 6 pour 100 par an.

Et ſi on veut ſavoir à quel denier c'eſt, il faut diviſer 100 par 6, il viendra 16 $\frac{1}{2}$ livres.

Autrement diviſez 450 par 27, il viendra auſſi 16 $\frac{1}{2}$ livres.

Avertiſſement.

Il faut remarquer, outre ce que je viens de dire,

ci-dessus, que l'on tire l'intérêt d'une somme de plusieur manieres : les Financiers, Banquiers & Marchands sont en état de tirer l'intérêt à tant pour 100, comme je viens de l'exprimer ; il y a aussi plusieurs endroits, comme en Provence, Languedoc, &c. où l'on dit donner de l'argent à rente ou à intérêt à tant pour 100, comme à $6\frac{1}{4}$ pour 100, à 5 pour 100, &c. les autres le comptent au den. 16, 18, 20, &c. qui est-ce qu'on appelle constitution de rente à tel ou tel denier, comme je l'ai expliqué page 147 ; enfin en l'une & l'autre maniere, il n'y a point de différence qu'en la forme de l'opération.

Et afin que l'on voie le rapport qu'il y a entre donner de l'argent à intérêt à tant pour 100, comme $6\frac{1}{4}$ pour 100, ou au denier 16 ; comme aussi à 5 pour 100, ou au denier 20, &c. je donnerai un exemple ci-après, par lequel on verra la conformité qu'il y a entre ces deux manieres de donner de l'argent à intérêt.

Donner de l'argent à intérêt au dernier 16, c'est retirer une livre de profit de 16 liv. au bout d'un an, comme je l'ai expliqué, page 147 ; & par conséquent si on veut tirer l'intérêt d'une plus grande somme, comme de 288 livres, il faut dire par Régle de Trois :

Si 16 liv. donnent 1 liv. de profit au bout d'un an, combien donneront 288 liv. faisant la division, il viendra 18 liv. par an.

Opération.

xx
288
——— (18 liv.
xxx
x

Et si vous voulez savoir combien l'intérêt au

denier 16 se monte pour 100, divisez 100 par 16, il viendra $6\frac{1}{4}$ d'intérêt pour 100; & ainsi des autres.

Et pour faire voir que donner l'argent à intérêt au denier 16, ou à $6\frac{1}{4}$, pour 100, c'est la même chose, dites par la Regle de Trois:

Si 100 livres méritent $6\frac{1}{4}$, combien 288 livres? R. 18 liv. comme ci-devant.

TABLE des nombres les plus usités pour les constitutions de rente.

	10		10 l.				
	12		8	6 s.	8 d.		
	14		7	2	10	$\frac{2}{7}$	
	15		6	13	4		
Les rentes	16	donnent	6	5			pour
au denier	18	par an	5	11	1	$\frac{1}{3}$	100
	20		5				
	21		4	15	2	$\frac{6}{7}$	
	22		4	10	10	$\frac{10}{11}$	
	24		4	3	4		

Enfin la Regle est générale pour savoir combien d'intérêt pour 100, à quelque denier que ce soit, de diviser toujours 100 par le denier proposé auquel on veut faire la constitution de rente.

Question sur la Regle d'intérêt.

Un Particulier veut vendre une maison 8190 liv. parce qu'il en retire 455 liv. par an, on demande à quel denier elle sera vendue.

Divisez le princ'pal 8190 liv. par 455 liv. qui est le revenu d'une année, & le quotient donnera 18 liv. c'est-à-dire, qu'elle sera vendue sur le pied du denier 18, & partant, en vendant sa maison, il en retirera un sommé, qui étant mise en rente au de-

nier 18, lui donnera les mêmes 455 livres que sa maison lui rapportoit par an.

Autre question sur la Regle d'intérêt.

Un Particulier veut emprunter 40000 livres, & offre d'en payer l'intérêt au denier 16, à condition qu'il remboursera à son créancier 8000 liv. par an, on demande en combien de temps il sera quitte.

Pour faire cette regle, il faut voir quel est l'intérêt de 40000 livres au denier 16 pour un an, afin de joindre l'intérêt de la premiere année avec le principal; & de la somme totale composée du principal & de l'intérêt, on en ôtera 8000 livres, qu'il doit acquitter chaque année jusqu'à la fin du paiement. On divisera donc 40000 liv. par 16, en tirant le quart du quart desdites 40000 liv.

40000

$\frac{1}{4}$ *xøøøø*

$\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{4}$ vient 2500 livres d'intérêt.

Ajoutant donc 2500 liv. qui viennent pour l'intérêt avec les 40000 liv. de principal, le tout fait 42500 liv. à payer à la fin de la premiere année, sur quoi il en paie présentement, selon l'accord, 8000 liv.

Dette 42500 liv.
Paie 8000 liv.

Reste 34500 liv. à payer à la fin de la seconde année, avec l'intérêt.

Pour savoir l'intérêt des susdites 34500 livres, on les divisera par 16

34500

8625

ntérêt 2156 liv. 5 sols.

Ajoutant encore de même 2156 liv. 5 sols qui

viennent pour l'intérêt avec les mêmes 34500 liv.

Principal	34500 liv.
Intérêt	2156 liv. 5 sols.
Somme due	36656 liv. 5 sols.
Paiement	8000 liv.

Reste 28656 liv. 5 sols à payer à la fin de la troisieme année avec l'intérêt.

Pour savoir l'intérêt desdites 28656 liv. 5 sols, on les divisera encore de même par 16

28656 liv. 5 sols.

	7164	x	y	d.
Intérêt	1791	0	3	$\frac{3}{4}$ d.

Il vient pour l'intérêt 28656 liv. 5 sols, 1791 liv. 0 sols 3 deniers $\frac{3}{4}$ deniers.

Principal	28656 liv.	5 sols.		
Intérêt	1791	0	3	$\frac{3}{4}$
Somme due	30447 liv.	5 sols	3 den.	$\frac{3}{4}$
Paiement.	8000			

Reste 22447 liv. 5 sols 3 den. $\frac{3}{4}$ à payer à la fin de la quatrieme année, avec l'intérêt.

On opérera de suite jusqu'à la fin du paiement, comptant une année pour chaque opération.

A la derniere année, s'il paie le reste plutôt que la fin de l'année, on escomptera l'intérêt au prorata de la portion d'année.

Question sur la Regle d'intérêt.

Quelqu'un a donné 678 liv. à intérêt à 10 pour 100 par an, on demande à combien monteront les intérêts au bout de 9 ans 9 mois & 6 jours : dites par la Regle de Trois ;

Si 100 liv. 10 liv. 678 liv. R. 67 $\frac{4}{5}$ liv. par an.

Et pour trouver l'intérêt de 9 ans 9 mois 6 jours. Si 12 mois 67 $\frac{4}{5}$ liv. 117 $\frac{1}{5}$ mois. R. 662 liv. 3 ſ. 7 den. $\frac{1}{5}$.

Autre Queſtion.

Un Banquier a donné 100 liv. à intérêt, & au bout de deux ans on lui a rendu pour principal & intérêt 135 livres 2 ſols 8 deniers $\frac{3}{4}$; on demande combien les 100 liv. ſuſdites ont profité la premiere année, ayant été données à mériter à chef de gain ſur gain.

Pour réſoudre cette queſtion, il faut réduire les 135 liv. 2 ſols 9 deniers $\frac{3}{4}$ en quarts de deniers, il viendra 129735.

Réduiſez auſſi 100 liv. en quarts de den. il viendra 96000 ; enſuite multipliez 129735 par 96000, il viendra 12454560000, dont la racine quarrée ſera 111600, qu'il faut diviſer par 4, & il viendra 27900 deniers.

Cela fait, réduiſez 27900 den. en liv. il viendra 116 liv. 5 ſols pour principal & intérêt de la premiere année, il reſte à ôter 100, qui eſt le principal de 116 liv. 5 ſols, & reſtera 16 liv. 5 ſols pour le gain de la premiere année.

Preuve.

Pour preuve, il faut dire :

Si 100 livres ont gagné 16 livres 5 ſols la premiere année, combien gagneront les mêmes 16 livres 5 ſols pour la ſeconde année. Faites la Regle de Trois ſelon ſa diſpoſition, & vous trouverez 2 livres 12 ſols 9 den. $\frac{3}{4}$ pour le gain de 116 livres 5 ſols ; puis ajoutant le principal 100 avec l'intérêt des deux années, il viendra 135 liv. 2 ſols 9 den. $\frac{3}{4}$, comme veut la queſtion.

Autre Queſtion.

Un Banquier a donné 100 liv. à intérêt, & au bout de 3 ans on lui rend 337 liv. 10 ſols pour principal & pour gain ; on demande à quelle raiſon les 100 livres lui ont profité la premiere année, à raiſon de gain ſur gain.

Pour la réſolution de cette queſtion, multipliez 100 par 100, il vient 10000 ; enſuite multipliez 337 liv. 10 ſols par 10000, il viendra 3375000, dont il faut tirer la racine cubique, & viendra 150 livres pour principal & intérêt de la premiere année.

Pour trouver l'intérêt de la ſeconde année, dites par Regle de Trois :

Si 100 liv. ont profité de 50 liv. combien 150 liv. R. 75 liv. leſquelles deux ſommes 150 liv. & 75 jointes enſemble, font 225 liv. pour principal & intérêt de la ſeconde année.

Enfin pour trouver l'intérêt de la troiſieme année, dites encore par Regle de Trois :

Si 100 liv. ont profité de 50 liv. la premiere année, combien profiteront 225 liv. R. 112 livres 10 ſols ; puis ajoutant les 225 livres avec 112 liv. 10 ſols, la ſomme ſera 337 liv. 10 ſols pour principal & intérêt de la troiſieme année, comme veut la queſtion.

REGLE D'ESCOMPTE.

Définition.

ESCOMPTER eſt rabattre quelque choſe d'une ſomme qui ne devoit être payée que dans un certain temps limité, lorſqu'on la paie plutôt que le terme échu ; lequel rabais ſe compte ordinairement entre Financiers, Banquiers & Marchands à tant pour 100, comme

à { 10 pour 100 par an.
$7\frac{1}{2}$ pour 100 pour 9 mois.
5 pour 100 pour 6 mois.
$2\frac{1}{2}$ pour 100 pour 3 mois, &c. comme il a été expliqué dans la regle de change ci-devant.

Exemple.

Un Marchand a acheté pour 500 livres de marchandiſes à un an de terme ou de crédit, à condition qu'il en pourra faire l'eſcompte à raiſon de 10 pour 100 par an. Il arrive que, 3 ou 4 jours après, ce Marchand veut payer ; on demande combien il doit payer, au lieu de 500 livres qu'il paieroit, s'il ne payoit qu'au bout de ſon terme, qui eſt d'un an.

Pour réſoudre cette propoſition, il faut conſidérer que les 500 liv. qu'il doit payer au bout d'un an ſont compoſées du principal & de l'intérêt pour un an, à la raiſon de 10 pour 100 ; c'eſt pourquoi, pour faire cette Regle, il faut ajouter le terme qui repréſente le principal, qui eſt 100, avec celui de l'intérêt, qui eſt 10, la ſomme eſt 110, qu'il faudra mettre au premier terme d'une Regle de Trois ; au ſecond terme il faut poſer 100, & au troiſieme terme la ſomme qui eſt 500 liv. dont on veut faire l'eſcompte, & opérant ſelon le précepte, il viendra

au quatrieme terme 454 livres 10 ſols 10 den. $\frac{10}{11}$ deniers, qu'il faudra payer préſentement au lieu de 500 livres.

Explication.

Pour l'intelligence de la Regle, il faut raiſonner ainſi :

Si de 110 livres, dont mon argent comptant me tient lieu au bout d'un an, ſi je le donnois à intérêt, je n'en dois payer que 100 liv. en payant préſentement, combien faut-il que je paie pour 500 livres que je ne dois que dans un an ?

Opération.

Si 110 liv. 100 500

100

+ 50000

$$\begin{array}{r} \cancel{6}\cancel{5}6 \\ +\ \cancel{3}\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}0 \\ \hline \cancel{5}\cancel{1}\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0} \\ \cancel{1}\cancel{1}\cancel{1} \\ \cancel{1} \end{array} (454\text{l.} \quad \begin{array}{r} 1 \\ \cancel{1}\cancel{2}00 \\ \hline \cancel{1}\cancel{1}\cancel{0}\cancel{0} \\ \cancel{1}\cancel{1} \end{array} (10\text{ſ.} \quad \begin{array}{r} 1 \\ \cancel{1}\cancel{2}00 \\ \hline \cancel{1}\cancel{1}\cancel{0}\cancel{0} \\ \cancel{1}\cancel{1} \end{array} (10\text{d.}\ \tfrac{10}{11}.$$

Ayant fait la Regle de Trois ci-deſſus, il eſt venu 454 livres 10 ſols 10 den. $\frac{10}{11}$ qu'il faut payer préſentement, au lieu de 500 livres.

Preuve.

Et pour preuve, ſi on donne à change pour un an la partie de 454 liv. 10 ſols 10 den. $\frac{10}{11}$ ci-deſſus à la même raiſon de 10 pour 100, on trouvera 45 livres 9 ſols 1 den. $\frac{1}{11}$ pour l'intérêt, & ces deux ſommes jointes enſemble, feront les ſuſdites 500 liv. comme veut la queſtion.

Autre preuve.

On peut faire la preuve d'une autre façon ; ſavoir, en propoſant une queſtion pour trouver l'eſ-

compte au profit que l'on fait en payant préſentement, qui eſt telle :

Si ſur 110 liv. on gagne 10 liv. en payant préſentement, combien gagnera-t-on ſur 500 livres ? faiſant la Regle de Trois comme ci-deſſous, on trouvera 45 livres 9 ſols 1 den. $\frac{1}{11}$ pour l'eſcompte ou rabais, comme par la Regle de change ; puis ajoutant la ſomme à payer préſentement, ci-devant trouvée, qui eſt 454 livres 10 ſols 10 den. $\frac{10}{11}$, avec l'eſcompte ci-deſſous, la ſomme ſera 500 livres, comme il ſe voit par l'opération.

Opération de la preuve.

Si 110 liv. 10 + 500.

$$\begin{array}{l} \quad \cancel{6}5 \\ + \ \cancel{5}\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}0 \\ \hline \cancel{1}\cancel{1}\cancel{0}\cancel{0} \\ \quad \cancel{1}\cancel{1} \end{array} \ (45 \text{ liv.} \quad \begin{array}{l} \quad 1 \\ \cancel{1}\cancel{0}\cancel{0}0 \\ \hline \cancel{1}\cancel{1}\cancel{0} \end{array} \ (9 \text{ ſols} \quad \begin{array}{l} \quad 1 \\ \cancel{1}\cancel{2}\cancel{0} \\ \hline \cancel{1}\cancel{1}\cancel{0} \end{array} \ (1\ \tfrac{1}{11}$$

Argent à payer préſentement	454 liv.	10 ſ.	10 $\frac{10}{11}$
Eſcompte ou profit	45	9	9 $\frac{1}{11}$
Somme eſcomptée	500		

Ces deux preuves ſont générales ; c'eſt pourquoi on peut ſe ſervir de celle qu'on voudra : je conſeille néanmoins de ſe ſervir de cette derniere, dont l'opération eſt ci-deſſus, parce qu'elle eſt la plus facile.

Avertiſſement ſur la Regle d'eſcompte.

IL y en a pluſieurs qui, par ignorance ou par malice, font l'eſcompte de telle façon, qu'il y a perte ou profit pour l'une ou pour l'autre des parties, ſe contentant de tirer le change de la ſomme de laquelle on demande l'eſcompte, & ayant rabattu le change

de cette même ſomme, le reſte, diſent ils, eſt ce qu'il faut payer de net; ce qui n'eſt pas juſte ni raiſonnable, parce que ſi le créditeur rabat à ſon débiteur le change de la ſomme entiere, le créditeur rabat le change du change qu'il ne reçoit pas, & ainſi il perd.

Par exemple, ſi quelqu'un doit 100 liv. à un autre, à payer dans un an, à condition d'eſcompte à 10 pour 100 par an, l'on voit que ſi l'on rabat le change de 100 liv. il reſtera ſeulement 90 livres à payer; ce qui tourneroit à la perte du créditeur, parce que rabattant 10 liv. il perdroit le change des mêmes 10 livres, d'autant que le débiteur lui rabattroit le change de 10 livres, qu'il ne reçoit pas; ce qu'il eſt néceſſaire de remarquer.

Autre Queſtion.

Quelqu'un ayant affaire d'argent pour faire ſon voyage de Paris à Bordeaux, va trouver un Banquier auquel il donne une Lettre-de-Change de 300 livres; ſavoir combien le Banquier lui doit compter d'argent pour ſa Lettre de 300 livres, rabattant le change à 3 pour 100.

Pour réſoudre cette regle, il y en a beaucoup qui ne ſachant pas que c'eſt une Regle d'eſcompte, ſe ſervent de la Regle de change naturelle, & raiſonnent ainſi:

Si ſur 100 liv. il y a 3 liv. de perte, combien doit-on perdre ſur 300 liv. faiſant la Regle de Trois, il viendra 9 livres, que le Banquier retiendra par ſes mains, & partant donnera 291 liv. ce qui n'eſt pas juſte, parce qu'en ce cas-là le Banquier tire le change des 9 livres qu'il ne débourſe pas; mais s'il fait l'eſcompte comme ci-deſſous, il donnera 291 livres 5 ſols 2 den. $\frac{94}{103}$; il y a donc 5 ſols 2 den. $\frac{94}{103}$ de perte pour celui qui fournit la Lettre; ce qui n'eſt pas conſidérable à l'égard d'une petite ſomme; mais bien à l'égard d'une grande.

Faites l'opération de la Regle, & vous trouverez la réponſe avec la preuve au-deſſous.

Si 103 liv. 100 l. 300 l. Rx. 291. l. 5 ſ. 1 d. $\frac{24}{103}$

Preuve.

Si 103 liv. 3 l. 300 l. Rx. 8. l. 14 ſ. 9 d. $\frac{2}{103}$

Ajoutant les réponſes, il viendra 300 liv. comme veut la queſtion.

Autre Queſtion.

Quelqu'un doit 856 liv. à payer à 9 mois, & ſon créditeur lui dit que s'il le veut payer préſentement, il lui eſcomptera ſa dette à 7 $\frac{1}{2}$ pour 100 pour les mêmes 9 mois, on demande combien le débiteur doit payer, en payant préſentement: il faut former la queſtion comme ci-deſſous; puis opérant ſelon le précepte de la Regle de Trois, il viendra 796 liv. 5 ſols 6 $\frac{42}{43}$ den. à payer préſentement; il faut raiſonner ainſi:

Si de 107 $\frac{1}{2}$ liv. on n'en paie que 100, en payant préſentement, combien faut-il payer pour 856 liv.?

Opération.

Si 107 $\frac{1}{2}$ livres ſont réduites à 100 liv. combien 856 livres?

Autrement, parce qu'il y a entier & fraction au premier terme, c'eſt-à-dire, 7 $\frac{1}{2}$, il faut réduire les 107 $\frac{1}{2}$ en 215 demi, & le deuxieme terme, qui eſt 100, en 200 demi, puis dire:

Si 215 liv. 200 l. 856 l. Rx. 796 l. 5 ſ. 6. d. $\frac{42}{43}$

Pour preuve, il faut dire:

Si 215 liv. 15 l. 856 l. Rx. 59 l. 4 ſ. 5. d. $\frac{1}{43}$

Ajoutant les deux R. il vient 856 l. comme il a été propoſé.

Autre Queſtion.

Mais s'il étoit queſtion d'eſcompter pour quelque portion de temps, comme ſi on diſoit:

Quelqu'un doit 600 liv. à payer au bout de 6

mois, & son créditeur lui offre de lui escompter à 6 pour 100 pour 6 mois, du jour qu'il le voudra payer, il arrive que le débiteur, 4 mois après, trouve de l'argent pour payer sa dette; savoir combien il doit payer au bout de 4 mois, au lieu de 600 liv. qu'il devoit payer au bout de 6 mois: Il faut considérer que puisque le débiteur n'est obligé de payer qu'au bout de 6 mois, s'il paie au bout de 4 mois, il avance le paiement de deux mois, par conséquent il y aura escompte à faire pour 2 mois.

Maintenant pour trouver combien il faut escompter pour 2 mois, à raison de 6 pour 100 pour 6 mois, il faut dire par la Regle de Trois:

Si pour 6 mois on escompte 6 livres, combien pour 2 mois? Faisant la Regle, il viendra 2 liv. pour 100 liv. à escompter.

Disposition de la Regle.

Si 6 mois 6 livres, 2 mois. R. 2 livres.

Ayant trouvé que l'escompte se doit faire à 2 pour 100 pour 2 mois, on fera la Regle d'escompte à l'ordinaire, disant:

Si de 102 liv. on ne paie que 100 liv. en payant présentement, combien faut-il payer pour 600 liv. R. 588 liv. 4 s. 8 den. $\frac{8}{17}$.

La preuve se fera comme les précédentes, disant: Si de 102 l. 2 l. 600 l. R. 11 l. 15 s. 3 d. $\frac{9}{17}$.

La maniere de résoudre cette derniere question ayant été attaquée injustement par M. R. ** par la voie du Journal de Verdun, mois d'Octobre 1736, page 258, il est très-important d'avertir ceux qui s'attachent à ce Livre d'Arithmétique, qu'on peut dire être le meilleur en ce genre, que M. le Gendre à bien résolu la question dont il s'agit, & que M. R** ne l'a pas entendue, puisqu'il dit que l'escompte à 2 pour 100 est 24 livres sur 600 livres, au lieu

des 11 livres 15 sols 3 deniers $\frac{9}{17}$ de M. le Gendre.

Il ne faut pas être Arithméticien pour connoître l'injustice de sa critique ; car sans faire de Regle, ni sans connoître aucuns nombres, tout le monde dira en comptant par les doigts, puisqu'on n'escompte que 2 livres sur 100 livres, on n'escomptera que 12 livres sur 600 livres, & non pas 24 livres, comme il le prétend.

M. B. ** qui s'apperçut de l'erreur du sieur R. ** fit insérer des observations dans le Mercure de France, mois de Juin 1738, par lesquelles il réfute M. R. ** après quoi il tombe lui-même dans une erreur d'une autre espece, en disant : » Ce n'est » pas que cette question soit résolue bien exacte- » ment dans le Gendre ; & en formant ma Regle » d'une maniere qui me semble plus conforme.... »... en disant par la Regle de Trois : Si 106 liv. » donnent 100 liv. combien 600 livres ? la réponse » est 566 liv. 9 den. $\frac{3}{53}$, laquelle somme étant ôtée » de celle de 600 livres, la différence est 33 liv. » 19 sols 2 den. $\frac{50}{53}$ pour l'escompte de 6 mois, dont » le tiers est 11 livres 6 sols 4 den. $\frac{52}{53}$ pour l'es- » compte de deux mois ; ôtez cette somme de 600 » liv. il reste 558 liv. 13 s. 7 den. $\frac{1}{53}$ pour la vraie » réponse « ; & plus bas, il critique encore un Mé- moire que le sieur Faure avoit fait insérer dans le même Mercure de France, le mois d'Avril précédent, pour la défense du sieur le Gendre.

» Si j'eusse trouvé, dit-il, sa critique aussi judi- » cieuse qu'elle auroit pu l'être, je me serois abste- » nu de mettre mes observations au jour. »

La maniere de M. B. ** pour trouver l'escompte à 6 pour 100, est parfaitement conforme avec M. le Gendre : mais de prendre le tiers de l'escompte à 6 pour 100, pour avoir celui à 2 pour 100, c'est une erreur manifeste & grossiere, comme on le fait voir ci-dessous.

On pose 566 liv. 9 den. $\frac{3}{53}$, à gauche, & 33 liv. 19 s. 9 den. $\frac{50}{53}$ à droite vis-à-vis.

566 liv. 9 den. $\frac{3}{53}$. 33 liv. 19 sols 2 den. $\frac{50}{53}$

L'escompte étant fait à 6 pour 100 sur 600 liv. on a 566 liv. 9 den. $\frac{3}{53}$ d'un côté, & 33 liv. 19 sols 2 den. $\frac{50}{53}$, de l'autre, M. B. *** prend le tiers de 33 liv. 19 sols 2 den. $\frac{50}{53}$; il reste 22 livres 12 sols 9 den. $\frac{51}{53}$, sur lesquels il n'escompte pas, & sur le champ il les fait passer de la droite à la gauche, pour les ajouter avec 566 liv. 9 den. $\frac{3}{53}$, afin d'en former la somme de 588 liv. 13 sols 7 den. $\frac{1}{53}$ que le débiteur, dit-il, doit payer, en avançant le paiement de deux mois.

S. M. B. *** y avoit pris garde, il auroit dit, puisque j'augmente le principal de 22 liv. 12 sols 9 den. $\frac{51}{53}$, l'escompte doit aussi augmenter, il auroit vu alors que sa Regle étoit mal faite; mais puisqu'il n'a pas escompté sur les 22 livres 12 sols 9 den. $\frac{51}{53}$, il n'a qu'à dire: Si 102 donnent 2, combien 22 liv 12 sols 9 deniers $\frac{51}{53}$ donneront-ils? il trouvera 8 sols 10 den. $\frac{494}{901}$, qu'il ajoutera avec 11 liv. 6 s. 4 d. $\frac{52}{53}$, alors son escompte sera égal à celui de M. le Gendre.

Si M. le Gendre avoit prévu qu'on eût critiqué sa question, il en auroit formé une autre, & auroit dit: Quelqu'un doit 600 liv. à payer au bout d'un certain temps, on lui offre de lui escompter 2 pour 100, s'il veut payer sur le champ. On demande combien il doit payer présentement, au lieu de 600 liv. qu'il devoit payer dans un certain temps, il auroit fait la Regle suivante:

Si 102 livres donnent 100 livres, combien donneront 600 liv. R. 588 liv. 4 sols 8 deniers $\frac{8}{17}$, lesquels étant ôtés de 600 livres, il reste pour l'escompte de 2 pour 100, 11 livres 15 sols 3 deniers $\frac{9}{17}$.

Pour derniere preuve, comme M. B. *** n'a

pas réſolu la queſtion comme il faut, il n'a qu'à faire la Regle ſuivante, il verra que 11 liv. 6 ſols 4 d. $\frac{52}{53}$, eſt l'eſcompte de 200 livres, à 6 pour 100 pour 6 mois, & non l'eſcompte de 600 livres pour 2 mois. Si 106 donnent 6, combien 200 liv. R. 11 livres 6 ſols 4 deniers. $\frac{52}{53}$.

Autre Queſtion ſur l'Eſcompte.

Et ſi l'Eſcompte eſt à 10 pour 100 par an, & que le débiteur veuille ou puiſſe payer au bout de $8\frac{1}{2}$ mois, on demande combien on doit eſcompter pour 100 pour les $3\frac{1}{2}$ mois que l'on avance le paiement, il faut dire:

Si pour 12 mois on eſcompte 10 livres, combien faut-il eſcompter pour $3\frac{1}{2}$ mois? Faiſant la Regle, on trouvera $2\frac{11}{12}$ pour l'eſcompte des $3\frac{1}{2}$ mois; ainſi des autres.

Comme ſi on diſoit: quelqu'un doit 600 liv. à payer au bout d'un an, & ſon créditeur le prie de le payer le plutôt qu'il pourra, & qu'il lui eſcomptera du même jour 10 pour 100 par an; il arrive que le débiteur, au bout de $8\frac{1}{2}$ mois, trouve de l'argent ſur la Place à meilleure condition qu'à 10 pour $\frac{0}{0}$ par an pour s'acquitter de 600 livres, on demande combien il doit payer en payant au bout de $8\frac{1}{2}$ mois.

Pour réſoudre la queſtion, il faut dire par Regle de Trois:

Si de $102\frac{11}{12}$ livres, je n'en paie que 100 livres, en payant comptant, combien pour 600 liv. faiſant la Regle ſelon le précepte, vous trouverez 582 liv. $\frac{246}{247}$ pour la ſomme que le débiteur doit payer au lieu de 600 livres.

Autre Queſtion ſur l'Eſcompte.

500 liv. ſont compoſées du principal & de l'in-

térêt au denier 18, on demande quel est le principal, & aussi quel est l'intérêt séparément. Il faut dire par la Regle de Trois :

Si 19 liv. viennent de 18 livres, d'où viendront 500 liv. R. 473 liv. 13 sols 8 deniers $\frac{4}{19}$ pour le principal.

Pour preuve, il faut dire par Regle de Trois :

Si 19 livres donnent une livre de profit, que donneront 500 livres ? R. 26 liv. 6 sols 3 den. $\frac{15}{19}$ pour l'intérêt.

Et faisant addition du principal & de l'intérêt, il viendra 500 livres.

Principal 473 liv. 13 sols 8 den. $\frac{4}{19}$.
Intérêt. 26 liv. 6 sols 3 den. $\frac{15}{19}$.

Somme 500 liv. comme il a été proposé.

Autre Question sur le même sujet, ou *de la même remise en dehors.*

300 livres sont composées du principal & du droit de l'Officier, à qui il appartient 6 deniers pour livre pour la remise, on demande le principal, & quel est le droit de l'Officier. Il faut dire par Regle de Trois :

Si 246 deniers viennent de 240 den. d'où viendront 300 liv. ou par réduction, en tirant le sixieme de 246 & de 240.

Si 41 liv. viennent de 40 liv. d'où viendront 300 livres? Faisant la Regle, il viendra 292 liv. 13 sols 7 den. $\frac{37}{41}$ pour le principal.

Et pour preuve, dites :

Si 41 livres donnent 1 livre, combien 300? faisant la Regle, il viendra 7 livres 6 sols 4 den. & $\frac{4}{41}$ pour la remise ; puis ajoutant le principal avec la remise, la somme sera 300 liv. comme veut la question.

J'ai

J'ai réduit le premier & le second termes en deniers, à cause que la remise est à 6 deniers pour livre; mais si la remise étoit à un sol, j'aurois dit: Si 21 sols viennent de 20 sols, d'où viendront 300 liv. &c.

Pour preuve: Si 21 sols donnent 1 sol, combien 300, &c.

Autre Question.

On veut trouver une somme, de laquelle ôtant 18 deniers pour livre, le reste soit 952 livres 10 sols.

Il faut raisonner ainsi: Puisque de 20 sols on en ôte 1 sol 6 den. le reste est 18 sols 6 den. & partant il n'y a qu'à dire:

Si 18 $\frac{1}{2}$ sols viennent de 20 sols, d'où viendront 952 liv. 10 sols; mais à cause de la fraction $\frac{1}{2}$, qui est au premier terme, au lieu de 18 $\frac{1}{2}$, il faut écrire 37 & 40 au deuxieme terme, puis dire:

Si 37 viennent de 40, d'où viendront 952 livres 10 sols? Faisant la Regle, il viendra 1029 livres 14 sols 7 deniers $\frac{5}{37}$, pour la somme que l'on demande.

Pour preuve, il faut faire une autre question, & par Regle de Trois:

Si 40 livres sont réduites à 37 livres, à combien seront réduites 1029 liv. 14 sols 7 den. $\frac{5}{37}$?

Faisant la Regle, il viendra 952 liv. 10 sols, comme ci-devant.

Regle pour tirer la Tare des Marchandiſes qui ſe vendent au poids ou à la meſure, comme huile, ſucre, ſavon, poivre, térébenthine, &c.

Définition.

TARE n'eſt autre choſe que le déchet d'un poids total, compoſé de quelque marchandiſe, & de ce qui l'enclôt ou contient, que l'on appelle emballage, ſoit de toile, cordage, paille, caiſſe, tonneau, &c. tellement que ce qui eſt de ſurplus du poids de la marchandiſe, eſt appellé tare, laquelle diminue le poids du total, pour donner la quantité de la véritable marchandiſe, & cette tare eſt eſtimée arbitrairement entre les marchands, à certaine diminution, ſelon la diverſité des marchandiſes.

Les uns rabattent tant pour 100, ou dans le 100, & les autres rabattent tant ſur 100.

Rabattre tant pour 100, ou dans le 100, c'eſt quand on ſouſtrait une quantité de 100, & que l'on livre le reſte net, comme ſi la tare eſt à 6 pour 100, on doit livrer 94 de net.

Exemple.

Un Marchand a acheté 4 tonneaux d'huile, peſant ordinairement 4800 ℔, on demande combien il doit payer de net, en lui rabattant 16 pour 100 pour la tare.

Pour trouver la quantité de ℔ net, il faut dire par Regle de Trois:

Si 100 liv. ordinaires ſont réduites à 84 liv. net, combien ſont réduites 4800 ℔ ordinaires? Faiſant la Regle, il viendra 4032 ℔ net.

Rabattre tant ſur 100, cela s'entend qu'il faut

livrer 100, & quelque quantité par deſſus, comme ſi la tare eſt de 10 ſur 100, l'acheteur de 110 ℔ ordinaires, n'en paiera que 100 ℔ net.

Exemple.

Un Marchand a acheté 6 tonneaux de ſucre, peſant ordinairement 3600 ℔; on demande combien il y aura de ℔ net à payer, augmentant 16 ſur 100 pour la tare.

Cette queſtion ſe réſout par Regle de Trois, comme la précédente, diſant:

Si de 116 ℔ ordinaires on n'en paie que 100 ℔ net, combien en faut-il payer pour 3600 ℔ ordinaires? Faites la Regle, & vous trouverez 3103 $\frac{15}{29}$ ℔ net; ainſi des autres.

Pour preuve, il faut trouver la tare, diſant:

Si 116 ℔ ordinaires donnent 16 ℔ net, combien 3600 ℔ ordinaires? R. 496 ℔ $\frac{15}{29}$.

REGLE DE COMPAGNIE.

Uſage de la Regle de Compagnie.

LA Regle de Compagnie ſe pratique ordinairement entre Financiers, Banquiers & Marchands; elle ſert pour donner à chacun des Aſſociés proportionnellement ce qui lui appartient du gain qui s'eſt fait durant une Société, comme pour lui faire porter ſa part de la perte, s'il y en a, à raiſon de ſa miſe ſimplement, ou de ſa miſe & de ſon temps enſemble.

C'eſt pourquoi il y a deux ſortes de Regles de Compagnie, l'une en même temps, & l'autre à divers temps.

La Regle de Compagnie en même-temps eſt celle en laquelle les Aſſociés ont commencé de négocier

en même-temps, & ont auſſi fourni leurs effets ou argent en même-temps.

La Regle de Compagnie à divers temps ſera expliquée ci-après.

La Regle de Compagnie en même-temps s'appelle ainſi, d'autant que le temps n'eſt nullement conſidéré en l'opération ; c'eſt pourquoi, n'ayant égard qu'à la portion que chacun a mis dans la Société, on y procede en cette ſorte, comme il ſe verra par l'exemple ſuivant.

Trois ont fait compagnie pour un certain temps, & à la fin de leur Société, ils ont trouvé 834 livres de profit ; on demande le gain de chacun, à raiſon de ſa miſe.

Miſes particulieres.

Le premier a mis	432 liv.
Le ſecond	534
Le troiſieme	683
Somme totale des miſes	1649 liv.

Pour réſoudre cette Regle, & toutes les autres ſemblables, ayant diſpoſé les miſes de chaque Aſſocié l'une ſous l'autre, comme ci-deſſus, après avoir fait addition, la ſomme totale, qui eſt 1649, doit être miſe au premier terme d'autant de Regles de Trois qu'il y a d'Aſſociés ; au ſecond terme, il faut poſer le profit qui a été fait durant la Société, & au troiſieme terme la miſe de chaque Aſſocié.

Tellement que ſi on veut trouver le gain du premier Aſſocié, qui a mis 432 liv. on dira :

Si 1649 liv. qui eſt la miſe totale, ont gagné 834 liv. que gagneront 432 liv. qui eſt la miſe du premier ?

Faiſant la Regle de Trois ſelon le précepte enſeigné ci-devant, il viendra 218 liv. 9 ſols 9 den. pour le profit du premier, & reſtera 507 deniers, qui ne ſe peuvent diviſer, que l'on rapportera à la preuve.

On fera de même pour trouver le gain des deux autres, comme il se voit par les trois Regles de Trois ci-dessous mises en forme, que je répete.

	liv.	liv.	liv.		liv.	sols.	den.		den.
Si	1649	834	432	R.	218	9	9	reste	507
Si	1649	834	534	R.	270	1	6	reste	558
Si	1649	834	683	R.	345	8	8	reste	584

Somme des gains 833 l. 19 s. 11 d. + 1649
reste * 1

R. 834 l. 0 s. 0 d. + x649

(1 *
x649

Pour faire la preuve, il faut assembler les gains particuliers comme ci-devant, & la somme totale est venue égale au gain total, moins 1 denier, qui s'est trouvé en ajoutant les deniers restés des divisions des deniers, dont la somme totale est 1649, que j'ai divisée par le diviseur des trois Regles de Trois, qui est aussi 1649, & il est venu 1, c'est-à-dire, 1 denier, qui, ajouté à 833 liv. 19 sols 11 den. somme totale des gains particuliers, il est venu juste 834 l. gain total; & c'est la preuve.

Et s'il manquoit deux deniers, ou plus, comme dans les Regles de Compagnie de quatre Associés, il peut manquer jusqu'à 3 deniers, & ainsi plus ou moins, selon la quantité des Associés, il faut toujours ajouter les deniers restants de la division des deniers, & partager la somme d'iceux par la somme totale des mises, qui est le diviseur commun, & il viendra juste les deux deniers ou plus, s'ils manquoient, & sans reste; autrement la Regle seroit fausse.

On observera le même ordre pour la preuve des Regles de Compagnie à divers temps.

Il faudroit opérer de la même façon, s'il y avoit perte au lieu de gain, mais soustraire de chaque mise ce qui viendroit de perte pour chacun, au lieu de l'ajouter.

Autre Question.

Deux ont fait Compagnie, & ont gagné 4 liv. 3 sols 4 deniers, on demande le gain de chacun à raison de sa mise.

Le premier a mis	2 liv.	1 s.	8 den.
Le deuxieme	4	6	8

Construction de la Regle.

Dans cette Regle, il faut considérer que les mises particulieres sont composées de livres, sols & deniers, & le gain total aussi; c'est pourquoi on réduira les 2 liv. 1 sol 8 deniers du premier Associé en deniers; il viendra 500 deniers.

On réduira aussi les 4 liv. 6 s. 8 den. du second en deniers, il viendra 1040 deniers.

Cela étant fait, on voit que le premier a mis 500 deniers, & le second 1040 deniers, qui font en tout 1540 deniers, qu'il faudra mettre au premier terme des deux Regles de Trois : au second terme on posera 1040 deniers, provenus des 4 liv. 3 sols 4 deniers, gain total, réduits aussi en deniers; & au troisieme terme la mise de chaque Associé; & faisant les deux Regles de Trois selon le précepte; il viendra pour le gain du premier Associé 324 deniers, & reste 1040 : le second Associé aura de profit 675 deniers, & reste 500 deniers.

Puis ajoutant les deux gains particuliers, la somme sera 999 deniers, & le gain total devoit être 1000 deniers; il manquera donc 1 den. mais si l'on ajoute les restes, la somme sera 1540, que l'on divisera par le même nombre, qui est diviseur commun, il viendra 1 denier, qui parfera le nombre de 1000 deniers, comme veut la question, & comme il se voit ci-dessous.

Disposition de la Regle.

	den.	den.	den.		den.	reste.
Si	1540	1000	500.	R.	324	1040
Si	1540	1000	1040.	R.	675	500

Sommes des gains 999 d. 1540
Addition des restes 1 reste.

total. 1000 den.

$\frac{1540}{1540}$ (1 den.

Avertissement sur la Regle de Compagnie.

S'il arrive que les mises particulieres des Associés soient composées de livres & de sols, même quand il n'y auroit que la mise d'un seul Associé où il y eût des sols, & qu'il y ait aussi des livres & des sols au gain total, il faut tout réduire en sols, & opérer au surplus, selon le précepte de la Regle de Compagnie; par exemple, si on disoit;

Deux Associés ont fait Compagnie, & ont gagné 90 liv. 10 sols, ou 1810 sols, on demande le gain de chacun, à raison de sa mise.

Le premier a mis 100 liv. 5 sols ou 2005 sols.
Le second 125 liv. 10 sols ou 2510 sols.

Sommes des mises 4515 sols.

Ayant ainsi réduit le gain total & les mises particulieres en sols, si on veut trouver le gain du premier, on dira :

Si 4515 sols gagnent 1810 sols, combien 2005 sols.

Et pour trouver le gain du second.

Si 4515 sols gagnent 1810 sols, combien 2510 sols.

Puis faisant les deux Regles de Trois, il viendra,

pour le premier 803 ſ. ou 40 l. 3 ſ. & reſte 3505.
pour le ſecond 1006 ſ. ou 50 l. 6 ſ. & reſte 1010.

Et pour la preuve, on obſervera ce que j'ai expliqué ci-devant.

Autre Queſtion ſur la Regle de Compagnie.

Trois on fait compagnie, & ont gagné 1000 liv. on demande le gain de chaque à raiſon de ſa miſe.

A a mis	600 liv.
B	300
C	200
Somme des miſes	1100

On voit que la ſomme des miſes eſt 1100 livres, & le gain 1000 livres. Enſuite, pour donner à chacun des Aſſociés ce qui lui appartient de profit, on fera les trois Regles de Trois, comme il a été enſeigné.

Il faut obſerver, quand il y a des zéros au premier terme de la Regle de Trois, & au troiſieme, d'en retrancher autant de l'un que de l'autre, ſans opérer par iceux; puis multipliant & diviſant ſelon le précepte, il viendra la même choſe que ſi on avoit multiplié & diviſé par tout le nombre: la raiſon eſt, que ſi on retranche des deux nombres autant de l'un que de l'autre, & que l'on diviſe le reſte par le reſte, le quotient ſera le même que ſi on diviſoit le tout par le tout, comme il ſe voit par la démonſtration & opération ſuivante.

On dira donc, pour trouver le gain du premier, qui a mis 600 livres :

Si 1100 liv. ont gagné 1000 livres, combien 600?

Ou par abréviation,

Si 11 liv. 1000 liv. 6. Bx. 545 liv. 9 ſ. 1 d. $\frac{1}{11}$

Pour le ſecond :

Si 11 liv. 1000 liv. 3 Bx. 272 14 ſ. 6. $\frac{6}{11}$

Pour le troiſieme :

Si 11 liv. 1000 liv. 2 Bx. 181 16 ſ. 4 $\frac{4}{11}$

Gain total 1000 liv.

Ayant trouvé que le gain du premier étoit 545 liv. 9 ſols 1 den. $\frac{1}{11}$, pour trouver le gain du ſecond, j'en ai tiré la moitié, & pour avoir le gain du troiſieme, j'ai tiré le tiers, à cauſe de la proportion qu'il y a de 6 à 3, comme auſſi de 6 à 2; ce que l'on obſervera, lorſqu'il y aura abréviation & proportion dans les nombres.

Autre Queſtion ſur la Regle de Compagnie.

Un Commiſſaire des vivres n'a que 2150 rations pour diſtribuer par jour à quatre Régiments, & il leur en devroit fournir 3130 rations; on demande combien il doit fournir de rations à chaque Régiment, au prorata de la quantité qu'ils devroient avoir ſelon l'Ordonnance.

Il faut premiérement conſidérer le nombre de rations que chaque Régiment devroit avoir.

Le premier doit avoir	850 rations.
Le ſecond	750
Le troiſieme	700
Le quatrieme	830

Le nombre des rations eſt 3130; mais, comme il n'en a que 2150, il eſt queſtion de voir combien chaque Régiment doit avoir de rations, au lieu de la quantité ci-deſſus. Pour faire cette Regle, il faut dire comme à la Regle de Compagnie :

Si 3130 rations ſont réduites à 2150, à combien ſeront réduites les 850 rations du premier Régi-

ment, & ainſi des autres; faiſant les quatres Regles de Trois, comme à la Regle de Compagnie, il viendra:

Pour le premier Regiment	583 $\frac{271}{313}$	rations.
Pour le ſecond	515 $\frac{55}{313}$	
Pour le troiſieme	480 $\frac{260}{313}$	
Pour le quatrieme.	570 $\frac{40}{313}$	
Preuve	2150	rations.

Et d'autant que le nombre des rations qui ſe trouvent pour chaque Régiment, ne ſuffit pas pour donner à chaque Soldat ce qui lui eſt ordonné pour ſa ration, il faut diminuer le poids de ladite ration.

Pour faire cette Regle, il faut ſuppoſer que la ration eſt de 24 onces; pour la diminuer, on dira, par Regle de Trois:

Si 850 rations donnent 24 onces, combien les 583 $\frac{271}{313}$ rations du premier Régiment? faiſant la Regle de Trois, on trouvera au quotient 16 onces $\frac{152}{313}$ parties d'onces: il faut opérer de même pour les autres trois Régiments.

Autre Queſtion.

Trois Marchands Libraires ont entrepris l'impreſſion d'un Livre qui contient 200 feuilles, duquel ils veulent faire imprimer 1000 exemplaires; on demande combien chacun doit payer pour la quantité d'exemplaires qu'il veut avoir pour ſa part de ladite impreſſion.

On ſuppoſe que le premier veut avoir 500 exemplaires, le ſecond 300, & le troiſieme 200, pour ſavoir ce que chaque Aſſocié doit payer, il faut voir premiérement à combien ſe monte ſa dépenſe, dont le bordereau ſuit:

400 rames de papier à 4 l. la rame, valent	1600 l.
200 feuilles à 8 l. la feuille pour l'impreſſion	1600
Pour le Privilége, aſſemblage & autres frais	100
Dépenſe totale	3300 l.

Ayant trouvé que la dépenſe entiere de l'impreſſion dudit livre ſe monte à 3300 liv. pour ſavoir combien chacun doit payer à raiſon de la quantité d'exemplaires ou volumes qu'il en veut avoir, on fera trois Regles de Trois, diſant, pour trouver l'argent que doit payer le premier,

Si 1000 vol. valent 3300 combien 500 vol. qui eſt la part du premier : Rx. 1650 l.

Si 1000 vol, valent 3300 liv. combien 300 vol. qui eſt la part du ſecond : Rx. 990 l.

Si 1000 vol. valent 3300 liv. combien 200 vol. qui eſt la part du troiſieme : Rx. 660 l.

Preuve 3300 l.

Et ſi on veut ſavoir à combien revient chaque volume, il faut diviſer les 3300 liv. par 1000 vol. & il vindra 3 liv. 6 ſols pour la valeur de chaque volume.

Autre Regle de Compagnie pratiquée parmi les Financiers.

PLUSIEURS traitent avec le Roi pour une ferme de 1200000 livres, poſons le cas qu'ils ſoient cinq, & qu'ils aient financé chacun les ſommes qui ſuivent.

Le premier	200000
Le ſecond	400000
Le troiſieme	300000
Le quatrieme	240000
Le cinquieme	60000
Finance totale	1200000

On demande pour quelle partie de la livre de 20 ſols chacun ſera intéreſſé à ladite Ferme.

Pour faire cette Regle, il faut agir comme à la Regle de Compagnie ci-devant, poſant 1200000 l. Finance totale, aux premiers termes d'autant de Regles de Trois qu'il y a d'Aſſociés; aux ſeconds termes 20 ſols, & aux troiſiemes la finance particuliere de chaque Aſſocié; & faiſant l'opération, il viendra aux quatriemes termes ce que l'on cherche, comme il ſe voit ci-après.

Exemple pour celui qui a financé 200000 l.
Si 1200000 l. valent 20 ſ. combien 200000 ?

Ou par abréviation, en retranchant cinq zéros: Si 12 liv. valent 20 ſols, combien 2 liv.

Faiſant l'opération, il viendra 3 ſols 4 den. qui eſt $\frac{1}{6}$ de 20 ſ. & partant, on dira que le premier eſt intéreſſé au parti pour $\frac{1}{6}$.

On fera de même pour le ſecond, diſant:

Si 12 livres valent 20 ſols, combien 4 liv. & faiſant l'opération, il viendra 6 ſ. 8 den. qui eſt $\frac{1}{3}$, & ainſi on dira qu'il eſt d'un tiers au parti; ainſi du troiſieme, quatrieme & cinquieme, comme il ſe voit ci-après par la repréſentation des nombres que je répete.

Finances particulieres.		Parties de 20 ſols.		
Finance du premier	200000	liv. 3	ſols 4	d. ou $\frac{1}{6}$
du ſecond	400000	6	8	$\frac{1}{3}$
du troiſieme	300000	5		$\frac{1}{4}$
du quatrieme	240000	4		$\frac{1}{5}$
du cinquieme	60000	1		$\frac{1}{20}$
Finance totale	1200000	20 ſols.		

Ayant observé tout ce que ci-dessus, il se trouve que le premier, qui a financé 200000 liv. est pour $\frac{1}{6}$ au parti ; le second, à cause de sa finance, pour $\frac{1}{3}$; le troisieme pour $\frac{1}{4}$; le quatrieme pour $\frac{1}{5}$; le cinquieme pour $\frac{1}{20}$.

Il reste à voir ce qu'il faut observer pour partager le profit, s'il y en a.

Supposé, par exemple, qu'il y ait 600000 liv. de profit pour les Associés, si on veut savoir ce qui en appartient à chacun, à raison de la part qu'il a audit parti, comme si on veut savoir ce qui appartient au premier, qui est pour $\frac{1}{6}$.

Il faut tirer $\frac{1}{6}$ des 600000 liv.		il viendra	100000
pour le second	$\frac{1}{3}$	il viendra	200000
pour le troisieme	$\frac{1}{4}$	il viendra	150000
pour le quatrieme	$\frac{1}{5}$	il viendra	120000
pour le cinquieme	$\frac{1}{20}$	il viendra	30000
		Gain total	600000

Et si au lieu de gain, il y avoit de perte 600000 liv. alors il faudroit opérer de même façon que ci-dessus, en tirant le sixieme, le tiers, le quart des 600000 liv. &c.

Autre exemple.

Mais si la finance de chaque Associé étoit inconnue, & qu'il fût question de la trouver ; comme si quatre particuliers vouloient prendre une Ferme du Roi de 400000 liv. & que le premier y dût entrer pour $\frac{1}{2}$, le second pour $\frac{1}{4}$, le troisieme pour $\frac{1}{5}$, & le quatrieme pour $\frac{1}{20}$, on demande combien chacun doit financer à cette même raison.

Pour découvrir la finance de chaque Associé, comme celle du premier, qui est pour $\frac{1}{2}$ ou 10 s. à l'égard de 20 sols, il faut tirer la moitié de 400000 liv. qui est la finance totale ; il viendra 200000 liv. qu'il doit payer pour sa part.

Et pour avoir la finance du ſecond, il faut tirer le quart des mêmes 400000 liv. il viendra 100000 liv. pour ce qu'il doit payer; ainſi des autres comme il ſe voit par l'opération ci-deſſous.

400000 Finance totale.

10 ſols ou	$\frac{1}{2}$	200000	Finance du premier Aſſocié.
5 ſols ou	$\frac{1}{4}$	100000	Finance du ſecond.
4 ſols ou	$\frac{1}{5}$	80000	Finance du troiſieme.
1 ſol ou	$\frac{1}{20}$	20000	Finance du quatrieme.

Preuve 400000

Ayant ainſi tiré $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ & $\frac{1}{20}$ de la finance totale, ſi on ajoute les produits qui repréſentent les finances particulieres, on trouvera les mêmes 400000 liv. & c'eſt la preuve.

Il faut noter que ſi on veut, on ſe ſervira de 12 den. pour dénoter le pied de la finance, auſſi-bien que de 20 ſols, pourvu que les parties de tous les Aſſociés compoſent juſtement 20 ſ. ou 12 den. car ſi elles étoient exceſſives ou défectueuſes, il s'enſuivroit que la finance ſeroit auſſi exceſſive ou défectueuſe; ce qui ſeroit choſe abſurde.

Regle de Trois inverſe en nombres entiers.

DANS cette Regle, la miſe de chaque Aſſocié eſt conſidérée, & le temps auſſi; mais pour rendre égalité de la miſe & du temps en un ſeul nombre, il faut multiplier la miſe d'un chacun par ſon temps; puis ayant ajouté tous les produits, qui ont même force que ſi c'étoient des miſes en temps égal, on en poſera la ſomme totale au premier terme d'une Regle de Trois; au ſecond terme on poſera le gain, s'il y en a, ou la perte, & au troiſieme terme cha-

que produit particulier ; puis on fera autant de Regles de Trois qu'il y aura d'Associés, opérant au surplus comme la Regle de Compagnie simple, ci-devant expliquée, pour trouver le gain ou la perte de chaque Associé.

Exemple.

Trois ont fait Compagnie pour négocier, & ont gagné 132 livres, on demande le gain de chacun à raison de la mise & de son temps.

	* Mises particulieres. *		† Produit des temps & mises. †
Le premier a mis	240	pour 6 mois	1440
Le second	517	4	2068
Le troisieme	300	2	600
		Somme des produits	4108

Il faut multiplier les mises d'un chacun par son temps comme 240, mise du premier, par 6 mois ; ainsi des autres, dont il vient trois produits, desquels la somme totale est 4108, qu'il faut poser au premier terme d'autant de Regles de Trois qu'il y a d'Associés ; au second terme il faut poser 132 liv. qui est le gain total, & au troisieme le produit ou la mise de chaque Associé, & faisant les trois Regles de Trois ou plus, s'il y avoit davantage d'Associés, il viendra le gain de chacun, comme il se voit ci-après.

Remarque. Dans cet endroit je me contenterai de mettre les trois Regles de Trois en disposition, & d'en donner la réponse au bout, sans en faire l'opération, supposant que ceux qui viennent jusqu'aux Regles de Compagnie, ont la connoissance de la Regle de Trois, & qu'ainsi, s'ils ont la curiosité d'examiner le compte, ils se donneront la peine d'opérer la Regle ; on dira donc pour trouver le gain du premier :

	liv.	liv.	liv.	liv.	s.	d.	restes
Si 4108	gag. 132	comb. 1440	R.	46.	5.	4.	3968
Pour le second :							
Si 4108	132	2068	R.	66.	8.	11.	3964
Pour le troisieme :							
Si 4108	132	600	R.	19.	5.	7.	284

Somme des gains	131.	19.	10.	8216
Il manque				2. den.

Preuve 132 l. 00

8216

——— (2 den.

4108

L'Addition ci-dessus fait connoître que la Regle est bien faite ; c'est pourquoi il n'est pas besoin de donner d'autre explication pour la preuve, attendu que cette preuve n'est point différente de celle que j'ai expliquée pour la Regle de Compagnie simple.

Il faut remarquer qu'en toutes les Regles de Compagnie, soit que le temps finisse à un temps préfix, ou qu'il soit anticipé par un de la société, on soudra alors le compte ; & cela n'est autre chose que si le temps de la soude du compte étoit le temps préfix de l'association.

Autre Exemple.

Trois on fait compagnie ensemble pour 12 mois, & ont gagné 1000 liv. on demande le gain de chacun, à raison de la mise & de son temps.

A a mis 700 livres, dont il a retiré 150 liv. au bout de 7 mois.

B a mis 1500 livres, dont il a retiré 450 liv. au bout de 5 mois.

C a mis 400 livres, & 5 mois après, il a encore remis 350 liv.

Pour donner à chacun ce qui lui appartient du profit, à raiſon de ſa miſe & de ſon temps, il faut raiſonner pour chaque Aſſocié, comme il s'enſuit.

Multipliez les 700 livres que le premier a mis par 7 mois, il viendra 4900, qu'il faut mettre à part, parce que les 700 liv. ont profité durant les ſept premiers mois.

Enſuite il faut ôter les 150 liv. qu'il a retiré des mêmes 700 liv. il reſtera 550 liv. qui ont demeuré le reſte du temps, qui eſt 5 mois : multipliant donc 550 par 5, il viendra 2750, qu'il faut ajouter à 4900, & la ſomme ſera 7650 livres pour la miſe du premier.

Pour trouver la miſe du ſecond, il faut conſidérer qu'il a mis 1500 liv. qui ont profité durant 5 mois. Multipliez donc 1500 par 5, il viendra 7500, que l'on mettra à part ; & au bout de 5 mois il a retiré 450 liv. reſte donc 1050 liv. qui ont demeuré 7 mois dans la Société ; puis multipliant 1050 liv. par 7 il viendra 7350 liv. qu'il faut ajouter à 7500 ci-deſſus, & la ſomme ſera 14850 liv. pour la miſe du ſecond.

Enfin le troiſieme a mis 400 liv. qui ont demeuré 5 mois. Multipliez donc 400 par 5, il viendra 2000, qu'il faut garder à part. Au bout de 5 mois il a encore remis 350 liv. tellement qu'ajoutant les 400 liv. premiers avec les 350, la ſomme eſt 750 liv. qui ont profité durant les 7 derniers mois. Multipliant donc 750 par 7, il viendra 5250 ; puis ajoutant les 2000 trouvées ci devant, avec les 5250 ci-deſſus, le tout ſera 7250 livres pour la miſe du troiſieme.

Ayant obſervé tout ce qui eſt dit ci-deſſus, & trouvé la miſe de chaque Aſſocié ; ſavoir,

7650 liv. pour le premier.
14850 pour le ſecond.
7250 pour le troiſieme.

29750 liv. qui eſt la ſomme totale des miſes.

Pour trouver le gain de chaque Aſſocié, à proportion du gain du total, qui eſt 1000 liv. il faut faire trois Regles de Trois, comme il a été enſeigné dans les Regles de Compagnie ci-devant, à cauſe qu'il y a trois Aſſociés, poſant aux premiers termes la miſe totale qui eſt 29750 liv. aux deuxiemes 1000 liv. gain total, & aux troiſiemes les miſes particulieres de chaque Aſſocié.

Comme ſi on demandoit le gain du premier Aſſocié, duquel la miſe eſt 7650 liv. on dira :

Si 29750 liv. ont gagné 1000 l. combien 7650 l. Faiſant l'opération, il viendra au quatrieme terme, ce que l'on cherche pour le gain du premier. On obſervera le même ordre pour trouver le gain du ſecond, & de même pour trouver le gain du troiſieme.

Ceux qui ſeront curieux de voir la réponſe, ſe donneront la peine de faire les trois Regles de Trois, par le moyen deſquelles ils verront le profit de chaque Aſſocié.

Quiconque aura bien pris garde à mon explication, touchant les Regles de Compagnie uſitées ordinairement entre les Négociants, tant ſimples, ou en même-temps, qu'à divers temps, réſoudra aiſément celles qui lui ſeront propoſées de cette même ſorte.

Pour les Regles de Compagnie qui contiennent des circonſtances extraordinaires dans leur propoſition, & qui ſont plutôt de curioſité que de néceſſité; & pour donner envie aux curieux de pénétrer dans les nombres, afin d'en découvrir la beauté,

il s'en verra plusieurs dans le Questionnaire que j'espere donner à la fin de mon Livre, c'est pourquoi je n'en parlerai pas plus amplement en ce lieu.

On a vu ci-dessus de quelle maniere les Sieurs R. ** & B. *** ont critiqué la Regle d'escompte ; on va voir qu'ils n'ont pas mieux réussi en critiquant la Regle de Compagnie par temps.

On ne discutera point ici toutes les raisons des Sieurs Roslin, Lespart, Experts pour les comptes & calculs, Boulanger & Maget des Islettes ; ce dernier dit, qu'il n'a jamais vu pratiquer la Regle de Compagnie par temps. On se contentera seulement d'indiquer les Journaux de Verdun, pour que ceux qui voudront se donner la peine de les lire, sachent comment ces Messieurs vouloient bannir à jamais la Regle de Compagnie par temps de tous les Livres d'Arithmétique comme inutile, impraticable, usuraire ; il faut néanmoins en excepter M. Boulanger, qui s'opposa au banniſſement, mais toujours praticable dans le sens de M. le Gendre.

Il ne faut pas oublier M. de la Barre, qui dirigeoit les Mémoires des ennemis de la Regle en question. Le sieur Faure lui en fit des reproches, de même que sur sa partialité ; aussi eut-on soin de dire dans le Journal de Février 1738, page 108, qu'il faut écouter M. Roslin qui se défend lui-même.

Voici les Journaux qui condamnent la Méthode de Messieurs le Gendre, Bareſme, le P. Prestet, le Pere Renaud, &c. c'est-à-dire, tous les Auteurs qui ont traité de cette Regle.

Journaux de Verdun, Septembre 1736, page 185, Février, page 107, Avril, page 256, & Mai 1738, page 343.

Voici ceux où sont insérés les Mémoires du sieur

sieur Faure, pour la défense de ladite Regle; Décembre 1737, page 427; Mars, page 189; Août, page 157, & Septembre 1738, page 236.

Pour prouver que la Regle de Compagnie par temps ne doit point être bannie des Livres d'Arithmétique, on va former ici deux demandes avec leurs réponses & leurs objections.

Premiere Demande.

On demande, s'il n'y a jamais eu de Compagnie par temps en France : il me semble qu'on entend déjà les Adversaires de cette Regle dire : Non.

On répond que les Rentes sur l'Hôtel-de-Ville de Paris, sur le Bazacle, Moulin sur la Garonne, à Toulouse, la Compagnie des Indes, les emprunts du Clergé de France & ceux des Communautés de Paris, sont des Compagnies par temps, où tous les Etats du Royaume reçoivent chacun selon sa mise & son temps.

Opération.

Mais, diront les Adversaires de la Compagnie par temps, on ne retire pas sa mise quand on veut. Cela est vrai, généralement parlant; cependant on fait des remboursements à l'Hôtel-de-Ville de Paris, depuis vingt-quatre à vingt-cinq ans, soit en Loteries, ou par d'autres voies que tout Paris connoît. On peut encore vendre son contrat; les Dioceses de Clermont-en-Auvergne, & de Poitiers, font des remboursements depuis trois à quatre ans. (Nous sommes en 1759.) Il y a des Communautés à Paris qui font des remboursements, quand il y a de l'argent dans leurs coffres. On peut encore être remboursé de ses Actions sur la Compagnie des Indes fort facilement, en vendant ses Actions & dixiemes d'Actions; quelquefois même on y gagne. On a donc des Compagnies par temps en France.

Seconde Demande.

On demande s'il y a usure à mettre son argent en

rente sur la Ville, au Moulin de Bazacle, à la Compagnie des Indes, de prêter de l'argent au Clergé, & aux Communautés de Paris.

Réponse. On a consulté des Docteurs, qui ont dit, qu'il n'y avoit point usure, lorsque le Roi l'avoit permis, & fixé le dernier.

Il s'agit à présent de voir si on peut appliquer la méthode de la Regle de Compagnie par temps, sur les rentes de l'Hôtel-de-Ville, pour en démêler les intérêts qui soient confondus entre plusieurs Particuliers. Pour cet effet on forme la Regle suivante.

Un particulier étant chargé de recevoir les rentes de Masion, Saurin & Crommelin, ce particulier étant mort, on a trouvé un billet, par lequel il est dit, que 400 livres comprennent l'intérêt de trois mois au principal de 4000 liv. appartenant à Masion, l'intérêt de six mois au principal de 5000 liv. appartenant à Saurin, & l'intérêt de neuf mois au principal de 6000 liv. appartenant à Crommelin. On demande ce que doivent avoir Masion, Saurin & Crommelin, eu égard à leur temps & à leur mise.

Il faut multiplier 4000 liv. de Masion par trois mois, il viendra 12000 livres; 5000 liv de Saurin par 6 mois, on aura 30000 liv. & 6000 livres de Crommelin par 9 mois, on aura 54000 livres; ces trois principaux multipliés par leurs mises, étant ajoutés ensemble, font 96000 livres, qu'il faut poser pour premier terme de trois Regles de Trois; le gain 400 livres sera le deuxieme, & les mises multipliées par leur temps seront le troisieme, comme on voit ci-après.

Si 96000 gag. 400 l. comb. 12000. R. 50 l.
Si 96000 gag. 400 l. comb. 30000. R. 125 l.
Si 96000 gag. 400 l. comb. 54000. R. 225 l.

Ayant fait les trois Regles, il est venu pour Ma-

ſion 50 livres, pour Saurin 125 livres, & pour Crommelin 225 livres. Voici comme on doit raiſonner, pour ſavoir ſi Maſion, Saurin & Crommelin retirent ſûrement chacun ce qui leur doit revenir ſur les 400 liv.

On dit, ſi Maſion retire 50 livres pour 3 mois, c'eſt 200 liv. par an, par conſéquent il faut diviſer 4000 livres par 200, on aura 20 au quotient, c'eſt-à-dire, que ſes 4000 liv. lui ont porté intérêt au denier 20.

Si l'argent du premier a profité au denier 20, celui des autres a dû profiter au même denier 5000 liv. au denier 20 donnent 250 livres par an ; mais comme 5000 n'ont été que ſix mois, il faut prendre la moitié de 250, qui eſt 125, pour la part de Saurin ; on dira encore 6000 livres de Crommelin doivent rapporter 300 livres par an, & comme ſon argent n'a reſté que neuf mois, qui eſt les trois quarts de l'année, il doit avoir les trois quarts de 300 livres, qui font 225. On voit par l'opération qu'on vient de faire, que l'argent des trois aſſociés a profité au même denier. La Regle de Compagnie par temps n'eſt donc pas impraticable, uſuraire, ni inutile. Voilà ce que M. Roſlin & ſes Adverſaires n'ont point compris.

De ce qui vient d'être dit, on conclut qu'on peut pratiquer la Regle de Compagnie par temps entre Négociants & autres, & même on doit la préférer, lorſqu'on fait une Société pour acheter une ſeule fois une certaine quantité de marchandiſes, & qu'à meſure qu'on les vend, l'argent reſte dans la caiſſe juſqu'à la fin de la Société ; alors il eſt plus avantageux aux Aſſociés de rembourſer ceux qui ſont preſſés d'argent, lorſqu'il y en a dans la caiſſe, que de ne le pas faire ; leur argent profite ailleurs, ſans faire tort à ceux qui ne retirent pas le leur, comme on le verra ci-après.

Voici l'énoncé de M. Roſlin inſéré dans le Journal de Verdun, Septembre 1736, page 185.

» Trois, dit-il, on fait Compagnie, le premier » Janvier 1729, pour acheter des marchandiſes : Maſion a mis 4000 livres pour trois mois, diſant » qu'il auroit droit de retirer au bout de ce temps ; » ce qu'il a fait. Saurin a mis 5000 livres pendant » ſix mois ; Crommelin a mis 6000 livres qui ont » été ſous le Commis de la Compagnie, pendant neuf » mois. Il y a 9000 livres de gain pour les neuf » mois ; il ajoute ſuivant ſon compte, que cela » fait 3000 liv. tous les trois mois : On demande la » part de chaque, à proportion de ſon temps & de ſa » miſe.

» Il eſt évident, dit-il encore, que lorſqu'il y a » trois mois d'expirés, Maſion qui n'a mis que pour » ce temps, doit dire pour ſe faire rendre juſtice, » voyons le gain ou la perte, car mon temps eſt fi- » ni ; faites mon compte.... Et plus bas il fait trois » Regles de Trois en cette ſorte :

» Si 15000 liv. 3000 liv. 4000 liv. R. 800
» Si 15000 liv. 3000 liv. 5000 liv. R. 1636 $\frac{8}{11}$
» Si 15000 liv. 3000 liv. 6000 liv. R. 3000

» Nous voyons, dit-il, que Maſion doit avoir » 800 livres pour ſes trois mois, & qu'il ſe retire. «

Voici Maſion qui parle à M. Roſlin, & qui lui dit : Ce n'eſt pas-là mon compte, nous avons gagné 3000 livres en trois mois ; c'eſt pour moi 800 liv. cela eſt vrai, je ne veux point retirer ma miſe à ce prix-là, j'entends partager avec la même proportion, tant dans l'argent qui eſt dans la caiſſe, que dans les marchandiſes qui ne ſont pas vendues, nous ſommes à temps égal, ainſi nous partagerons tous à proportion de nos miſes. Lorſque je me ſuis aſſocié, j'ai entendu partager à proportion de ma miſe

& de mon temps sur tout le gain ou la perte : mes marchandises seront vendues aussi-bien que les vôtres; faisons un bilan général tout à-l'heure. On demande à M. Roslin, si ce n'est pas la justice que Masion demande. Si Masion avoit acheté des marchandises pour ses 4000 livres, il auroit gagné 2400 livres, pendant que M. Roslin ne lui donne que 800 liv.

Or, pour ne commettre point d'injustice, il faut dire par Regle de Trois, après avoir multiplié chacun par son temps:

Si 96000 gag. 9000 comb. 12000. R. 1125
Si 96000 gag. 9000 comb. 30000. R. 2812 $\frac{1}{2}$
Si 96000 gag. 9000 comb. 54000. R. 5062 $\frac{1}{2}$

Pour prouver que les Associés gagnent dans la même proportion que les rentes de la Ville, on fait la Regle suivante.

Si 400 livres donnent 50 livres pour Masion, combien 9000 liv. lui donneront-ils R. 1125.

Si 400 livres donnent 125 livres pour Saurin, combien 9000 livres lui donneront-ils. R. 2812 $\frac{1}{2}$.

Si 400 livres donnent 225 liv. pour Crommelin, combien 9000 liv. lui donneront-ils. R. 5062 $\frac{1}{2}$.

Voilà, sans injustice, ce que chaque Associé doit avoir pour sa part, & non 800 liv. pour Masion, que lui donne M. Roslin.

Pour finir la défense de la Regle de Compagnie par temps, on va faire la même question à temps égal. Alors mettant ensemble les mises 4000 liv. 5000 liv. & 6000 livres, on a 15000 liv. pour premier terme de chaque Regle de Trois, le gain 9000 liv. au second, & la mise de chaque particulier au troisieme.

Si 15000 gag. 9000 comb. 4000. R. 2400.
Si 15000 gag. 9000 comb. 5000. R. 3000.
Si 15000 gag. 9000 comb. 6000. R. 3600.

On a dit plus haut qu'il étoit avantageux au bout de trois ou de ſix mois, de rembourſer, lorſqu'il y a de l'argent dans la caiſſe. Crommelin ſert ici d'exemple : au lieu de 5062 ½ livres, il n'a que 3600 livres, & Maſion, au lieu de 1125 livres, a 2400 liv.

On croit en avoir aſſez dit pour faire revenir M. Roſlin de ſon erreur ; quand il voudra, on lui fournira encore d'autree preuves.

Il ne reſte plus qu'à faire connoître la raiſon par laquelle on doit multiplier la miſe par le temps, pour réſoudre les Regles de Compagnie par temps.

Quand on multiplie la miſe par le temps, le produit qui en réſulte gagne autant dans un mois que celui qu'on a multiplié gagne pendant ſon temps.

Exemple.

Si 4000 livres gagnent une ſomme au denier 20 pendant trois mois, 12000 livres, qui eſt le produit de 4000 liv. par trois mois, gagneront autant au même denier pendant un mois : 4000liv. au denier 20 gagnent 200 liv. par an, pour trois mois c'eſt 50 liv. 12000liv. au même denier gagnent 600 liv. par an, pour un mois c'eſt 50 liv.

Si 5000 livres au denier 20 gagnent en ſix mois 125 livres, 30000 liv. qui eſt le produit de 5000 liv. multipliés par 6 mois, gagnent autant en un mois : 30000 au denier 20 gagnent 1500 liv. par an, donc pour un mois c'eſt 125 liv.

Si on multiplie encore 6000 liv. par 9 mois, on aura au produit 54000 liv. qui gagneront autant en

un mois, que 6000 liv. en 9 mois, l'un & l'autre au même denier 20.

Ce qui prouve que Masion ayant mis 4000 liv. pour 3 mois, c'est comme s'il avoit mis 12000 liv. pour un mois.

Saurin ayant mis 5000 liv. pour six mois, c'est comme s'il avoit mis 30000 liv. pour un mois.

Et enfin Crommelin ayant mis 6000 liv. pour neuf mois, c'est comme s'il avoit mis 54000 livres pour un mois.

On voit par ce dernier raisonnement que le temps étant égal pour les trois Associés, on doit dire :

Si 96000 mises de trois Associés gagnent 9000 liv. combien 12000, mise de Masion. R. 1125 liv. ainsi des autres.

DU MARC OU SOL LA LIVRE, ET DE SON USAGE.

Pour le département des Tailles, Subsistances, Décimes, ou autres deniers à imposer, ou à diminuer ; comme aussi pour faire une discussion de banqueroute.

POUR imposer une somme de deniers au marc la livre à plusieurs proportionnellement, il faut premiérement chercher ce que doit porter une livre à l'égard de la somme qui est à imposer, ou diminuer ; ce qui se fait par une Regle de Trois, posant au premier terme la somme principale sur laquelle on veut imposer ; au second terme la som-

me à impoſer ; & au troiſieme une livre, ou 20 ſols ; & faiſant la Regle de Trois ſelon ſon précepte, il viendra au quatrieme terme ce que doit porter une livre.

Par exemple, ſuppoſé qu'il ait été ordonné au Conſeil du Roi qu'il ſera levé l'année préſente la ſomme de 1200000 liv. d'augmentation plus que l'année paſſée ſur ſes Sujets contribuables au Tailles, on demande combien chacun doit payer de cette recrue, au prorata de ce qu'il a payé la derniere année.

Il faut premiérement diſtribuer ladite ſomme de 1200000 liv. à toutes les Généralités du Royaume, la part de chaque Généralité à ſes Elections, la part de chaque Election a ſes Paroiſſes, & la part de chaque Paroiſſe aux habitants d'icelle.

Pour faire cette Regle, il faut mettre en ordre d'addition les ſommes que chaque Généralité a payées l'année derniere, dont je ſuppoſe la ſomme totale être 9600000, puis dire :

Si 9600000, qui eſt la ſomme principale, portent 1200000 de recrue, combien portera 1 livre ou 20 ſols ? Faiſant la Regle, on trouvera 2 ſols 6 deniers pour livre.

Pour preuve, multipliez 9600000 liv. par 2 ſols 6 den. qui eſt $\frac{1}{8}$ de 20 ſols, il viendra 1200000 liv. qui eſt la recrue.

Et ainſi on voit que 2 ſols 6 deniers eſt le pied ſur lequel on doit faire l'impoſition des 1200000 l. ſur chaque Généralité.

Par exemple, ſi la Généralité de Paris avoit payé l'année derniere 1500000 l. pour ſa taxe, on demande ce qu'elle doit payer de cette recrue : il faut tirer le huitieme de 1500000 l. à cauſe des 2 ſols 6 deniers pour livre, il viendra 187500 livres pour ſa part de ladite recrue.

Il faut faire le même pour trouver la taxe de tou-

tes les autres Généralites ; puis faisant addition de toutes les taxes particulieres, la somme totale d'icelles doit être égale à la recrue. Je laisse à la discrétion du Lecteur d'établir les sommes de chaque Généralité, desquelles est composée la somme principale, qui est 9600000 liv. ci-dessus.

Si la somme à imposer de nouveau étoit toujours quelque partie réguliere de la somme principale sur laquelle on la veut imposer ; savoir, la quatrieme partie, la cinquieme, la sixieme, la huitieme, la douzieme, la seizieme, &c. comme dans l'exemple ci dessus, ou la recrue, qui est 1200000 livres, est la huitieme partie de 9600000 livres, somme principale, en ce cas, il n'y a qu'à tirer cette même partie ; savoir, le huitieme de toutes les taxes particulieres l'une après l'autre, comme il se voit dans l'exemple ci-après, dont je ferai l'opération entiere.

Exemple d'un Département d'une Généralité sur ses Elections.

Supposé qu'une Généralité composée de huit Elections paya l'année derniere 695844 livres pour somme principale, & que l'on lui envoie une recrue de 57987 livres, on demande combien chaque Election doit payer pour sa part de cette recrue.

Taxes particulieres des Elections.

La premiere Election a payé	96000 liv.
La deuxieme	87566
La troisieme	56789
La quatrieme	107567
La cinquieme	96000
La sixieme	87566
La septieme	56789
La huitieme	107567
Somme principale	695844

Ayant fait l'Addition ci-dessus, si on veut trouver ce que chaque Election doit porter pour sa part de la recrue, il faut dire par Regle de Trois,

Si 695844 liv. portent 57987 liv. combien 20 sols ?

20 sols.

1159740

463896

~~1159740~~ (1 sol ~~5566752~~ (8 den.

~~695844~~ ~~695844~~

R. 1 sol 8 den. pour la valeur de la livre, ou 20 sols, qui est le pied sur lequel on doit se régler pour faire la distribution ou répartiment.

Pour preuve que le pied ci-dessus est bon, il faut multiplier 695844 livres, somme principale, par 1 sol 8 deniers, en tirant le douzieme; parce que 1 sol 8 deniers est la douzieme partie de 20 sols, il viendra 57987 liv. qui est la recrue & la preuve.

Maintenant si on veut trouver ce que chaque Election doit porter de la recrue ci-dessus, qui est 57987 livres.

Il faut multiplier la taxe particuliere de chaque Election par 1 ſol 8 den. en tirant le douzieme de ladite taxe, comme ci-deſſus, & ce qui viendra au produit ſera la part de la recrue de chaque Election, comme il ſe voit ci-deſſous par l'opération de la Regle entiere.

Opération entiere de la Regle.

Elections.	Taxes anciennes.		Taxes de la recrue.		
1	*96000	eſt	8000 liv.		
2	87566	eſt	7297	3 ſols	4 d.
3	56789	eſt	4732	8	4
4 Le douzie-	107567	eſt	8963	18	4
5 me de *	96000	eſt	8000		
6	87566	eſt	7297	3	4
7	56789	eſt	4732	8	4
8	107567	eſt	8963	18	4

Somme prin. 695844 recrue 57987 liv.

Remarque. Mais ſi la ſomme à impoſer n'eſt pas juſtement une partie réguliere de 20 ſols à l'égard de la ſomme principale ſur laquelle on veut faire l'impoſition ; comme ſi on vouloit impoſer 42793 livres 16 ſols 8 deniers ſur une Election qui payoit l'année derniere 256788 livres, & que l'on voulût ſavoir ce qu'elle doit payer pour ſa part de cette nouvelle impoſition, pour trouver le poids de la livre, il faut dire comme ci-devant par Regle de Trois :

Si 256788 liv. portent de recrue 42793 liv. 16 ſols 8 deniers, combien 20 ſols ?

Opérations.

Si 256788 liv. 42793 liv. 16 ſ. 8. d. combien 20 ſ.
20

855876 ſols 8 den.

85512 par 12 — 255788

~~855876~~ (3 ſols — ~~1026152~~ (3 den.

~~256788~~ — ~~256788~~

Ayant fait l'opération, il eſt venu 3 ſols 3 den. pour livre, & reſte 255788 den. qui ne ſe peuvent diviſer.

Mais d'autant qu'il ne faut pas négliger ce reſte qui eſt une fraction de deniers fort approchante de l'entier, attendu que le reſte ſuſdit n'eſt différent du diviſeur que de 1000 deniers, qui valent 4 livres 3 ſols 4 den. il faut prendre le reſte pour 1 denier, partant ſi l'on impoſe ſur le pied de 3 ſols 4 deniers pour livre, on impoſera 4 liv. 3 ſols 4 deniers plus que ladite recrue, leſquelles 4 livres 3 ſols 4 deniers ne ſont pas conſidérables, d'autant qu'il eſt facile d'ôter à l'œil ces 4 livres 3 ſols 4 deniers ſur toutes les Elections à proportion de leurs taxes, pour faire la balance du compte de la recrue; au lieu que ſi on impoſoit ſur un moindre pied, comme ſur 3 ſols 3 den. $\frac{3}{4}$ & $\frac{1}{2}$, le compte ne ſe trouveroit pas aſſez fort; ou ſi on impoſoit préciſément ſelon la fraction de denier, l'opération en ſeroit trop pénible; c'eſt pourquoi il faut chercher le pied le plus approchant de l'entier que l'on peut, & ſuppléer ou ajouter le manque au produit de la Multiplication, ou diminuer à l'œil ſur chaque contribuable ce qui ſe trouvera de plus, en prenant un denier entier au lieu d'une fraction.

Preuve.

Pour preuve que l'impoſition ſera trop forte de 4 livres 3 ſols 4 deniers, ſi l'on impoſe ſur ledit pied de 3 ſols 4 deniers pour livre, multipliez la ſomme principale, qui eſt 256788 livres, en tirant le ſixieme, parce que 3 ſols 4 deniers eſt le ſixieme de 20 ſols, il viendra 42798 livres, il ne devoit venir que 42793 liv. 16 ſols 8 den.

Et ſi, au contraire, on multiplie la même ſomme principale par 3 ſols 3 deniers $\frac{3}{4}$ & $\frac{1}{2}$, il viendra ſeulement 42664 livres 5 ſols 1 denier $\frac{1}{2}$, & il devroit venir 42793 livres 16 ſols 8 deniers, partant il viendra 129 livres 11 ſ. 6 deniers $\frac{1}{2}$ moins que la recrue, comme il ſe voit par les opérations ſuivantes.

256788 liv. à multip. par 3 ſols 4 den.		256788 liv. par 3 ſols 3 $\frac{3}{4}$ & $\frac{1}{2}$		
$\frac{1}{6}$ 42798 liv.		25678 liv.	16 ſols.	
il faut ôter 4 l. 3 ſ. 4 d.		12839	8	
		3209	17	
reſte 42793 l. 16 ſ. 8 d.	pour $\frac{1}{2}$	534	19 ſ.	6 d.
	pour $\frac{1}{3}$	267	9	9
	pour $\frac{1}{8}$	133	14	10 $\frac{1}{2}$
		42664 liv.	5	1 $\frac{1}{2}$

Mais ſi je veux encore tirer la moitié du produit du $\frac{1}{8}$, & encore la moitié de la moitié ; & ainſi tant que je voudrai de partie de partie, je trouverai mon compte fort approchant de la recrue, peu plus ou moins, pour faire quelque impoſition que ce ſoit, de grandes ſommes ou petites.

Ce que deſſus étant bien entendu, & le pied de l'impoſition étant aſſuré pour ce que chaque livre doit porter par la preuve que j'en viens de faire à plus ou à moins, ſi on veut donner à chaque Elec-

tion ce qu'elle doit porter de la recrue, on multipliera sa taxe derniere par le pied trouvé ; & toutes les multiplications étant faites, il faut faire addition de tous les produits qui représentent les taxes nouvelles de la recrue, la somme d'iceux doit être égale à la recrue, mais plus ou moins quelque chose, selon le pied plus fort ou plus foible que l'on aura trouvé & établi pour la valeur de chaque livre, observant, pour faire quadrer le compte, de rejeter s'il se trouve plus, ou d'ajouter s'il se trouve moins, comme je l'ai enseigné ci-devant.

Tout ce que dessus se doit entendre quant à l'usage de Messieurs les Commis des Intendants des Finances, qui n'ont à répartir une recrue que d'une Généralité sur ses Elections, lesquelles peuvent être au nombre de 12, 14, 16, 18, 20, &c. c'est pourquoi ayant trouvé un pied pour livre plus fort ou plus foible de peu de chose, il ne faut que multiplier la taxe derniere de cette Election par la valeur de la livre, & ajoutant les produits de toutes les multiplications, la somme des produits est la recrue plus ou moins peu de chose, qu'il faut ôter ou ajouter, comme il a été enseigné.

Cela supposé entendu, s'il est question d'imposer ensuite la part de la recrue de chaque Election sur ses Paroisses, qui seront peut-être au nombre de 130, ou plus ou moins, s'il y échet, ou même d'une Paroisse sur ses Habitants, qui seront peut être aussi 150, ou plus ou moins, alors il est nécessaire de trouver ce que doit porter une livre, comme ci-dessus, même 1 sol, comme aussi 1 den. lequel pied doit être juste, ni trop fort, ni trop foible, afin de pouvoir sur icelui dresser un Tarif exact, par le moyen duquel, sans faire aucune multiplication, on pourra recueillir les parties proportionnelles, qui, étant ajoutées, donneront la somme que chaque contribua-

ble doit payer pour sa part de la recrue. C'est de quoi il sera parlé ci-après.

De la maniere de dresser un Tarif, & de son usage.

LE Tarif sert à départir une somme de deniers proportionnellement à une grande quantité d'autres sommes.

Comme si on disoit : Une Election payoit l'année derniere 216000 livres de Tailles, & le Roi ayant ordonné qu'il seroit levé une somme de deniers sur les contribuables aux Tailles, il se trouve que cette Election est taxée, par sa commission, à 25920 liv. pour sa part de la recrue, il est question de dresser une Table proportionnelle que l'on appelle Tarif, pour faire la distribution de cette recrue aux Paroisses de ladite Election, & de la recrue des Paroisses aux Habitants d'icelles.

Avertissement.

Quoique dans la somme principale & dans la recrue ci-dessus dont il est question, il n'y ait point de sols ni de deniers, néanmoins il ne faut pas laisser d'établir la valeur d'un denier dans la Table dudit Tarif que l'on veut dresser, parce qu'il peut arriver qu'il y aura des sols & deniers aux sommes particulieres dont cette somme principale, ou telle autre que l'on voudra proposer, sera composée.

Pour donc commencer à dresser le Tarif, il faut poser tous les deniers depuis 1 jusqu'à 11, & les sols depuis 1 jusqu'à 10, négligeant les autres jusqu'à 19, parce qu'ils sont compris depuis 1 jusqu'à 10.

Il faut auſſi poſer les livres depuis 1 juſqu'à 10, puis écrire 20, 30, 40, &c. les autres nombres de ſuite juſqu'à 100, & conſécutivement 200, 300, 400, &c. juſqu'à 1000, puis 2000, 3000, &c. juſqu'à 10000; enfin 20000, 30000, &c. juſqu'au plus grand nombre qu'il ſera beſoin.

Cela étant fait, il faut poſer au-devant de chaque nombre ſa partie proportionnelle ; par exemple, à l'égard d'un denier, d'un ſol, d'une livre, de 100 livres.

Mais il faut remarquer que c'eſt à celui qui dreſſe le Tarif, de juger par quelle partie il doit commencer ; par exemple, s'il y a des livres, ſols & deniers aux ſommes particulieres, il faut commencer par la partie proportionnelle de 1 denier, & enſuite par celle d'un ſol, & après par celle d'une livre.

Et d'autant que d'ordinaire, quand il y a pluſieurs ſommes ſur leſquelles on veut impoſer, comme les ſommes des Paroiſſes d'une Election, & celles des Habitants d'une Paroiſſe, il y en a quelques-unes compoſées de livres, ſols & deniers, par cette raiſon j'eſtime, ſi l'on veut faire le département tout juſte, qu'il faut commencer à établir premiérement la valeur d'un denier, qui ne peut être qu'une fraction, & poſer cette fraction au-devant d'un denier ; comme dans l'exemple ci-deſſus, où la partie proportionnelle d'un denier eſt $\frac{25920}{216000}$ livres, ou par réduction à plus petits nombres $\frac{3}{25}$, d'autant qu'il faut toujours éviter d'opérer par de grandes fractions, quand on en peut trouver de petites qui faſſent la même valeur ; on poſera donc $\frac{3}{25}$ vis-à-vis d'un denier.

Et pour avoir la partie proportionnelle de 2 den. il faut doubler $\frac{3}{25}$, il viendra $\frac{6}{25}$, que l'on poſera vis-à-vis de 2 deniers, & vis-à-vis de 3 den. on poſera $\frac{9}{25}$, & ainſi en continuant juſqu'à 1 ſol, où il ſe

trouve $\frac{36}{25}$, qui valent 1 den. & $\frac{11}{25}$ que l'on posera au-devant d'un sol.

Au-devant de 2 sols, on posera le double; savoir, 2 deniers & $\frac{22}{25}$; au-devant de 3 sols, le triple de la valeur d'un sol, & ainsi de suite jusqu'à 10 sols, ou jusqu'à 20 sols, qui sont 1 livre, si l'on veut, parce que le double de 10 sols donne la valeur de 20 sols; savoir, 2 sols 4 deniers $\frac{4}{5}$, que l'on posera vis-à-d'une livre.

Pour 2 livres on doublera 2 sols 4 den. $\frac{4}{5}$, il viendra 4 sols 9 deniers $\frac{3}{5}$, & ainsi de suite jusqu'à 10 liv. & de 10 liv. jusqu'à 100 liv. & de 100 liv. jusqu'à 1000 liv. & de 1000 liv. jusqu'à 10000 liv. & de 10000 liv. jusqu'à 100000 livres, ainsi de suite jusqu'à plus grand nombre, s'il est besoin, comme il se voit par l'opération du Tarif, dans la page qui suit.

Preuve du Tarif.

Pour prouver que le Tarif est bien dressé, il faut poser la somme principale à la fin du Tarif, & ayant recueilli les parties proportionnelles de la somme principale, qui est 216000 livres, & icelles posées au-devant, la somme desdites parties proportionnelles doit être égale à la recrue qui est 26920 livres.

Quoique dans les parties proportionnelles de la somme principale dont il est question, il ne se trouve point de sols, ni de deniers, ni même aucune fraction de deniers, néanmoins il se peut faire qu'il y en aura dans les sommes particulieres desquelles elle est composée; c'est pourquoi il est à propos de dresser le Tarif, en commençant par la valeur d'un denier, comme étant le chemin le plus assuré pour faire son imposition toute juste.

Table du Tarif.

Principal.	Parties proportionnelles.	Principal.	Parties proportionnelles.
1 den. porte	0 den. $\frac{3}{25}$	5 l. porte	12 sols 0
2	$\frac{6}{25}$	6	14 4 $\frac{4}{5}$
3	$\frac{9}{25}$	7	16 9 $\frac{3}{5}$ $\frac{2}{5}$
4	$\frac{12}{25}$	8	19 2 $\frac{1}{5}$
5	$\frac{15}{25}$	9	1 liv. 1 7 $\frac{1}{5}$
6	$\frac{18}{25}$	10	1 l. 4 l.
7	$\frac{21}{25}$	20	2 8
8	$\frac{24}{25}$	30	3 12
9	1 den. $\frac{2}{25}$	40	4 16
10	1 $\frac{5}{25}$	50	6
11	1 $\frac{8}{25}$	60	7 4
1 sol porte	1 den. $\frac{11}{25}$	70	8 8
2	2 $\frac{22}{25}$	80	9 12
3	4 $\frac{8}{25}$	90	10 16
4	5 $\frac{19}{25}$	100	12
5	7 $\frac{5}{25}$	200	24
6	8 $\frac{16}{25}$	300	36
7	10 $\frac{2}{25}$	400	48
8	11 $\frac{13}{25}$	500	60
9	1 sol. 0 $\frac{24}{25}$	600	72
10	1 2 $\frac{2}{5}$	700	84
1 liv.	2 4 $\frac{4}{5}$	800	96
2	4 9 $\frac{3}{5}$	900	108
3	7 2 $\frac{2}{5}$	1000	120
4	9 7 $\frac{2}{5}$	2000	140

Principal.	Parties proportionelles.
3000	360
4000	480
5000	600
6000	720
7000	840
8000	960
9000	1080
10000	1200
20000	2400
30000	3600
40000	4800
50000	6000
60000	7200
70000	8400
80000	9600
90000	10800
100000	12000
200000 l. porte	24000
10000	1200
6000	720
216000	25920

On voit que les parties proportionnelles de la somme principale rapportent juste la recrue, & c'est la preuve *.

* Ayant ainsi dressé la Table du Tarif, si on veut savoir combien une Paroisse qui payoit l'année derniere 1568 liv. 16 s. 8 den. doit payer cette année pour sa part de la recrue proposée.

Il faut prendre les parties proportionnelles qui sont à l'endroit de 1000, de 500, de 60 & de 8 liv. & encore vis-à-vis de 10 sols, de 6 sols, & de 8 deniers, comme il se voit par l'opération ci-après, & ajoutant lesdites parties proportionnelles en une somme, ce qui viendra sera la taxe de la Paroisse susdite; & ainsi se trouveront les taxes des autres Paroisses.

1568 liv. 16 ſ. 8 d.			Taxes de ladite Paroiſſe.			
1000 liv.	portent		120 liv.			
500			60			
60			7	4 ſols		
8			0	19	2 d.	$\frac{10}{25}$
	10 ſols		0	1	2	$\frac{10}{25}$
	6		0	0	8	$\frac{16}{25}$
		8 d.	0	0	0	$\frac{24}{25}$
1568 liv.	16 ſ.	8 d.	188 liv.	5 ſols	2 d.	$\frac{10}{25}$

Ayant recueilli les parties proportionnelles de la ſomme principale ſelon l'ordre du Tarif, comme ci-deſſus, il ſe trouve qu'une Paroiſſe qui payoit l'année derniere la ſomme de 1568 liv. 16 ſols 8 den. paiera 188 liv. 5 ſols 2 den. $\frac{10}{25}$ pour la préſente recrue, ainſi des autres.

Voilà la maniere d'impoſer une grande ſomme ſur pluſieurs autres, & c'eſt à quoi Meſſieurs les Officiers de chaque Election doivent bien prendre garde, quand ils voudront aſſeoir les Tailles ſur les Paroiſſes de leur Election, lorſqu'il y a recrue ou diminution; car ſi les Tailles étoient toujours en même état, on n'auroit qu'à ſe ſervir des anciens rôles.

Département des Décimes.

Il n'y a point de différence du département des décimes au département des Tailles, quant à l'impoſition de quelque nouvelle levée de deniers, ſinon qu'en matiere de Tailles, au lieu de dire impoſer de la Généralité ſur les Elections, des Elections ſur les Paroiſſes, & des Paroiſſes ſur les Habitants: à l'égard des décimes, on diſtribue la levée nouvelle par Province, de chaque Province aux Dioceſes d'icelle, & des Dioceſes aux Bénéficiers contribuables; c'eſt pourquoi je me contenterai de ce que je viens de dire ſur ce ſujet.

Si au contraire le Roi ordonnoit une décharge sur ses Sujets au lieu d'une recrue, il faudroit opérer de même façon, pour trouver la diminution de chaque contribuable, soit en matiere de tailles ou de décimes, & l'ôter de la taxe de l'année derniere, au lieu qu'il y faut ajouter, en maniere d'augmentation, ou recrue.

Discussion de Banqueroute.

Comme d'ordinaire, quand il se fait une banqueroute, il y a quantité de créanciers qui y sont intéressés, ainsi, s'il est question de partager au marc ou sol la livre, quelques effets que l'on a trouvés appartenants à celui qui a fait faillite; par exemple, si quelqu'un avoit fait banqueroute de 216000 liv. & que ses effets ne fussent estimés qu'à 45920 liv. on demande comment il faudroit faire pour donner à chaque créancier sa part desdits effets proportionnellement à ce qui lui est dû. Il faut dresser aussi un Tarif comme celui ci-devant pour l'imposition des tailles, par le moyen duquel on pourra donner justement à chaque créancier ce qui lui appartient desdits effets, montants à 45920 liv. tout ainsi que j'ai enseigné qu'il faut faire pour trouver ce qu'il faut que chaque paroisse paie de taxe pour sa part d'une recrue envoyée à l'élection de laquelle elle dépend.

Par exemple, s'il étoit dû à un créancier la somme de 1568 livres 16 sols 8 deniers, & qu'il fût question de savoir ce qui lui reviendra des effets ci-dessus nommés; ayant dressé le Tarif comme il se voit ci-devant, il faut recueillir dans icelui les parties proportionnelles de la dette dudit créancier, qui est 1568 livres 16 sols 8 deniers; & faisant addition desdites parties, on trouvera 333 livres 10 sols 5 deniers $\frac{49}{135}$ qu'il retirera pour sa part desdits effets, au lieu de 1568 livres 16 sols 8 deniers qui lui sont dus.

Il y en aura qui me pourront objecter que c'est une grande peine de dresser un Tarif juste, particuliére-

ment quand les deux ſommes, tant celle ſur laquelle on impoſe, que celle à impoſer, ſont compoſées de livres, ſols & deniers : j'avoue qu'il eſt bien fâcheux & pénible à ceux qui ne ſavent pas bien l'Arithmétique, particuliérement les fractions ; parce que quand il y a livres, ſols & deniers à toutes les deux ſommes, pour trouver le pied d'un denier, il faut réduire les deux ſommes chacune en deniers, & poſant les deniers de la ſomme à impoſer ſur les deniers de la ſomme ſur laquelle on impoſe, ce qui vient, qui eſt une fraction, c'eſt la valeur ou le pied d'un denier.

Pour avoir la valeur de 2 deniers, il faut multiplier le numérateur de la fraction, c'eſt-à-dire, les deniers à impoſer par 2, & diviſer le produit, s'il eſt aſſez grand, par le dénominateur de ladite fraction, c'eſt-à-dire, par les deniers de la ſomme ſur laquelle on impoſe ; il viendra 1 denier au quotient de la diviſion ; & s'il reſte quelque choſe, on l'écrira de ſuite deſſous pour numérateur ; & le dénominateur ſera réſervé à l'écart ſur le papier ; parce que ce ſeroit trop de peine de l'écrire à chaque opération. Mais ſi le produit de la Multiplication des 2 deniers ne ſe peut diviſer, on l'écrira en ſon rang ſous la valeur d'un denier.

Et ſi on veut avoir le pied de 3 deniers, on multipliera la valeur d'un denier par 3, obſervant pour le produit le même ordre que ci-deſſus, & ainſi en continuant juſqu'à 12 deniers qui valent 1 ſol, au-devant duquel on poſera la partie proportionnelle trouvée.

Ayant la valeur ou le pied d'un ſol, ſi on veut avoir la valeur de 2 ſols, il faut multiplier cette valeur d'un ſol par 2, & le produit ſera la valeur de 2 ſols ; ainſi de ſuite juſqu'à 20 ſols, au-devant deſquels on poſera leur valeur.

On continuera le Tarif de ſuite juſqu'au plus

grand nombre de livres contenues dans la somme principale.

Par exemple, si on proposoit d'imposer 12000 liv. 16 sols 8 den. sur 60000 liv. 13 sols 4 den. on demande le pied ou la valeur d'un denier, afin de dresser un Tarif comme ci-devant, pour la distribution de la somme ci-dessus proposée sur quantité de sommes particulieres qui composent la somme principale, qui est 60000 liv. 13 sols 4 den. sur laquelle il faut imposer.

Il faut réduire, comme il vient d'être dit, la somme à imposer qui est 12000 livres 16 sols 8 den. il viendra 2880200 den.

Il faut ainsi réduire la somme principale, qui est 60000 liv. 13 sols 4 deniers en deniers, il viendra 14400160.

Cela fait, il faut poser ces deux sommes de den. l'un sur l'autre, il viendra $\frac{2880200}{14400160}$, & c'est la valeur d'un denier,, que l'on peut réduire à plus petite dénomination, savoir, à $\frac{72005}{360004}$.

On posera donc au-devant d'un denier 72005, laissant à part 360004 qui est dénominateur ou diviseur, pour s'en servir quand il en sera besoin.

Et au-devant de 2 den. on posera le double, qui est 144010 que l'on écrira au-dessous de 72005.

Et au-devant de 3 den. le triple de 1 den. ainsi de suite jusqu'à 12 deniers qui valent 1 sol, où il se trouve 2 deniers, & 144052 de reste, comme il se voit par l'opération que j'ai commencée exprès, pour faire voir comment il en faut user en pareille rencontre.

		72005
		† 12
1 denier porte	72005	———
2 deniers	144010	864060
3 deniers	216015	
4 deniers	288020	144052
5 deniers	360025	8640∅∅
6 deniers	432030	——— (2 d.
1 ſol porte 2 den. †	144052	3∅∅∅∅4
2 ſols portent 4 den.	288104	

On continuera de même ordre juſqu'à 10 ſols, où l'on trouvera 2 ſols & $\frac{504}{360004}$ de reſte, on dira donc :

10 ſols portent	2 ſols	0 den.	504
1 liv.	4		1008
2	8		2016

En continuant l'opération juſqu'à 10 livres, où la partie proportionnelle ſera 2 livres 0 ſols 0 den. & $\frac{10080}{360004}$ de reſte, on dira :

10 liv. portent	2 liv.	0 ſols 0 den.	10080
20	4		20160

Ainſi de ſuite juſqu'à 100 liv. de 100 liv. juſqu'à 1000 livres, & de 1000 livres juſqu'à tel autre grand nombre que l'on voudra, obſervant le même ordre que dans le Tarif ci-devant, dont j'ai dreſſé la Table entiere, pour ſervir de modele à tous les autres dont on aura beſoin dans les rencontres.

On me pourra encore dire que s'il étoit queſtion de faire un rôle pour impoſer la recrue d'une Paroiſſe, ce ſeroit une choſe trop inconnue de commencer par une grande fraction de den. pour dreſſer le Tarif pour ladite impoſition comme ci-devant ; mais pour rendre la choſe plus facile, il faut chercher combien la ſomme à impoſer eſt pour livre de la ſomme principale, par l'ordre enſeigné ci-devant, pages 291 & 294.

Par exemple, ſi le diviſeur étoit 435678 livres, &

qu'il fût venu 3 sols 5 den. pour liv. & 216934 de reste, alors il faut commencer par le Tarif, posant premiérement 1 livre & 3 sols 5 deniers obo'e ou $\frac{1}{2}$ d. au-devant pour le pied d'une livre, parce que le reste de la division est environ $\frac{1}{2}$ du diviseur ou peu moins; & si le reste eût été environ $\frac{1}{4}$ du diviseur ou une autre partie, on mettroit $\frac{1}{4}$ de den. ou telle autre partie de denier, que le reste est du diviseur ou environ.

Ayant ainsi trouvé la valeur d'une livre, pour trouver la valeur de 10 sols en descendant, il faut prendre la moitié de la valeur de 1 livre, prenant le dixieme de la valeur de 10 sols, ce sera la valeur de 1 sol; & si de la valeur d'un sol, on en tire le douzieme, on aura la valeur d'un denier; mais non pas si juste, comme il se peut faire par la maniere ci-devant.

Et pour rehausser d'une livre jusqu'à 10 livres, il faut observer l'ordre du Tarif; & par ce moyen on dresse aisément la Table proportionnelle; & étant dressée, les plus simples peuvent avec la plume ou le jeton recueillir les parties proportionnelles, & donner à chaque Habitant ce qu'il doit porter pour sa part de la recrue.

On peut observer le même ordre pour faire la discussion d'une banqueroute.

REGLE TESTAMENTAIRE.

LA Regle testamentaire se pratique dans la distribution des legs faits par un Testateur, & néanmoins se peut aussi accommoder dans le commerce.

Premiere Queſtion.

Soit propoſé un Teſtateur avoir laiſſé à ſes héritiers, qui ſont trois, la ſomme de 432 livres, mais à telle condition, que quand le premier en prendra la moitié, l'autre en prenne le tiers, & l'autre le quart ; on demande ce qu'ils doivent avoir chacun.

Il faut entendre les parties de moitié, tiers & quart à l'égard d'un certain tout, comme ſeroit le nombre, 12, 24, ou 48, &c. non pas à l'égard de cette ſomme de 432 livres qui eſt léguée, d'autant que les parties portées par le teſtament excedent l'entier.

Mais cela eſt entendu, que prenant, comme il vient d'être dit, un entier, comme 12, qui ait moitié, tiers & quart, toutes les parties miſes enſemble ; ſavoir 6, & 3 font $\frac{3}{12}$, c'eſt-à-dire, plus que l'entier, & que pour faire la diſtribution deſdits 432 livres en cette même raiſon, il n'y a qu'à ſuivre l'ordre de la Regle de Compagnie naturelle. Faiſant donc les trois Regles de Trois, il viendra à chacun la part de chaque héritier, comme il ſe voit par l'opération.

12 nombre ſuppoſé, 432 ſomme léguée.

$\frac{1}{2}$	6	Si 13 liv...	432 liv.	combien 6 liv.	
$\frac{1}{3}$	4	Si 13	432	4	
$\frac{1}{4}$	3	Si 13	432	3	
	13				

Faiſant les trois Regles de Trois :

il viendra au *	* premier	199 liv.	7 ſols	8 d.	$\frac{4}{13}$
	deuxieme	132	18	5	$\frac{7}{13}$
	troiſieme	99	13	10	$\frac{2}{13}$
	Somme	432 l.	& c'eſt la preuve.		

Autre Queſtion.

Mais ſi les conditions du teſtament étoient telles que l'on ne trouvât pas commodément un nombre à plaiſir, dans lequel fuſſent contenues les parties demandées ; par exemple, ſi quelqu'un donnoit par teſtament 1000 livres à quatre perſonnes, à condition que le premier en eût $\frac{1}{2}$, le ſecond $\frac{1}{5}$, le troiſieme $\frac{1}{7}$, & le quatrieme $\frac{1}{9}$, alors il faut multiplier tous les dénominateurs de ſuite, & le produit 630 ſera le nombre qui aura $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{9}$, comme il ſe voit par l'opération.

70
9

$\frac{1}{2}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{7}\ \frac{1}{9}$

630 nombre requis, duquel les parties de moitié, cinquieme, ſeptieme & neuvieme, qui ſont 315, 126, 90, 70, étant ajoutées, font 601, qui eſt le premier terme des quatre Regles de Trois, 1000 liv. ſomme à partager le deuxieme, & chaque partie particuliere le troiſieme ; puis opérant au ſurplus ſelon la Regle de Compagnie, viendra la part de chacun, comme à la queſtion ci-deſſus.

Autre Queſtion.

Et ſi quelqu'un avoit laiſſé par teſtament 100 livres à trois héritiers, à condition que le premier en prendroit les $\frac{3}{5}$, le deuxieme les $\frac{4}{9}$ & le troiſieme les $\frac{5}{12}$, pour trouver le nombre contenant ces parties-là, il faut multiplier, comme je viens de dire, les trois dénominateurs, 5, 9 & 12 entr'eux, il viendra 540 pour le nombre que l'on cherche, dont on tirera les $\frac{3}{5}$, les $\frac{4}{9}$ & $\frac{5}{12}$, qui feront les nombres auxquels on diſtribuera la ſomme de 100 livres ci-deſſus propoſée.

Opération.

	60		540
$\frac{3}{5}\ \frac{4}{9}\ \frac{5}{12}$	9	$\frac{3}{5}$	324
		$\frac{4}{9}$	240
	540	$\frac{5}{12}$	225
			789 premier terme.

Ayant ainſi diſpoſé la Regle, le reſte eſt facile, parce que c'eſt comme s'il y avoit 100 liv. à partager entre trois Aſſociés, dont le premier auroit mis 324 livres, le deuxieme 240 liv. le troiſieme 225 l. & faiſant trois Regles de Trois, comme à la Regle de Compagnie, il vient à chacune la part de chaque Aſſocié, on dira donc pour le premier :

Si 789 liv. 100 324 liv.

Pour le ſecond :

Si 789 100 240

Pour le troiſieme :

Si 789 100 225

Ceux qui voudront avoir la réponſe, feront les Regles ci-deſſus, avec la preuve, comme il a été enſeigné.

Autre Queſtion.

Un homme faiſant teſtament, a laiſſé 1456 livres à ſa femme qui étoit enceinte, à cette condition que ſi elle enfante un fils, il aura $\frac{2}{3}$ de ladite ſomme, & ſa femme l'autre troiſieme partie; mais ſi elle enfante une fille, la femme aura les $\frac{2}{3}$, & la fille le reſte: Or, il arrive que la femme enfante un fils & une fille, on demande la part de la mere, du fils & de la fille, afin de ſatisfaire à la volonté du Teſtateur.

Il faut conſidérer que la part du fils étant double de celle de la mere, celle de la mere doit être double de celle de la fille, par conſéquent ſi on ſuppoſe 4 pour le fils, la mere aura 2, & la fille 1, leſ-

quelles trois parties font 7 ; prenant donc la septieme partie de 1456 liv. il viendra 208 liv. pour la part de sa fille, pour la mere 416 liv. qui est le double de la fille, & 832 liv. pour le fils, & c'est fait ; comme il se voit par l'opération.

1456 somme à partager.

1 pour la fille $\frac{1}{7}$	208 part de la fille.
2 pour la mere	416 part de la mere.
4 pour le fils	832 part du fils.

7 Somme à partager. 1456 l. & c'est la preuve.

Autre Question.

Un Marchand étant tombé malade, & faisant testament, a laissé à sa femme enceinte 4000 liv. pour être partagées, à condition que si elle enfante un fils, il aura 3000 liv. & la mere le reste ; mais si elle enfante une fille, elle aura 3000 liv. & la fille le reste. Or, il arrive qu'elle enfante un fils & deux filles, on demande comment il faut faire pour exécuter la volonté du Testateur, selon les conditions proposées.

Il faut considérer, puisque le fils doit avoir trois fois autant que la mere, quand le fils prendra 9, la mere n'aura que 3 ; & comme la part de la fille est à celle de la mere en même raison que celle de la mere est à celle du fils, la mere prenant 3, chacune des deux filles aura 1.

Tellement qu'il faut distribuer les 4000 l. en cette proportion de 9, 3, 1 & 1, lesquelles parties étant ajoutées, font 14 pour le premier terme, d'autant de Regles de Trois qu'il y a d'Associés.

Mais pour éviter de faire quatre Regles de Trois, il faut trouver ce qui appartient à la plus petite portion, qui est 1, disant :

Si 14 ont 4000 liv. combien 1.

Il faut diviser 4000 liv. par 14, ce qui se fera pour

pour le plus court, en prenant le ſeptieme de la moitié de 4000 liv. il viendra 285 liv. $\frac{5}{7}$ pour chaque fille.

Ayant trouvé la part de chaque fille, il eſt facile de trouver les autres, parce que multipliant la part d'une fille par 3, il viendra la part de la mere; & la part de la mere étant multipliée auſſi par 3, il viendra la part du fils, comme il ſe voit par l'opération.

	4000 liv. à partager.	
$\frac{1}{2}$	~~2000~~	
$\frac{1}{7}$	285 $\frac{5}{7}$	part de la fille.
$\frac{1}{7}$	285 $\frac{5}{7}$	part de la ſœur.
$\frac{1}{3}$	857 $\frac{1}{7}$	part de la mere.
$\frac{1}{3}$	2571 $\frac{3}{7}$	part du fils.
Somme	4000 liv. & c'eſt la preuve.	

Autre Queſtion.

Un homme faiſant teſtament, a laiſſé à ſa femme, qui étoit enceinte, 855 livres, à telle condition, que ſi elle accouche d'une fille, elle aura la moitié de ſes biens, & la fille la troiſieme partie; & ſi elle enfante un fils, il veut qu'il en ait la moitié, & la mere le tiers; mais il arrive qu'elle accouche d'un fils & d'une fille: on demande comment l'on doit faire pour exécuter la volonté du Teſtateur.

Conſtruction.

Il faut conſidérer que la part du fils à celle de la mere eſt en proportion, comme $\frac{1}{2}$ à $\frac{1}{3}$, ou comme 3 à 2 (à l'égard de 6), & la volonté du Teſtateur eſt que la portion de la fille ſoit à celle de la mere, comme celle de la mere eſt à celle du fils; il faut donc trouver un nombre qui ſoit au-deſſous de 2, comme 2 eſt au-deſſous de 3, ce qui ſe trouvera en diſant: Si 3 pour le fils n'en donnent que 2 pour

la mere, que donneront les 2 de la mere à la fille, faisant la Regle, il viendra 1 $\frac{1}{3}$ pour la fille.

Opération.

Si 3 . . . . . 2 . . . R. 1 $\frac{1}{3}$
multipliez par 2

vient 4

tirez $\frac{1}{3}$, il viendra 1 $\frac{1}{3}$

Puis assemblant 3, 2 & 1 $\frac{1}{3}$, il viendra 6 $\frac{1}{3}$ pour premier terme; on dira donc :

Si 6 $\frac{1}{3}$	855	3 R.	405 liv.
		2 R.	270
		1 $\frac{1}{3}$ R.	180

Somme à partager 855 liv. & c'est la preuve.

Et pour seconde preuve, & plus assurée, je dis que 405 liv. 270 & 180, sont en proportion comme 3, 2 & 1 $\frac{1}{3}$ entr'eux, ce qui se peut voir par les deux Regles de trois suivantes.

Si 3 405 liv. 2 R. 270 } ainsi des autres.
Si 2 270 1 $\frac{1}{3}$ R. 180 }

De l'Etat de l'extraordinaire des Guerres.

PREMIEREMENT, pour la paie d'un Régiment, il y a l'Etat-Major, qui est composé,

Du Mestre-de-Camp,
Sergent-Major,
Aide-Major,
Maréchal-des-Logis,
Aumônier,
Et Chirurgien.

Leur paie par montre.

Le Meſtre-de-Camp reçoit	100 liv.
Le Sergent-Major,	150
L'Aide-Major,	100
Le Maréchal-des-Logis,	60
L'Aumônier,	30
Le Chirurgien,	30
Somme pour l'Etat-Major,	470 liv.

Pour une Compagnie par montre.

Le Capitaine reçoit	150 liv.
Le Lieutenant,	60
L'Enſeigne,	35
Les deux Sergents,	36
Les deux Caporaux,	32
Les deux Anſpeſſades,	30
80 ſimples Soldats, à 12 liv. chacun,	960
Fonds d'une Compagnie par montre,	1303 liv.

Et pour ſavoir quel fonds il faut pour 20 Compagnies, à cette même raiſon, il faut multiplier la paie d'une Compagnie par 20, & le produit ſera la ſomme qu'il faut pour toutes les 20 Compagnies, à laquelle il faut ajouter la ſomme de l'Etat-Major, & le tout ſera la paie d'un Régiment entier, comme il ſe voit ci-deſſous.

1303, paie d'une Compagnie, à multiplier par 20

26060

470, paie de l'Etat-Major.

26530 liv. pour le fonds de 20 Compagnies.

Pour la paie de la Cavalerie par montre.

Pour la paie de l'Etat-Major, il y a 500 liv.
Pour avoir le paiement d'un Régiment, il faut avoir la paie d'une Compagnie; savoir,

Pour le Capitaine, il faut	470
Pour le Lieutenant,	265
Pour le Cornette,	195
Pour les Cavaliers, savoir, 60 Maîtres, à 45 liv. chacun,	2700
Somme	3630 liv.

pour la paie d'une Compagnie de Cavalerie.

Et si on veut avoir la paie de 8 Compagnies, il faut multiplier par 8 la somme ci dessus, qui est pour chaque Compagnie; il viendra 29040 liv. pour la paie des 8 Compagnies; puis ajoutant au produit les 500 liv. pour l'Etat-Major, la somme sera 29540 liv. pour le paiement entier d'un Régiment de Cavalerie de 8 Compagnies.

Opération.

3630 liv. à multiplier.
par 8 Compagnies.

29040 liv. pour 8 Compagnies.
500 pour l'Etat-Major.

Somme 29540 liv. pour la paie d'un Régiment de Cavalerie de 8 Compagnies.

Il faudroit opérer de même ordre, s'il y avoit plus ou moins de Compagnies à chaque Régiment.

REGLE DE FAUSSE POSITION.

Avertiſſement.

COMME il y a quantité de queſtions à faire ſur les Regles de fauſſe poſition, tant ſimple que double, ſur les progreſſions arithmétiques & géométriques, comme auſſi ſur les racines quarrée & cubique, je me contenterai de donner l'explication des préceptes, avec quelques exemples, pour en faire voir les opérations, renvoyant pour les queſtions au Queſtionnaire, que j'eſpere donner à la fin de mon Livre.

L'uſage de la Regle de fauſſe poſition eſt de trouver une choſe requiſe par une ſuppoſition autre que la vérité, participant néanmoins aux conditions de la choſe demandée. Cette Regle eſt double, ſimple ou compoſée.

La Regle de fauſſe poſition ſimple ſe réſoud ordinairement par une ſeule Regle de Trois, & en voici un exemple.

On veut trouver un nombre duquel la moitié, le tiers & le quart faſſent 52: la fiction de la Regle eſt dire : Ce nombre peut être quelque nombre de la nature de ceux qui contiennent moitié, tiers & quart. On en prend un de ceux-là, quel qu'il ſoit, comme 12, dont la moitié eſt 6, le tiers 4, & le quart 3, leſquelles parties de moitié, tiers & quart étant ajoutées, font 13, & nous cherchons 52; partant ce n'eſt pas la vérité que le nombre 12 ſoit celui que nous demandons. Pour donc trouver le véritable nombre, il faut former une Regle de Trois, diſant :

Si 13 viennent de 12, d'où viendront 52, nom-

bre propoſé. Faiſant la Regle ſelon le précepte, il viendra 48 pour le nombre que l'on cherche, comme il ſe voit par l'opération.

12, nombre ſuppoſé.

$\frac{1}{2}$	6	Si 13 de 12, d'où	52	† de 48	
$\frac{1}{3}$	4		12		
$\frac{1}{4}$	3			$\frac{1}{2}$	24
		12 Produit		$\frac{1}{3}$	16
	13	624 †		$\frac{1}{4}$	12
			48, nombre		
		1233	requis. Preuve		52
		1	nombre propoſé.		

Il faut remarquer que les nombres les plus petits que l'on peut trouver, ſont les meilleurs pour l'opération, pourvu qu'ils ſe puiſſent diviſer par les dénominateurs, ſans reſte, comme le nombre 12 ci-deſſus.

Autre Exemple.

Mais s'il étoit queſtion de trouver un nombre duquel $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{7}$ & $\frac{1}{8}$ faſſent 64, d'autant qu'il n'eſt pas facile de trouver à tâtons un nombre qui ait ces parties-là, alors il faut conſidérer le nombre qui dénote la partie que l'on demande, comme 5 dénote le cinquieme, 7 le ſeptieme, & 8 le huitieme; cela ſuppoſé, ſi je veux trouver un nombre qui contienne cinquieme, ſeptieme & huitieme, je multiplie de ſuite les dénominateurs 5, 7 & 8 l'un par l'autre, & trouve au produit 280, qui eſt un nombre, lequel ſe peut diviſer par 5, par 7 & par 8, puiſque 5, 7 & 8 l'ont produit, & ſera dénominateur commun à toutes les fractions. Si donc on tire le cinquieme de 280, il viendra 56; le ſeptieme de 280 ſera 40, & le huitieme des mêmes ſera 35, leſquelles 3 parties étant ajoutées, feront 131, & doivent faire 64; par conſéquent, 280 n'eſt pas le nombre que l'on cherche; donc, pour le trouver, il faut dire par Regle de Trois:

Si 131 viennent de 280, d'où viendront 64 ? faisant l'opération, il viendra $136\frac{104}{131}$.

Partant, je dis que $136\frac{104}{131}$ est le nombre desiré.

Pour preuve, il faut tirer le cinquieme, le septieme & le huitieme, $136\frac{104}{131}$, & ajoutant les parties, il viendra juste 64.

Opération de la Preuve.

	136	$\frac{104}{131}$
$\frac{1}{5}$	27	$\frac{47}{131}$
$\frac{1}{7}$	19	$\frac{71}{131}$
$\frac{1}{8}$	17	$\frac{13}{131}$

64, nombre requis.

Autre Question sur la Regle de fausse position.

Quatre Marchands ont à partager entr'eux la somme de 500 liv. à telle condition que le premier aura pour sa part les $\frac{3}{4}$ de tout l'argent, le second la moitié, le troisieme le tiers, & le quatrieme le quart ; on demande combien ils auront chacun.

Pour résoudre cette question, il faut prendre un nombre à plaisir, le plus petit que l'on puisse, qui ait les parties requises, comme 12, dont les $\frac{3}{4}$ sont 9, le $\frac{1}{2}$ est 6, le $\frac{1}{3}$ est 4, & le $\frac{1}{4}$ est 3, lesquelles parties ajoutées ensemble, font 22, & doivent faire 500 ; maintenant il n'y a plus qu'à faire une simple Regle de Trois, disant :

Si 22 viennent de 12, d'où viendront 500 ; R. $272\frac{8}{11}$, pour le nombre que l'on cherche.

Pour preuve, si l'on prend les $\frac{3}{4}$ de $272\frac{8}{11}$, comme aussi $\frac{1}{2}\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$, le tout ajouté fera 500 liv. comme il se voit par l'opération de la preuve.

272 $\frac{8}{11}$ nombre desiré.

$\frac{1}{4}$	204 $\frac{6}{11}$ liv.	pour le premier.
$\frac{1}{2}$	136 $\frac{4}{11}$	pour le second.
$\frac{1}{3}$	90 $\frac{10}{11}$	pour le troisieme.
$\frac{1}{4}$	68 $\frac{2}{11}$	pour le quatrieme.
Preuve	500 liv.	

Regle de deux fausses positions.

LA Regle de deux fausses positions est ainsi appellée, parce qu'au moyen de deux nombres pris à plaisir (que nous appellons faux) nous découvrons le vérirable que nous cherchons.

Dans cette maniere, il faut feindre premiérement un nombre, & avec icelui poursuivre la question proposée, comme si c'étoit un vrai nombre conçu en icelle; & si à la fin on ne parvient pas au but que l'on prétend, il faut écrire le nombre supposé, avec sa différence de plus ou de moins.

Ensuite il faut supposer un autre nombre avec lequel on répete un semblable discours que ci-dessus, & si ce nombre ne se trouve pas ainsi que le nombre desiré, il faut écrire ce second nombre au-dessous du premier, avec sa différence de plus ou de moins, comme ci-dessus; puis multipliant le nombre de la premiere proposition par la différence de la seconde, il viendra un produit qu'il faut mettre à part; multipliant aussi le deuxieme nombre pris à plaisir par la premiere différence, il viendra un autre produit, qu'il faut encore écrire à part.

Cela fait, il faut considérer si les deux différences sont semblables ou dissemblables; si elles sont semblables, c'est-à-dire, toutes deux plus, ou toutes deux moins, il faut ôter le moindre produit du plus

grand, & la moindre différence de la plus grande ; puis diviſer ce qui reſtera des produits par ce qui reſtera des différences, & le quotient ſera le nombre inconnu que l'on cherche.

Mais ſi les deux différences ſont diſſemblables, c'eſt-à-dire, que l'une ſoit notée de plus, & l'autre de moins, ou au contraire, il faut ajouter les deux produits, & ſemblablement les deux différences, puis, diviſant la ſomme des produits par celle des différences, le quotient de la diviſion donnera le nombre inconnu que l'on cherche, comme ci-deſſus, d'où s'enſuit la Regle ſuivante, qu'il faut obſerver ; ſavoir, que

Le plus de plus, & moins de moins convient ſouſtraire,
Mais plus & moins, ou moins & plus, c'eſt le contraire.

Exemple.

Un homme donne par teſtament 100 livres à trois perſonnes, à telle condition que le premier en prenne une partie, le ſecond deux fois autant que le premier moins 8, & le troiſieme 3 fois autant que le premier moins 15, ſavoir combien ils auront chacun.

Poſons que le premier en prenne 15, partant, le ſecond en prendra 22, & le troiſieme en prendra 30, leſquels trois nombres, étant ajoutés enſemble, font 67, il devroit venir 100 ; partant, nous connoiſſons que le premier nombre pris à plaiſir eſt trop petit, & qu'il a 33 moins, qui eſt la différence de 67 à 100 ; nous poſerons donc notre nombre 15 avec ſa différence 33.

Enſuite, il faut faire une autre poſition, feignant que le premier doive prendre 18, & par conſéquent

le ſecond 28, & le troiſieme 39; mais ces trois nombres étant joints enſemble, ne font que 85; il devroit venir 100: il y a donc 15 moins de différence; partant nous poſerons le nombre de notre ſeconde poſition, qui eſt 18, ſous la premiere poſition 15, & la ſeconde différence 15 au-deſſous de la premiere différence 33, comme il ſe voit.

Différences.

Premiere poſition 15 moins 33
Seconde poſition 18 moins 15

Ayant ainſi rangé les deux poſitions & les deux différences, il faut multiplier en croix la premiere poſition par la différence de la ſeconde, & réciproquement la ſeconde poſition par la différence de la premiere, & des deux produits, qui ſeront 54 & 225, il en faut prendre la différence, qui ſera 369, qui ſera le nombre à diviſer. Il faut auſſi ôter la petite différence 15 de la grande différence 33; le reſte ſera 18 pour diviſeur. Diviſant donc 369 par 18, il viendra 20 $\frac{1}{2}$ au quotient pour la part du premier, & par conſéquent le deuxieme en aura 33, & le troiſieme 46 $\frac{1}{2}$, leſquels trois nombres joints enſemble, font juſte les 100 livres propoſées, & c'eſt la preuve, comme il ſe voit par l'opération ſuivante.

Multiplications.	Produits.	Différences.	
33	15	594	33
18	15	225	15
264	75 divid.	369 diviseur	18
33	15		

Prod. 594 Prod. 225

$\cancel{369}$

$\cancel{188}$ ($20\frac{1}{2}$ part du premier.

$\cancel{1}$ 33 part du second.

$46\frac{1}{2}$ part du troisieme.

Preuve. 100

On gardera le même ordre que ci-dessus, lorsque les différences seront toutes deux plus, ou toutes deux moins.

Autre Opération de la même Question, dans laquelle il y a plus & moins de différence.

Que le premier en prenne 30, donc puisque le second en doit prendre deux fois autant que le premier moins 8, il en aura 52, & le troisieme 3 fois autant que le premier moins 15, il en aura 75, la somme de tous les trois est 30, 52 & 75, qui font ensemble 157, & ils ne doivent faire que 100; partant il faut mettre, pour premiere position, 30, plus 57, d'autant que nous avons excédé la condition de 57.

Maintenant posons que le premier ait 15, puisque le second doit avoir le double du premier moins 8, il aura 22; le troisieme ayant le triple du premier moins 15, aura 30, lesquels trois nombres 15, 22 & 30 ne font que 67, qui sont moins de 100 de 33; il y aura donc 33 moins de différence: & pour avoir la solution, si on multiplie l'excès 57 par 15, il viendra 855, & le défaut 33 par 30, il viendra 990, lesquels deux produits mis ensemble font 1845, qui

ſeront diviſés par 90, qui eſt la ſomme des erreurs, 57 & 33, & le quotient ſera 20 $\frac{1}{2}$ pour la part du premier ; la part des deux autres ſe trouvera comme ci-devant.

Opération de la Regle.

30 plus	57	57	990
15 moins	33	15	855
33	90 diviſeur	285	1845 à diviſer.
30		57	
990		855	

1845

20 $\frac{1}{2}$ pour le premier.
33 pour le ſecond.
46 $\frac{1}{2}$ pour le troiſieme.

Preuve 100 liv.

Autre Queſtion.

Trois hommes ſe trouvent enſemble par rencontre, & s'entretenant de leur âge, l'un d'eux dit : Tel a quatre ans plus que moi, & cet autre a autant d'âge que nous deux, & tous trois nous avons 148 ans ; ſavoir quel âge ils avoient chacun.

Pour réſoudre cette Queſtion, ſelon les préceptes ci-devant donnés, il faut ſuppoſer que le premier eût 20 ans, le ſecond en auroit donc 24, & le troiſieme 44, qui font en tout 88 ans, qui ſont 60 moins que le nombre que l'on cherche, puiſqu'ils avoient tous trois 148 ans ; on écrira donc 20 moins 60, différence pour la premiere poſition.

Pour ſeconde poſition on prendra 24 pour le prem.
Le ſecond aura donc 28
Et le troiſieme 52, leſquels trois nombres font 104, & devroient faire 148 ; on a donc erré par moins de 44 ; c'eſt pourquoi on poſera la

ſeconde hypotheſe 24 avec la différence 44, com-
il ſe voit 20 moins 60
24 moins 44

Puis faiſant les multiplications & ſouſtractions, comme il a été enſeigné, il viendra 560 pour nombre à diviſer, & 16 pour diviſeur : enfin, faiſant la diviſion, il viendra 35 ans pour l'âge du premier : le reſte eſt facile.

Opération de la Diviſion.

~~8~~	
~~560~~	
~~166~~	(35 ans pour le premier.
~~1~~	39 pour le ſecond.
	74 pour le troiſieme.
Preuve	148 ans. Ainſi des autres.

DES PROGRESSIONS.

Les Progreſſions ſont arithmétiques, géométriques & harmoniques. Pour l'harmonique, d'autant que l'ouie eſt l'arbitre coutumier de la Muſique, elle ſert fort rarement à l'arithmétique. Les deux autres Progreſſions, ſavoir l'arithmétique & la géométrique, ſont en uſage.

De la Progreſſion arithmétique.

La Progreſſion arithmétique naturelle n'eſt autre choſe qu'une ſuite de nombres ſe ſurmontant l'un l'autre naturellement par égale différence, comme 1, 2, 3, 4, 5, &c. ou 2, 4, 6, 8, &c. ou 3, 6, 9, 12, &c.

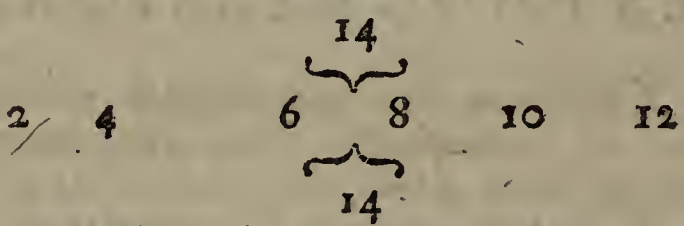
Toute Progreſſion arithmétique eſt appellée naturelle, lorſque l'excès eſt ſemblable au premier nombre, comme dans les trois exemples ci-deſſus. Si les excès du premier au ſecond, du ſecond au troiſieme, &c. ſont égaux, cette Progreſſion s'appellera Progreſſion arithmétique continue ; mais ſi l'excès ou la différence du premier au deuxieme eſt égale à celle du troiſieme au quatrieme, & ainſi de deux en deux, ſans conſidérer les inter-moyens, elle s'appellera Progreſſion arithmétique diſcontinue, comme il ſe voit ci-deſſous.

2 ... 5 ... 8 ... 11 ... 14 ... 17 ... 20 continue.

4 7 8 9 10 13 14 diſcontinue.

En toute Progreſſion arithmétique, ſoit continue ou diſcontinue, quand les termes ſont en nombre pair, la ſomme des termes eſt égale à la ſomme des inter-moyens, également diſtants des extrêmes, comme l'exemple ci-après le démontre.

Exemple.



Pour avoir la ſomme de tous les termes d'une Progreſſion arithmétique continue, il faut ajouter le premier & le dernier enſemble, & multiplier la ſomme par la moitié du nombre des termes ; le produit donnera la ſomme de tous les nombres.

Exemple.

4 6 8 10 12 14 16 18

On voit que la ſomme des deux extrêmes eſt 22, & la multitude des termes eſt 8, dont la moitié eſt 4 ; multipliant donc 22 par 4, le produit ſera 88 pour la ſomme de tous les termes.

On pourroit former sur ce sujet une question telle :

Un Marchand a vendu 150 aunes d'étoffe, à condition que de la premiere aune il recevra 1 livre, de la deuxieme 2 liv. & de la troisieme 3 liv. & toujours en augmentant d'une livre, selon la naturelle Progression jusqu'à la derniere aune ; on demande combien doit recevoir le Marchand.

Pour faire cette Regle, ajoutez le premier terme 1 avec 150, dernier terme, la somme sera 151, qu'il faut multiplier par 75, moitié de 150, & le produit donnera 11325 livres pour la valeur desdites 150 aunes.

Preuve.

La preuve se doit faire par une autre question opposée, disant :

Un Marchand a vendu un certain nombre d'aunes d'étoffe 11325 liv. il a donné la premiere aune pour 1 livre, la deuxieme pour 2 livres, & la troisieme pour 3 liv. & toujours en augmentant d'une livre jusqu'à la derniere aune ; on demande combien il a vendu d'aunes.

Pour faire cette Regle, il faut doubler le produit ci-devant trouvé, qui est 11325 ; il viendra 22650, dont la racine quarrée sera 150, & ce sont autant d'aunes qu'il a vendues, observant qu'il faut que le reste de l'extraction se trouve égal au quotient, comme il se verra ci-après par l'opération ; autrement la Regle seroit fausse.

$$\begin{array}{ccc} \cancel{1} & 1 & \\ \cancel{2} & \cancel{2}\cancel{6} & 50 \\ \hline \cancel{1} & \cancel{2}\cancel{5} & \cancel{0}\cancel{0} \\ & \cancel{3} & \end{array} \quad (150 \text{ aunes, \& reste } 150.$$

Autre Question.

Il y a 120 pierres dans un panier, que l'on propose de placer en ligne droite, de sorte qu'elles

ſoient éloignées l'une de l'autre de 6 pieds, mais à condition que celui qui les doit ranger, les prendra dans ledit panier une à une pour les poſer ; puis étant toutes rangées en leur place, il faut qu'il les releve toutes une à une pour les remettre dans ledit panier où il les avoit priſes ; on demande combien il fera de chemin.

Pour réſoudre cette queſtion, il faut conſidérer que les pierres étant poſées de 6 pieds en 6 pieds, pour parvenir juſqu'à la derniere, il ſe trouvera 119 fois 12 pieds (à cauſe qu'il faut aller & revenir) qui valent 1428, qui eſt le dernier terme d'une Progreſſion arithmétique, de laquelle le premier terme eſt 2, & la multitude des termes eſt 119. Maintenant pour trouver combien il faudra qu'il chemine de pieds, j'ajoute 1428 avec 12 ; cela fait 1440, dont la moitié 720, étant multipliée par 119, le produit ſera 85680, pour le nombre des pieds de l'étendue du chemin qu'il doit faire pour les placer ; &, s'il veut ramaſſer leſdites pierres, & les remettre dans ledit panier de même ordre, il ſera obligé de cheminer encore autant ; il n'y a donc qu'à doubler 85680, il viendra 171360 pieds ; & c'eſt le chemin qu'il doit faire pour les placer & les relever.

Or, pour ſavoir combien ce ſeroit de lieues & parties de lieues qu'il feroit, on ſait qu'un pas géométrique vaut 5 pieds, tellement que ſi on diviſe les 171360 par 5 pieds, valeur d'un pas, on trouvera 34272 pas. On compte 2000 pas pour une lieue ; diviſant donc 34272 pas par 2000, on aura 17 lieues à faire, 272 pas davantage, qui valent un demi-quart de lieue & 22 pas.

Preuve.

Pour preuve qu'il cheminera 85680 pieds pour poſer leſdites pierres, il en faut tirer le douzieme,

il viendra 7140, qu'il faut doubler selon l'ordre de la preuve de la Progression naturelle ; il viendra 14280, dont la racine quarrée sera 119, & 119 de reste ; & c'est la preuve.

Dans les questions que je ferai à la fin, il y en aura plusieurs sur ce sujet, ce que ci-dessus n'étant que pour servir d'instruction.

De la Progression géométrique.

LA Progression géométrique est celle dont le premier terme est au deuxieme, comme le troisieme au quatrieme ; par exemple, 2 est à 4 en même raison que 4 est à 8 ; parce que 2 est contenu 2 fois en 4, & 4 est aussi contenu 2 fois en 8.

On appelle Progression géométrique continue, quand le premier terme est au deuxieme, comme le troisieme au quatrieme, comme il se verra ci-après.

Dans la Progression géométrique, si plusieurs nombres sont proportionnaux continuement, la multiplication des extrêmes est égale à la multiplication de ceux d'entre deux qui sont également éloignés des mêmes extrêmes.

Par exemple 2 4 8 16 32 64.

La Multiplication de 2 par 64 est égale à la multiplication de 4 par 32, & à celle de 8 par 16.

Et si d'aventure les nombres proportionnaux étoient en nombre impair, le quarré de celui du milieu seroit égal à la multiplication du premier & du dernier, c'est-à-dire, des extrêmes.

Et delà on peut tirer la solution de la question suivante. Un Seigneur veut faire faire une Tour de 18 toises de hauteur ; il a fait marché avec l'Entrepreneur à telle condition, qu'il paiera 1 livre pour la premiere toise, 2 livres pour la deuxieme toise, 4 livres pour la troisieme, & 8 livres pour la qua-

trieme, ainſi de ſuite, en doublant toujours juſqu'à la derniere, ſelon l'ordre de la Progreſſion géométrique; on demande combien coûteront les 18 toiſes de maçonnerie : il eſt néceſſaire de trouver la valeur de la dix huitieme toiſe, d'autant que deux fois ſa valeur, moins une livre, eſt la valeur de ladite Tour, ayant 18 toiſes de hauteur.

Il faut conſidérer que le premier terme étant 1 livre, le deuxieme ſera 2, le troiſieme ſera 4, ainſi qu'il ſe voit de ſuite.

Nombre des termes	1	2	3	4	5	6	7	8
Valeur des termes	1	2	4	8	16	32	64	128

On voit que le huitieme terme eſt 128, lequel étant multiplié par ſoi-même, il viendra au produit 16384 pour le quinzieme terme : or, le quinzieme terme étant trouvé, on voit que la différence du quinzieme au dix-huitieme que l'on cherche, eſt la même que du premier au quatrieme ci-devant : on dira donc, par une ſimple Regle de Trois : Si un premier terme produit 8 pour quatrieme terme, que produira le quinzieme terme, qui eſt 16384 ? faiſant l'opération comme ci-après, il viendra 131072 pour le dix-huitieme terme que l'on cherche.

Opération.

128 à multiplier
par 128

1024
256
128

16384 . . . 15 termes, puis on dira,
* Si 1 donne 8, comb. 16384
8

Rx. * 131072 pour le dix-huitieme que l'on cherche.

Mais si on veut avoir la valeur des 18 termes, il faut doubler le nombre * ci-dessus trouvé moins 1, à cause que la progression est en raison sous-double, il viendra 262143 liv. pour la valeur des 18 toises proposées.

Second Exemple.

Un crocheteur ayant une charge de 20 cotrets à vendre, il se présente un Bourgeois pour les acheter : ils conviennent de prix à telle condition, que du premier cotret le Bourgeois en paieroit 1 denier, du deuxieme il paieroit 3 deniers, du troisieme 9 deniers, & ainsi de suite en raison triple ; on demande combien ledit Crocheteur devoit recevoir d'argent pour sa charge de cotrets.

La question ci-devant enseigne comment il faut procéder pour la résolution de celle-ci ; c'est pourquoi je me contenterai d'en faire l'opération.

Nombre des termes	1	2	3	4	5	6	7	8
Valeur des termes	1	3	9	27	81	243	729	2187

Il se trouve 2187 pour la valeur du huitieme terme, qu'il faut multiplier par soi-même ; il viendra 4782969 pour le quinzieme terme.

Et pour avoir le vingtieme, qui est le dernier, il faut considérer que la différence du quinzieme terme au vingtieme, est égale à celle du premier au sixieme; il n'y a donc qu'à dire par Regle de Trois : Si un premier terme donne 243 pour sixieme terme, que donnent 4782969, qui est le quinzieme terme.

R. 1162261467 deniers, & c'est la valeur du vingtieme cotret.

Et si on veut avoir la valeur de tous les vingts cotrets, il faut ôter 1, qui est le premier terme de la valeur du vingtieme : puis prendre la moitié du reste à cause que la progression est en raison triple; & ajoutant cette moitié au vingtieme terme susdit, la somme sera la valeur de tous les cotrets, comme il se voit par l'opération.

1 1 6 2 2 6 1 4 6 7 vingtieme terme,
5 8 1 1 3 0 7 3 3 moitié.

---

1 7 4 3 3 9 2 2 0 0 deniers, pour la somme des 10 termes, & la valeur des 20 cotrets.

Pour faire entendre ce qui est dit ci-dessus touchant l'addition de tous les termes, je dirai qu'en toute progression, le premier terme & le dernier étant connus, si on ôte le moindre nombre du plus grand, & que l'on divise le reste par le nombre exprimant la différence des termes, le quotient donnera la différence de tous les termes, moins le plus grand, lesquels ajoutés ensemble, la somme qui en provient est la valeur de tous les termes de la progression, comme il se voit ci-dessus, & aussi par l'exemple ci-après d'une progression, qui est telle.

1 4 16 64 256 1024 * 4096

En cet exemple, la différence du premier terme au deuxieme est 3; par conséquent ayant le septieme terme, qui est 4096, si on veut trouver la va-

leur de tous les sept termes, il faut diviser 4096 moins 1 par 3, il viendra 1365, qu'il faut ajouter aux mêmes 4096, & il viendra 5461 pour la somme des sept termes proposés; ainsi des autres.

DE L'EXTRACTION

De la Racine quarrée.

LA racine quarrée doit être considérée comme une mesure parfaite ou égale en deux dimensions; savoir, longeur & largeur.

D'où il s'ensuit qu'ayant trouvé la superficie d'une figure très-irréguliere, qui ait autant de côtés que l'on voudra, si on veut la rendre dans un quarré parfait où toute ladite superficie soit comprise, il faut prendre la superficie de ladite piece, suivant les Regles que j'enseignerai dans mon Traité de l'Arpentage ci-après; puis ayant trouvé que la superficie de la piece de terre contient 64 toises ou perches quarrées, de ce produit j'en tirerai la racine quarrée, qui sera 8; cela fait, je dis que pour faire un quarré égal à cette susdite piece irréguliere, il faut qu'il ait 8 toises de chaque côté.

Pour l'intelligence de ce que ci-dessus, il faut savoir que quand on dit quarrer un nombre, c'est le multiplier par soi-même, & réciproquement, que tout nombre multiplié par soi-même, produit un quarré, comme 3 multiplié par 3 font 9, 8 par 8 font 64, & réciproquement ces deux nombres 3 & 8 sont appellés racines des quarrés 9 & 64, ainsi des autres. Pour mieux faire entendre cela, j'ai dressé la Table ci-après des quarrés & de leurs racines, jusqu'à 100.

Racines.

1....2....3.....4.....5.....6.....7.....8.....9.....10

Quarrés.

1 4 9 16 25 36 49 64 81 100

Par le moyen de cette Table, on peut facilement extraire la racine quarrée de tous les nombres qui ſont au-deſſous de 100, parce qu'ils ſont compris dans icelle; comme ſi on demande la racine quarrée de 49, on trouvera que c'eſt 7; car 7 fois 7 font 49, nombre quarré.

Mais ſi l'on ne trouve pas quelque nombre exactement dans l'ordre des quarrés, on prendra le prochain moindre; comme ſi l'on vouloit extraire la racine quarrée de 69, on prendra 64, qui eſt le prochain quarré au-deſſous de 69, dont la racine eſt 8 pour nombre entier; le reſte, qui eſt 5, ſera une fraction, dont il ſera parlé page 337.

Mais ſi le nombre duquel on veut extraire la racine quarrée eſt plus que 100, par exemple 73964, il faut opérer en cette ſorte.

Ayant poſé le nombre dont il eſt queſtion, & formé un demi-cercle au-devant d'icelui, pour poſer le quotient comme à la diviſion, il faut ſéparer les figures de deux en deux avec un point, commençant à la premiere figure vers la main droite, & finiſſant à gauche, comme en cet exemple; le dernier point tombe ſur le 7, qui eſt à main gauche: on dira donc pour commencer, la racine quarrée de 7 eſt 2, qu'il faut écrire au quotient, & auſſi ſous le 7, ſi l'on veut, puis dire, 2 fois 2 font 4, leſquels ôtés de 7, reſte 3, que l'on écrira au-deſſus du 7, barrant en même-temps le 7 & le 2 auſſi qui eſt au-deſſous, comme à la diviſion.

	3
7.	39. 64. (2
x	

Enſuite pour trouver un diviſeur, il faut doubler la racine 2, qui eſt venu au quotient, il viendra 4,

qu'il faut mettre au-dessous de 33, mais en avançant d'une figure comme à la division; puis dire, en 33 combien de fois 4: je trouve qu'il y est 7 fois, lequel 7 étant écrit au quotient, ensuite de 2 déjà posé, il le faut aussi écrire pour diviseur sous le 9, puis on dira, 7 fois 7 font 49, ôtés de 49, reste zéro, & retiens 4; puis continuant, 7 fois 4 font 28, & 4 que j'ai retenu, font 32, ôtés de 33, restera 1 que j'écris au-dessus de 3.

3	10		
7	39	64	(27
2	47		

Maintenant pour trouver un second diviseur, il faut doubler les deux racines 27: disant deux fois 7 font 14, je pose 4 sous 6, & retiens 1; ensuite je dis, 2 fois 2 font 4, & 1 que j'ai retenu font 5, que j'écris sous 7, vis-à-vis du zéro; puis je dis, en 10 combien de fois 5, je trouve qu'il n'y peut être qu'une fois, que j'écris au quotient: ayant posé 1 au quotient, on l'écrira aussi pour diviseur sous 4, premiere figure à main droite, & continuant comme à la division, on dira, une fois 1 est 1, ôté de 4 qui sont dessus, reste 3, qu'il faut écrire sur 4; puis, une fois 4 est 4, ôtés de 6, reste 2, qu'il faut écrire dessus 6; puis une fois 5 est 5, lesquels ôtés de 10, reste pour 5, qu'il faut écrire sur le zéro;

	8		
3	10	32	
7	39	64	
			(271
2	47	41	
	8		

le tout comme il se voit par les opérations ci-dessus.

L'opération étant ainsi achevée, on trouve que la racine en nombres entiers est 271, & qu'il reste 523, dont il sera parlé ci-après.

Preuve de l'extraction de la racine quarrée.

Pour preuve, il faut multiplier 271 par eux-mêmes, & ajouter à leur produit le reste de l'extrac-

tion, qui eſt 523, la ſomme des produits ſera 73964, qui eſt le nombre duquel on a tiré la racine quarrée; & s'il ne reſte rien, on ajoutera tout ſimplement les produits, la ſomme donnera le nombre requis: ce que l'on obſervera généralement pour la preuve de la racine quarrée.

Opération de la preuve.

```
  271
  271
 ----
  271
1897
542
  523 reſte
 -----
 73964
```

Autre Preuve de la racine quarrée par 9.

Comme la preuve de la racine quarrée par 9 a été juſqu'à préſent négligée, parce qu'elle n'eſt pas de grande utilité, & par cette raiſon que les Auteurs, qui ont traité de l'Arithmétique, n'ont pas voulu ſe donner la peine de l'expliquer, je n'en parlerai que fort légérement & comme par curioſité, afin de témoigner au Lecteur que je n'ai voulu rien omettre de ce que j'ai jugé lui devoir donner quelque ſatisfaction.

Je propoſerai donc la queſtion ſuivante, pour mettre en pratique ladite preuve.

On veut extraire la racine quarrée de 67895. ℞. 260, & reſte 295.

```
      2                    8
  6. 78.  95
 ---------- ( 260        1 X 7
  2. 46.  20                88
      8
```

Ayant

Ayant trouvé que la racine du nombre ci-dessus est 260, & qu'il reste 295, je pose une croix, comme on a coutume en faisant cette même preuve de 9 aux Regles d'Addition, Soustraction, &c. puis je tire la preuve de 260, je trouve que c'est 8, que je pose au haut de ladite croix. Ensuite je quarre 8, font 64, dont la preuve est 1, que je pose au bras gauche de la même croix.

Cela fait, je tire la preuve de 295 restés, il vient 7, que je pose au bras droit de la croix; puis j'ajoute 7 & 1, qui sont aux deux bras de la croix, il vient 8, que je pose au bas de ladite croix. Enfin je tire la preuve de 67895, il vient aussi 8, égal au dernier 8 trouvé, que je pose auprès d'icelui, & c'est la preuve. S'il n'y avoit point eu de reste, au lieu de 7 il faudroit écrire zéro. Le reste se doit sous-entendre.

Remarque. Comme le nombre ci-dessus proposé n'est pas quarré, puisqu'il reste 295, si on le vouloit rendre parfaitement quarré, & par conséquent avoir 161 pour racine, sans reste, au lieu de 260, on demande combien il y faudroit ajouter. Il faut doubler la racine 260, plus 1, il viendra 521, & de 521 soustrayant 295, le reste sera 226, qu'il faut ajouter au nombre 67895 ci-dessus proposé, il viendra pour somme 68121, dont la racine quarrée est 261.

Mais si au lieu d'augmenter la racine, on vouloit exprimer en fractions le reste de l'extraction ci-dessus, il faut doubler la racine 260, plus 1, comme ci-devant, il viendra 521 pour dénominateur, posant 295, qui est le reste, pour numérateur, & la fraction sera $\frac{295}{521}$, comme il se voit par l'opération que je commence ci-après.

2 x

6 78 95 (260 $\frac{295}{521}$.

x 46 20

5

Tirer la racine quarrée d'entiers & fractions.

On veut tirer la racine quarrée de 2280 $\frac{1}{16}$: il faut réduire les 2280 $\frac{1}{16}$ en seiziemes, il viendra $\frac{36481}{16}$; puis tirant la racine quarrée du numérateur 36481, il viendra 191 ; en tirant aussi la racine quarrée de 16, il viendra 4, & ce seront $\frac{191}{4}$, ou par réduction en entiers, 47 $\frac{3}{4}$.

Tirer la racine quarrée des fractions radicales.

On veut tirer la racine quarrée de $\frac{9}{16}$: il faut tirer la racine de 9, il viendra 3, & la racine de 16 sera 4, qu'il faut écrire en fraction, & ce sont $\frac{3}{4}$ pour la racine de $\frac{9}{16}$.

Extraire la racine des fractions irradicales, comme de $\frac{5}{7}$.

Il faut multiplier 5 par 7, il vient 35, & au lieu de 35, il faut prendre le nombre quarré le plus proche, qui est 36, dont la racine est 6, que l'on posera pour numérateur, & 7 pour dénominateur, & ainsi la racine de $\frac{5}{7}$ sera $\frac{6}{7}$, à fort peu près.

Pour preuve, multipliez $\frac{6}{7}$ par $\frac{6}{7}$, il viendra $\frac{36}{49}$, dont la racine quarrée est $\frac{6}{7}$, comme ci-dessus.

De l'utilité & usage de la racine quarrée.

L'utilité de la racine quarrée se verra dans la Géométrie ci-après, & se pratiquera aussi en plusieurs questions, que je proposerai dans mon Questionnaire en leur lieu.

Pour la guerre, elle sert à former un bataillon par le moyen d'une quantité d'hommes, soit qu'il soit quarré d'hommes, ou quarré de terrein.

Le bataillon quarré d'hommes est celui qui a toutes les faces égales, c'est-à-dire, autant d'hommes de front que de flanc.

Et le bataillon quarré de terrein eſt celui dont les hommes occupent une place de terre quarrée.

Queſtion.

Etant donné 898 hommes pour en former un bataillon quarré, ſavoir combien il y en aura de chaque côté.

Il faut extraire la racine quarrée de 898 hommes, comme il a été enſeigné ; il viendra 29 pour racine, & reſtera 57 hommes, dont on fera un peloton. Mais ſi on vouloit que le total y fût employé, c'eſt-à-dire, qu'il y eût 30 de front & de flanc, ſavoir combien on devroit y ajouter d'hommes.

Pour faire cette Regle, il faut doubler la racine, & ajouter 1, comme il a été enſeigné, & de ce double il viendra 59, dont il faut ôter 57, qui ſont reſtants de l'extraction, & reſtera 2, c'eſt-à-dire, 2 hommes, qu'il faudra ajouter au nombre premiérement propoſé à ranger en bataillon quarré, comme il ſe voit ci-deſſous.

Opération.

4	57			59	
8	98	29	côté	57	reſte
		29			
2	49	1		2	hommes à ajouter.
		59			

Etant donné un nombre d'hommes pour faire un bataillon quarré de terrein, pour trouver combien contiendra le front, & combien la file,

Il faut concevoir qu'au bataillon quarré de terrein, les hommes en front occupent 3 pieds de diſtance les uns des autres, & 7 en file ou en hauteur ; tellement que ſi l'on veut trouver le nombre des hommes de front, il faut faire une Regle de Trois, poſant au premier terme 3, au ſecond 7, & au troiſieme le nombre des hommes donnés ; puis extrayant

la racine quarrée du quatrieme terme, il viendra pour racine les hommes du front.

Si au contraire on veut ſavoir les hommes de la file, on dira :

Si 7 donnent 3, combien, &c.

Exemple.

On propoſe 525 hommes à mettre en bataillon quarré de terrein ; on demande combien il y aura d'hommes de front ; il faut dire :

Si 3 donnent 7 ... 525 $\cancel{3}$
7 $\cancel{12}.\cancel{25}$
——— ——— (35 hommes
3675 $\cancel{3}\ \cancel{65}$ de front.
$\frac{1}{3}$ 1225

Pour avoir ceux de la file, il faut dire :

Si 7 donnent 3.... 525 $\cancel{1}$
3 $\cancel{2}.\cancel{25}$
——— ——— (15 hommes
1575 $\cancel{1}\ \cancel{25}$ pour la file.
$\frac{1}{7}$ 225

Pour preuve, il faut multiplier le nombre des hommes du front par ceux de la file, & ſi le produit ſe trouve égal à 525, nombre propoſé, l'opération ſera bonne.

35 hommes de front.
15 hommes de la file.
———
175
35
———
Produit 525 hommes, & c'eſt la preuve.

Avertiſſement.

Après avoir amplement expliqué les principes néceſſaires pour tirer la racine quarrée, tant des nombres entiers, que des entiers & fractions conjointement, comme auſſi des fractions ſéparément, j'ai

jugé à propos de faire ſuivre les queſtions ſuivantes, appliquées au ſujet de la racine quarrée.

Premiere Queſtion.

On veut former un bataillon en forme rectangulaire, en proportion triple, comme de 1 à 3, par le moyen de 2523 ſoldats; on demande combien il y aura d'hommes de front, comme auſſi de flanc: diviſez 2523 par 3, il viendra 841, dont la racine quarrée eſt 29 pour le flanc. Et pour avoir le nombre des hommes du front, multipliez 29 par 3; il viendra 87 pour le front.

Pour preuve, multipliez 87 par 29, il viendra 2523, comme il a été propoſé.

Seconde Queſtion.

On veut mettre 465 hommes en bataillon qui ſoit en forme équilatérale ou triangulaire; mais on entend que le premier rang ſoit 1 homme, le deuxieme rang 2, & le troiſieme 3; on demande combien il y aura de rangs, & combien il y aùra d'hommes au dernier rang.

Doublez 465, & du double tirez la racine quarrée, il viendra 30 pour le dernier rang; c'eſt-à-dire, qu'il y aura 30 rangs. Pour preuve, ajoutez le premier rang, qui eſt 1, avec 30, il viendra 31, qu'il faut multiplier par la moitié de 30, qui eſt 15, il viendra au produit 465; ainſi des autres.

Troiſieme Queſtion.

On veut former un bataillon par le moyen de 758 hommes, mais on entend que ce ſoit en proportion comme de 1 à $3\frac{1}{2}$; on demande combien il y aura d'hommes de front & de flanc.

Réduiſez $3\frac{1}{2}$ en demi, il viendra 7; & d'autant que nous agiſſons par $\frac{1}{2}$, doublez 758, il viendra 1516 à diviſer par 7, le quotient ſera 216, & reſte 4, dont la racine quarrée eſt 14, & reſtera 20; partant 14 ſera le nombre du front. Pour avoir le flanc, multipliez 14 par $3\frac{1}{2}$, il viendra 49.

Pour preuve, multipliez 49 par 14, le produit ſera 686; puis multipliez 20, reſtés de l'extraction, par 7, diviſeur, le produit ſera 140, auxquels ajoutant les 4 reſtés de la diviſion, le tout fait 144, dont la moitié eſt 72, qu'il faut ajouter à 686, & le tout ſera 758, comme veut la queſtion.

Quatrieme Queſtion.

Il y a 400 hommes deſquels on veut former un bataillon en forme de loſange; on demande combien il y aura d'hommes à chacun des côtés du bataillon.

Pour former un bataillon en forme de loſange ou rhomboïde, il faut former deux bataillons en forme équilatérale, & les joindre enſemble pour former la loſange; mais il faut qu'il y en ait un où il y ait un rang plus qu'à l'autre.

Pour former un bataillon, on a coutume de doubler le nombre; mais pour le dreſſer en loſange, il ne faut pas doubler, il faut ſeulement extraire la racine quarrée du nombre des hommes, comme de 400, laquelle ſera 20, pour la plus grande moitié de la loſange; elle ſera donc équilatérale, & l'autre moitié équilatérale auſſi; mais les côtés de ce dernier ne ſeront que de 19 hommes, leſquels joints enſemble, ſeront une véritable loſange de 400 hommes.

Et pour trouver le grand triangle, qui a 20 de tous côtés, il faut ajouter, ſelon la progreſſion arithmétique, le premier rang 1 avec le dernier 20, la ſomme ſera 21, que vous multiplierez par la moitié de 20, qui eſt 10; il viendra 210 pour les hommes qui compoſent le plus grand triangle.

Ajoutez auſſi le premier rang du petit triangle avec le dernier, ſavoir 1 avec 19, la ſomme ſera 20, que vous multiplierez par $9\frac{1}{2}$; moitié de 19; le produit ſera 190, que vous ajouterez à 210; la ſomme ſera 400 hommes, qui compoſent le bataillon en forme de rhomboïde ou loſange.

DE L'EXTRACTION

de la Racine Cubique.

LE Cube géométrique eſt un corps ayant trois dimenſions, ſavoir, longueur, largeur & profondeur ou hauteur, lequel forme ſix ſuperficies égales & quarrées, telles qu'elles ſont repréſentées en la figure d'un dé à jouer, à la reſſemblance duquel on appelle du nombre cube, qui eſt fait d'un nombre multiplié par ſoi-même deux fois, comme ſi on multiplie 6 pieds par 6, il viendra 36 pieds quarrés, & 6 multipliés encore par 36, font 216 pieds cubes contenus dans la toiſe cube.

Tout nombre cube a pour côté ou racine le nombre qui commence à multiplier pour le produire, & réciproquement, le produit eſt appellé le cube de la racine cubique même.

Quand les racines des nombres cubes ſont données, il eſt facile d'en trouver les cubes ; mais les cubes étant donnés, il eſt difficile d'en trouver les racines ; néanmoins l'on en vient à bout, ſi on connoît les cubes des racines, qui ſont, depuis l'unité juſqu'à dix, exprimées en la Table ſuivante, qu'il eſt néceſſaire d'apprendre par cœur pour opérer plus facilement dans l'extraction de la racine cubique de tout nombre propoſé.

TABLE.

Racines	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Quarrés	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
Cubes	1.	8.	27.	64.	125.	216.	343.	512.	729.	1000

Après avoir entendu la Table ci-deſſus, ſi d'aventure l'on veut extraire la racine cubique d'un nombre qui ſoit compris juſtement en icelle, ou moindre que le plus grand cube ſuivant, l'on cherchera le même dans la ligne des cubes, s'il s'y rencontre, & au-deſſus d'icelui ſe rencontrera ſa racine cubique. Si d'aventure le nombre ne ſe rencontroit pas préciſément, on prendra la racine cubique du plus prochain moindre de la Table; & ôtant le cube pris à la Table du nombre duquel on veut extraire la racine, le reſte de la ſouſtraction ſera écrit ſur une ligne pour numérateur d'une fraction dont il ſera parlé ci-après, page 350.

Exemple.

Si je veux extraire la racine cubique de 437, je cherche dans la Table à la ligne des cubes, & trouve que 437 ſe rencontre entre 343 & 512; partant je prends 343, nombre cube prochain, duquel la racine cubique eſt 7, pour la racine du nombre propoſé, & reſte 94.

Mais pour extraire la racine cubique d'un nombre au-deſſus de 1000 contenu en la Table, comme de 48627125, après avoir écrit ledit nombre, on ſéparera les figures de 3 en 3 avec un point, à cauſe des 3 dimenſions du cube, commençant premiérement à main droite, & finiſſant à la gauche, comme il ſe voit dans l'opération ſuivante; on décrira auſſi au-devant dudit nombre un demi-cercle comme à la diviſion, pour poſer les racines que l'on trouvera en faiſant l'extraction.

Exemple.

On veut extraire la racine cubique de ce nombre 48627125 ; ayant séparé les figures de 3 en 3 , comme il a été enseigné ci-dessus, il faut prendre la racine cubique de la premiere séparation ,qui est 48 , & on trouvera que la racine est 3, lequel 3 sera écrit au quotient pour racine ; ayant écrit 3 , il le faut cuber , & son cube est 27 , qu'il faut soustraire de 48 , & le reste 21 sera écrit sur 48 , comme en la division.

21
48. 627. 125. (3
——————————
27

Pour seconde opération, où il faut trouver un diviseur , il faut prendre le triple du quarré de la racine déjà posé , qui est 3 , disant : 3 fois 3 font 9 , & 3 fois 9 font 27 (ce que l'on observera généralement pour trouver les diviseurs ;) lequel diviseur 27 sera écrit sous 48 , mais en avançant d'un degré ; puis on dira comme à la division , en 21 combien de fois 2 , on sait qu'il y est naturellement 9 & plus ; mais je suppose qu'il y puisse entrer seulement 6 fois , j'écris donc 6 au quotient pour racine ; cela fait , je multiplie le diviseur 27 par 6 , il vient 162 au produit , que j'écris à l'écart ; ensuite je prends le triple du quarré de la racine 6 , il vient 108 , parce que le quarré de 6 est 36 , & le triple de 36 est 108 aussi que je multiplie par la premiere racine trouvée , qui est 3 , & le produit est 324 , que j'écris sous 162 , mais en avançant d'un degré.

Enfin, je cube la racine 6, & son cube est 216 , que j'écris sous 324 , en avançant encore d'un degré ; puis ajoutant ces trois produits, mis l'un sous l'autre à l'écart , la somme est 19656 , qu'il faut soustraire de 21627 , & le reste sera 1971 , qu'il faut écrire sur 21627 , comme il se voit par l'opération ci-après.

	27 diviseur.	Produits.
	6 racine.	162
xx 971		324
48. 627. 125.	162 produit.	216
	(36 36 quarré.	
x7	3	19656
x 7 diviseur.		
x 9 6 8 6	108 triple.	
	3	
	324 produit.	
	216 cube de 6.	

Par cette méthode d'extraire la racine cubique en posant à l'écart les produits, on voit si la somme d'iceux est plus grande ou plus petite que ce qui est resté de la premiere opération pour la seconde, ou de la seconde pour la troisieme, & ainsi de suite. Si la somme des produits est plus grande, c'est signe que l'on ne peut pas mettre pour racine un si grand nombre que celui que l'on a supposé ; si aussi la somme est un peu moindre ou égale, c'est signe que la racine est bien trouvée, comme dans l'exemple ci-dessus la somme des produits est 19656, & le reste étoit 21627 ; par conséquent, on peut mettre hardiment 6 pour seconde racine ; & observant ce que ci-dessus, l'on est assuré si on peut mettre la racine supposée, ou non, parce que si la somme des produits est plus grande que le reste du nombre de l'extraction, il faut supposer un moindre nombre pour racine ; ce que l'on observera pour chaque opération, soit deuxieme, troisieme, quatrieme, cinquieme, &c.

Pour troisieme opération, il faut encore trouver un diviseur, & pour faire cela, il faut prendre le triple du quarré des deux racines déjà trouvées,

qui font 36, en la même maniere que ci-devant; le produit ſera 3888, qu'il faut poſer pour diviſeur ſous 1971 reſtés, mais en avançant d'un degré.

Puis pour trouver la racine de la troiſieme tranche ou ſéparation, je dis, en 19 combien de fois 3: je juge qu'il y peut entrer ſeulement 5 fois; je poſe donc 5 pour racine au quotient: puis pour voir ſi je puis poſer 5, je multiplie le diviſeur 3888 par la racine 5, il vient 19440, que j'écris à l'écart, comme je l'ai expliqué ci-devant.

Enſuite je prends le triple du quarré de la racine 5, il vient 75, que je multiplie par les deux premieres racines 36, & le produit eſt 2700, que j'écris ſous 19440, en avançant d'un degré.

Enfin je cube la même racine 5, il vient 125 pour ſon cube, que j'écris ſous 2700, en avançant encore d'un degré.

En faiſant addition des trois produits, la ſomme ſera 1961125, qu'il faut écrire ſous les nombres reſtants du nombre dont on fait l'extraction; & faiſant la ſouſtraction, il ne reſtera rien: partant, le nombre 48627125, ci-devant propoſé, eſt un nombre parfaitement cube, dont la racine cubique eſt 365; comme il ſe verra par l'opération entiere ci-après.

xx 9 7 x	36	5
48. 6 x 7 x x 8	36	5
——— (365	———	———
x 7	216	25
x 7	108	3
x 8 6 8 6	———	———
3 8 8 8	1296	75
x 9 7 x x x 8	3	36
	———	———
Second diviseur	3888	450
	5	225
	———	———
Produit du second diviseur.	19440	2700
	2700	
Cube de la racine 5.....	125	
	———	
	1971125	

Preuve de l'Extraction de la racine cubique.

Pour preuve, il faut quarrer la racine, ou plusieurs, s'il y en a, & multiplier le produit par la racine même ; ce dernier produit donnera le nombre proposé duquel on a fait l'extraction, s'il ne reste rien ; mais s'il reste quelque chose, comme en l'exemple ci-dessous, il le faudra ajouter, & on trouvera justement le compte.

Exemple.

On veut tirer la racine cubique de 39678.

Opération.

3	81	produit du diviseur.
x x 7 4 1	81	
3 9. 6 7 8	27	cube.
——— (33	———	
x 7	8937	
x 7		
x 9 x 7		

Ayant fait l'extraction ci-dessus, il est venu 33 pour racine cubique, & reste 3741, que je rapporte à la preuve, comme il a été dit ci-dessus, & la somme de l'addition des deniers produits se trouve égale au nombre proposé, & c'est la preuve.

Preuve.

33
33

99
99

1089 Produit.
33
3267
3267
3741 reste.

Preuve * 39678

Autre Preuve par 9.

Quoique la preuve de l'extraction de la racine cubique par 9 soit extraordinaire, & que jusqu'ici je ne l'aie point vue expliquée dans aucun Auteur, néanmoins je l'ai voulu enseigner par curiosité ; elle se fait ainsi :

Il faut tirer la preuve de la racine 33, il vient 6, qu'il faut poser au haut de la croix.

Ensuite, il faut cuber ce même 6, & son cube est 216, dont la preuve est zéro, qu'il faut écrire au côté gauche de la croix.

Puis il faut tirer la preuve du reste, qui est 3741, il vient 6 de reste, que je pose à main droite de la croix.

Cela fait, j'ajoute le 6, dernier posé avec le zéro, la somme est 6, que j'écris au bas de la croix.

Enfin, je tire la preuve de 39678, nombre proposé, il vient aussi 6, égal au 6 dernier trouvé, & partant il y aura deux figures au bas de la croix, qui doivent être égales ; autrement la Regle seroit fausse, comme il se voit par la pratique.

39678 nombre proposé.
3741 reste de l'extraction.
33 racine.

6
0 X 6
66

Autre Exemple.

Ayant tiré la racine cubique d'un nombre non cube, savoir ce qu'il faut ajouter à icelui pour le rendre parfaitement cube, & partant, augmenter sa racine d'une unité, comme dans l'exemple ci-dessous de 188 proposés, dont la racine cubique est 5, & reste 63.

Il faut prendre le triple du quarré de la racine, il viendra 75; il faut encore tripler la racine 5, il viendra 15, & y ajouter 1 sont 16, qu'il faut écrire sous 75, & ajoutant le tout, la somme sera 91; puis de 91 ôtant 63, qui est le reste de l'extraction, le reste, 28, sera le nombre à ajouter pour le rendre parfaitement cube, & la racine, au lieu qu'elle étoit 5, sera 6, comme il se voit par les opérations.

63
~~188~~
——— (5 racine
~~125~~

5
———
25
3
———
75
15
1 plus
———
* 91

* 91
63
———
28

188
28
———
+ 216

+ ~~216~~
——— (6 racine.
~~216~~

Les 91 ci-dessus peuvent être aussi pris pour dénominateur d'une fraction que l'on écrira sous une ligne, & 63, qui est le reste, seront le numérateur de la

dite fraction, que l'on écrira sur la même ligne, & ainsi la racine de 188 sera 5 entiers & $\frac{63}{91}$ au plus près. Ce que l'on observera pour le reste de toutes les extractions cubiques.

Il faut remarquer qu'en faisant l'extraction cubique d'un nombre proposé, s'il reste 1 après l'extraction faite, cette unité sera le numérateur d'une fraction, parce que 1 est un nombre cube & quarré, & le triple du quarré de la racine sera le dénominateur de ladite fraction.

Comme si on disoit, la racine cubique de 28 est 3, & reste 1; ayant écrit cette unité sur une ligne, on voit que le triple du quarré de 3 est 27, qu'il faut écrire sous la même ligne, & partant, le reste de l'extraction, qui est 1, sera $\frac{1}{27}$, partie de tel entier que l'on voudra.

Autre Exemple.

On veut tirer la racine cubique d'entiers & fractions, comme de $15\frac{5}{8}$.

Il faut réduire $15\frac{5}{8}$ en $\frac{125}{8}$, puis tirant la racine cubique de 125, il viendra 5 pour racine; tirant aussi la racine de 8, il viendra 2, & écrivant 5 sur 2, ce seront $\frac{5}{2}$ ou $\frac{1}{2}$ pour la racine de $15\frac{5}{8}$, & c'est la réponse.

Pour preuve, cubez $\frac{5}{2}$, il viendra $15\frac{5}{8}$; ce qui se fait ainsi, disant: 5 fois 5 font 25, & 5 fois 25 font 125. Ensuite, 2 fois 2 font 4, & 2 fois 4 font 8; puis écrivant 125 sur 8, ce sont $\frac{125}{8}$ égaux à $15\frac{5}{8}$, comme veut la question.

Autre Exemple.

Tirer la racine cubique d'une fraction radicale, comme de $\frac{27}{64}$.

Il faut tirer la racine cubique de 27, il viendra 3.

Il faut aussi tirer la racine de 64, il viendra 4, & ce seront $\frac{3}{4}$ pour racine cubique de $\frac{27}{64}$.

Autre Exemple.

Etant donné une fraction irradicale, comme $\frac{5}{7}$, pour en trouver la racine cubique,

Il faut quarrer 7, il vient 49, qu'il faut multiplier par 5, le produit eſt 245, dont la racine cubique eſt 6, & reſte 29 pour numérateur, & le dénominateur ſera 127; ce ſeront donc $6\frac{29}{127}$ qu'il faut diviſer par 7, & le quotient ſera $\frac{791}{889}$ pour la racine cubique des $\frac{1}{7}$, à fort peu près; ainſi des autres.

Queſtion ſur la racine cubique.

Il y a une terraſſe rectangulaire ſolide, laquelle contient 5832000000 pieds cubes, de laquelle la longueur contient 6 fois la hauteur, & la hauteur 6 fois l'épaiſſeur; on demande combien la longueur, la hauteur & l'épaiſſeur.

Je poſe que l'épaiſſeur ſoit un pied, & ſelon la Regle des rectangles, la hauteur ſera 6 pieds, & la longueur 36, leſquels multipliés l'un par l'autre, le produit donne 216 pieds cubes, & on devoit trouver 5832000000; c'eſt pourquoi la poſition eſt fauſſe; mais ſi je diviſe le tout par 216, le quotient donnera 27000000, deſquels la racine cubique eſt 300 pieds pour l'épaiſſeur, leſquels multipliés par 6, le produit ſera 1800 pour la hauteur, qu'il faut encore multiplier par 6, & on aura au produit 10800. Pour preuve, ſi vous multipliez ces trois produits l'un par l'butre, le dernier produit donnera 5832000000 pieds cubes, comme veut la Regle.

Quoique la racine cubique ne ſerve en rien aux choſes qui concernent le commerce des hommes, & que ce n'eſt qu'une ſubtilité de Géométrie, néanmoins j'ai jugé à propos d'en expliquer amplement le précepte avec toutes ſes circonſtances, afin que ceux qui en auront beſoin, pour la réſolution de pluſieurs queſtions, que l'on verra ci-après enſuite du Traité du Toiſé, puiſſent y avoir recours; autrement ils auroient grande peine de ſortir des difficultés qui ſe rencontrent ordinairement dans les propoſitions concernant la Géométrie.

Fin de l'Arithmétique.

TRAITÉ

DE

GÉOMÉTRIE-PRATIQUE,

Contenant l'Arpentage, & le Toisé des Ouvrages de Maçonnerie, Charpenterie, des Cubes, des Vaisseaux, & autres mesures dépendantes de cette Science.

AVERTISSEMENT.

COMME la Géométrie est une des principales parties des Mathématiques, & très-utile à toutes sortes de personnes, mais principalement à ceux qui travaillent journellement dans l'Arpentage, Maçonnerie, Charpenterie, & autres ouvrages où il s'agit de mesure; je me suis résolu de mettre ce Traité au jour, pour en faire participant le Public, dans l'espérance qu'il en recevra du fruit. J'y traiterai premiérement des définitions de Géométrie; secondement je ferai la description des instruments propres pour l'Arpentage; en troisieme lieu l'Arpentage même; & en quatrieme lieu je donnerai un Traité particulier du Toisé, tant des Plans que des Solides.

Pour commencer, je dirai pour définition que la Géométrie eſt la ſcience de bien & parfaitement meſurer toutes ſuperficies: elle contient quatre parties principales; ſavoir,

La Planimétrie, qui eſt pour la meſure des choſes planes, appellée Arpentage.

L'Altimétrie, qui eſt la meſure des hauteurs élevées orthogonellement où aplomb ſur le plan de la terre, comme ſont Tours, Clochers, Pyramides, & autres.

La Longimétrie, qui eſt la meſure des longueurs, largeurs & diſtances, tant acceſſibles qu'inacceſſibles.

La Stéréométrie, qui eſt la meſure des corps ſolides, leſquels ſe meſurent par les trois dimenſions, longueur, largeur & hauteur, comme murailles, turcies, parapets, plates-formes, vuidanges de foſſés, digues, terraſſes & autres.

Or, pour travailler en ceſdites parties, il faut ſe ſervir, quand la néceſſité le requiert, d'un inſtrument qui ſera repréſenté ci-après, appellé Equerre; & pour cet effet, il eſt néceſſaire de ſavoir les meſures dont on ſe ſert aux pays & lieux où l'on eſt pour travailler, comme à Paris, les meſures ordinaires ſont le pied de Roi ayant 12 pouces, chaque pouce 12 lignes.

La toiſe contient 6 pieds.

La perche 18 pieds, plus ou moins, ſelon le pays, comme il ſe verra au commencement de l'Arpentage. (Il faut remarquer que le tout s'entend par pied courant en longueur.)

Le pied quarré contient 12 pouces de long ſur 12 pouces de large, qui font 144 pouces quarrés pour le pied quarré.

La toiſe quarrée contient 6 pieds de long ſur 6 pieds de large, faiſant 36 pieds quarrés pour la toiſe quarrée.

La perche quarrée contient 18 pieds de long sur 18 pieds de large, faisant 324 pieds quarrés pour ladite perche quarrée.

Et ainsi il faut multiplier la longueur par la largeur de toutes les mesures qui se rencontrent dans les divers Pays, qui donneront différentes superficies, comme les longueurs & les largeurs sont inégales.

J'ai supposé ci-devant que la perche étoit de 18 pieds, dont la superficie se trouve quarrément sur le pied; & si on supposoit ladite perche être de davantage de pieds, la quantité se trouveroit plus; si elle étoit de moins de pieds, elle se trouveroit moins aussi.

Cela supposé:

Le pied cube contient 12 pouces de long, sur 12 pouces de large, & 12 pouces de hauteur, faisant en tout son quarré cube 1728 pouces cubes: & ainsi dans les autres mesures pour les cubes, il n'y a qu'à considérer trois dimensions, longueur largeur & hauteur, & dans le quarré, longueur & largeur seulement; ce qu'il faudra bien observer pour éviter de notables abus qui se peuvent commettre dans les opérations de la mesure.

Ayant expliqué ce que c'est que la Géométrie, & l'ayant divisée en quatre principales parties, il reste à traiter des définitions, par lesquelles on apprend à discerner les divers sujets qui tombent sous la mesure, lesquels ont des formes diverses approchantes à peu-près des figures, comme triangle, quarré, quarré-long ou rectangle, rhombe, rhomboïde, trapeze & trapezoïde, ovale, cercle & autres superficies régulieres & irrégulieres, c'est-à-dire, qui ont plusieurs ou différents côtés en longueur, desquels je ferai connoître ci-après la pratique par des Regles fondamentales qui ne peuvent recevoir aucun doute, pourvu que l'on ait bien observé les longueurs & largeurs dans le trait quarré, quand il s'y trouve.

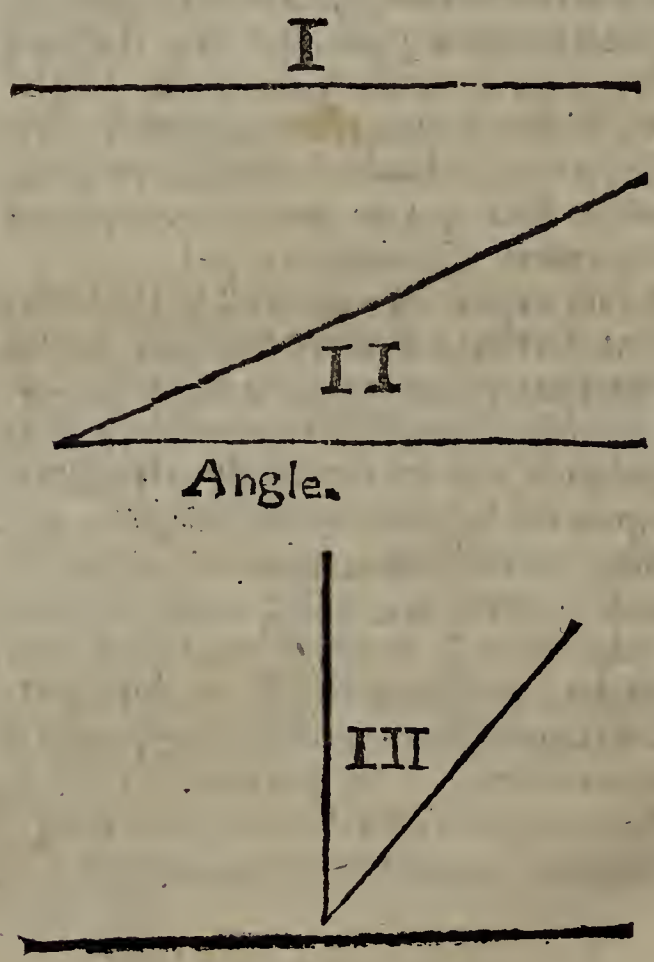
Définition de la Géométrie.

1. La ligne droite eſt celle qui eſt également contenue entre ſes extrémités, ou le plus court chemin d'un point à un autre.

2. Angle eſt l'inclination d'une ligne droite à une autre, de ſorte qu'elle ne faſſe pas une ſeule ligne droite.

3. Quand une ligne droite tombant ſur une autre ligne droite, fait l'angle d'un côté auſſi grand que l'autre, cette ligne eſt appellée perpendiculaire, & les angles ſont appellés angles droits.

L'angle droit eſt celui qui a 90 degrés ; celui qui excede les 90 degrés eſt appellé obtus ; & celui qui eſt moins eſt appellé aigu.

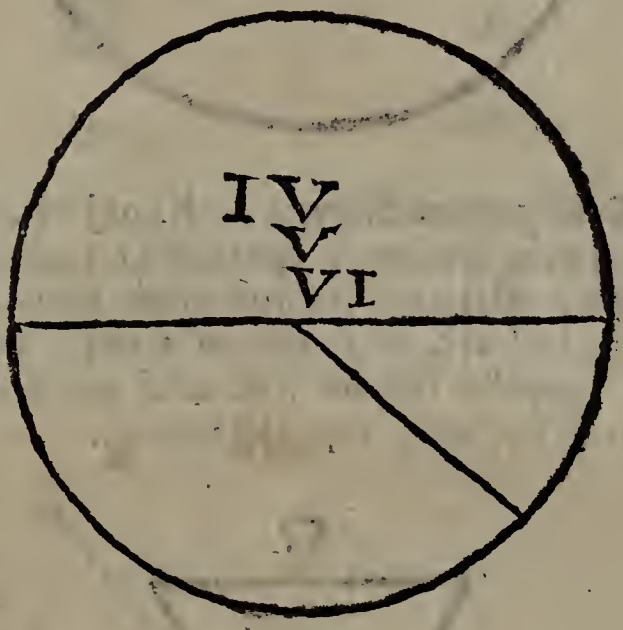


Remarque. Deux lignes droites n'enferment point une eſpace.

4. Figure eſt ce qui eſt enclos d'une ou de pluſieurs lignes, & de celle-là le cercle eſt une figure contenue d'une ſeule ligne, appellée circonférence, au-dedans de laquelle il y a un point, duquel toutes les lignes tirées à la circonférence ſont égales. Ce point eſt appellé centre.

5. Diametre du cercle eſt une ligne droite paſſant par le centre, & ſe terminant à la circonférence.

6. Le demi-cercle eſt une figure compriſe de la moitié da la circonférence & du diametre.

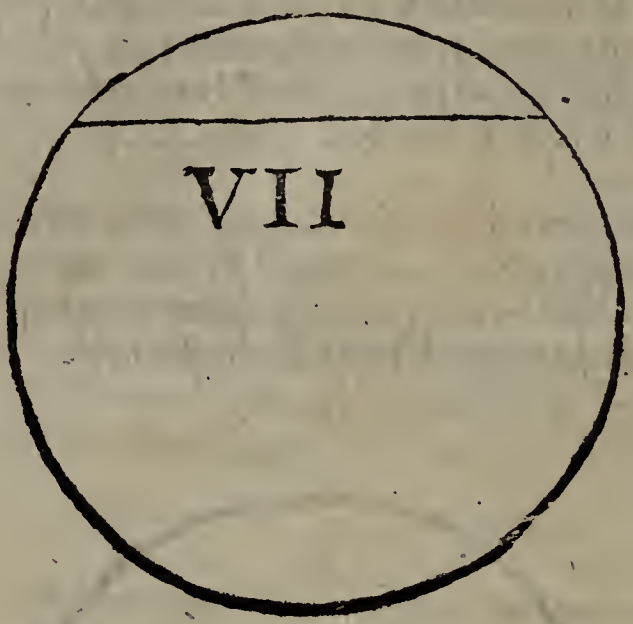


7. Grand ſecteur de cercle eſt une figure compoſée de deux demi-diametres, & de plus de la moitié de la circonférence.

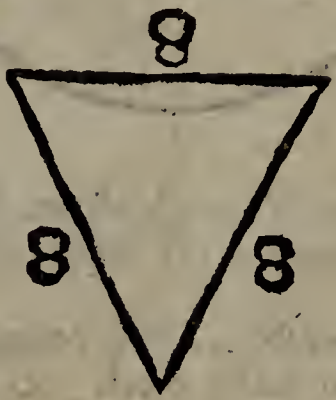
8. Petit ſecteur eſt une figure compoſée de deux demi-diametres du même cercle, & d'une moindre partie de circonférence.

9. Portion de cercle eſt une figure compriſe d'une

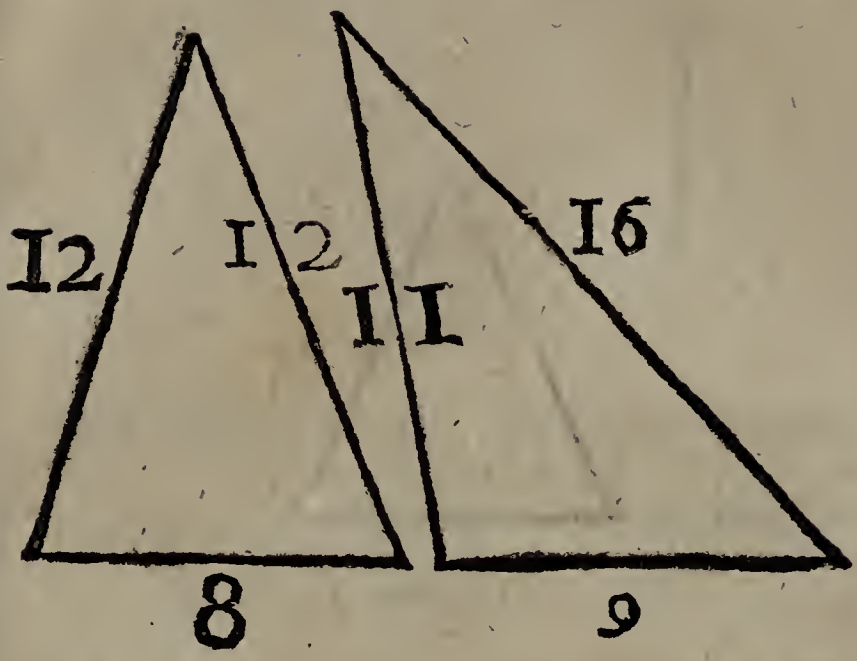
ligne droite, & d'une portion de la circonférence plus grande ou plus petite que la moitié.



10. Des figures rectilignes, celle qui eſt contenue de trois lignes droites eſt appellée Triangle ; & des Triangles, celui qui a les trois côtés égaux, s'appelle Equilatéral ; celui qui en a deux ſeulement égaux, s'appelle Iſocelle ; & celui qui a tous les trois côtés inégaux, s'appelle Scalene.

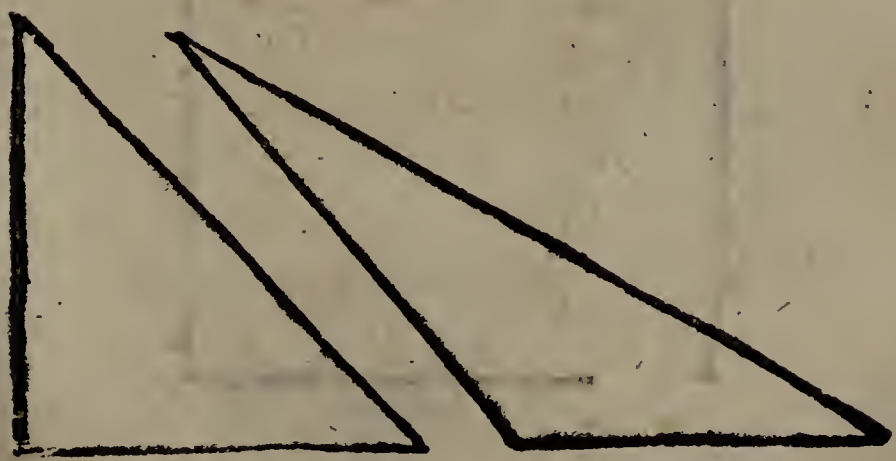


Equilatéral.

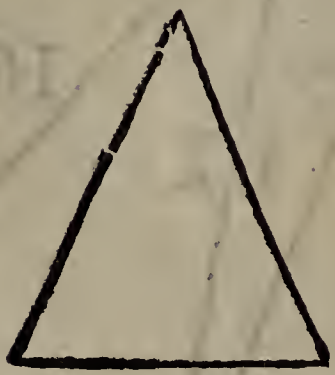


Iſocelle. Scalene.

11. Les Triangles ſont auſſi appellés Rectangles, qui ont un Angle droit, & Ambligone qui a un Angle obtus, & Oxigone, qui a les trois Angles aigus.



Rectangle. Ambligone.



Oxygone.

12. Le quarré qui a les quatre côtés égaux & les angles droits, & quarré-long qui a les quatre angles droits, & les côtés opposés seulement égaux.

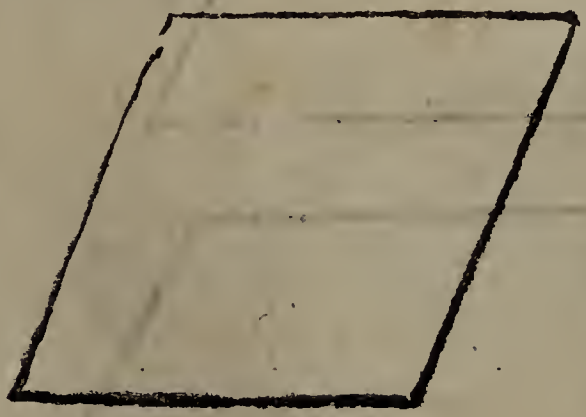
Quarré.

Quarré

Quarré - long.

13. Rhombe eſt une figure de quatre côtés égaux & paralleles, ayant deux angles obtus oppoſés, & deux angles aigus auſſi oppoſés. Rhomboïde eſt une figure auſſi de quatre côtés paralleles; ſavoir, deux longs & deux courts, ayant deux angles obtus & deux aigus.

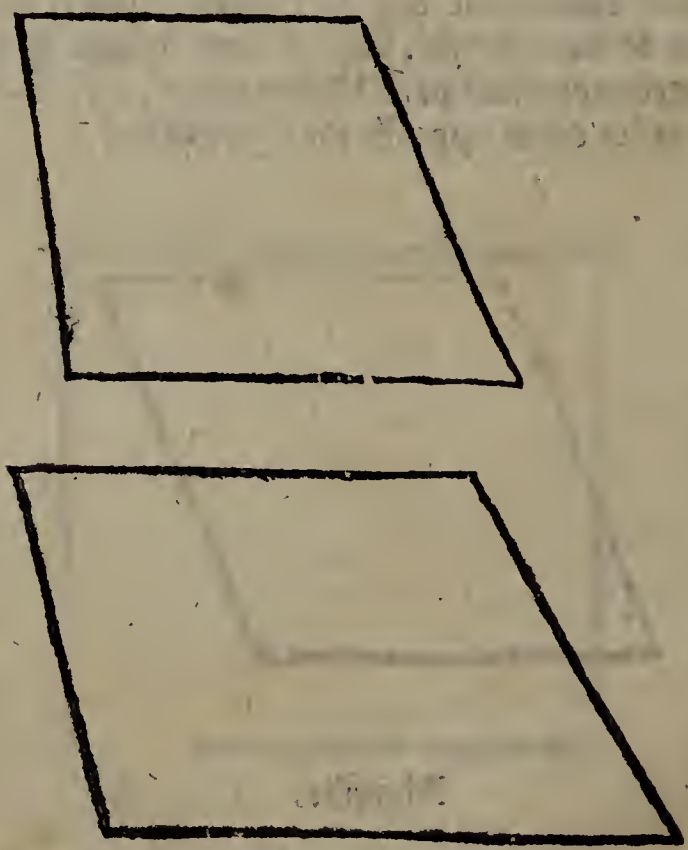
Il faut remarquer que le quarré, quarré-long, rhombe & rhomboïde, ſont quatre figures que les Géometres appellent parallélogrammes, c'eſt-à-dire, que tous les côtés oppoſés ſont paralleles.



Rhombe.

Rhomboïde.

14. Trapeze eſt une figure de quatre côtés, qui n'eſt ni quarré, ni quarré-long, rhombe ni rhomboïde; il a deux côtés paralles & inégaux.



Trapezes.

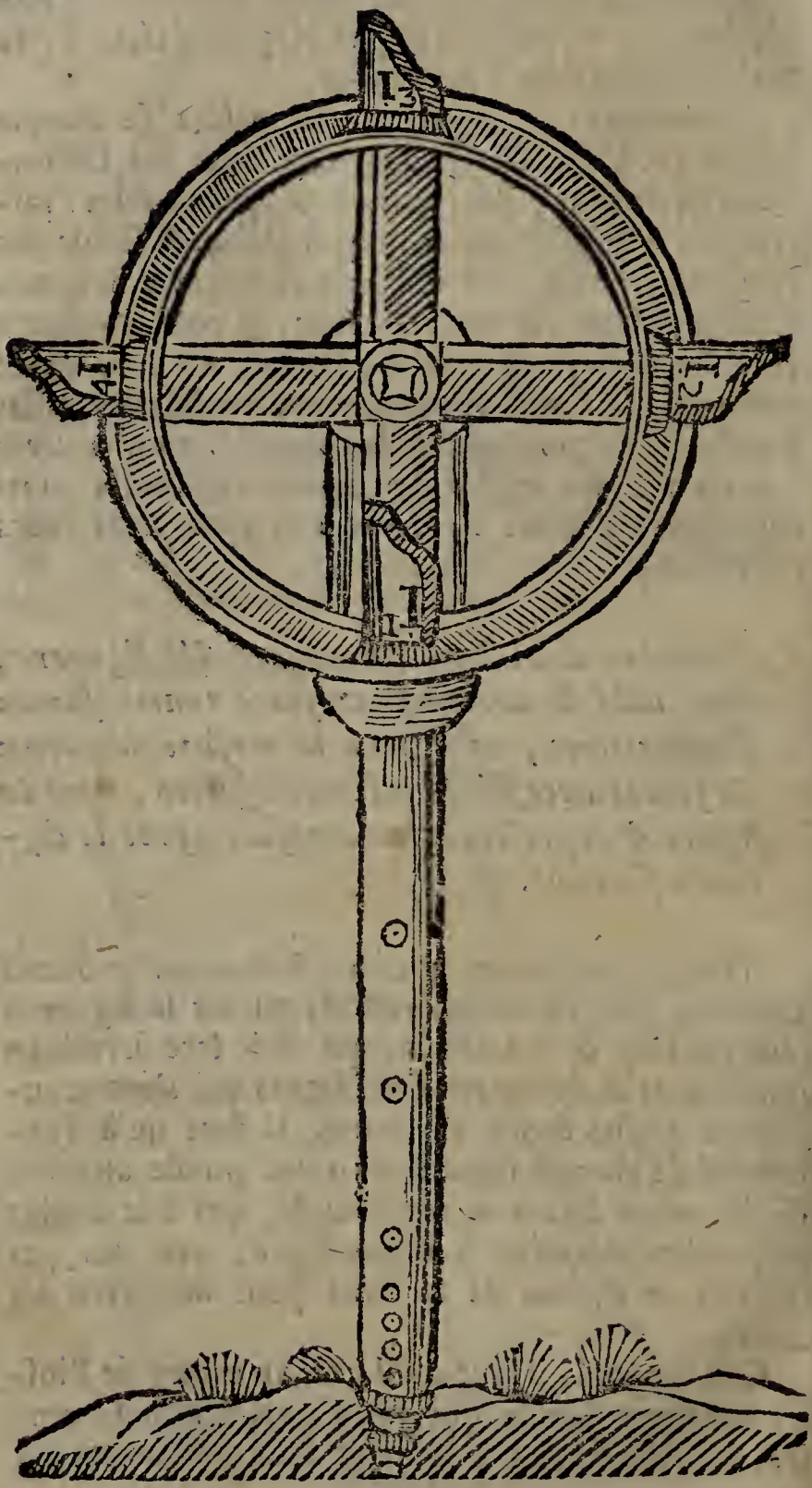
15. Trapézoïde, eſt une figure de quatre côtés inégaux, ayant auſſi les angles inégaux, dont il ſera parlé ci-après dans l'Arpentage.

Auparavant de traiter de la meſure de chaque figure en particulier, contenue dans les Définitions ci-devant, j'ai trouvé à propos de faire l'inſtruction d'un inſtrument duquel il faut ſe ſervir ſur le terrein, lorſqu'il eſt queſtion de trouver les meſures des ſujets; & pour abréger, je vous dirai que je le diviſe en deux parties; ſavoir, en ſimple, & compoſé: le ſimple, pour ſervir dans les opérations ſimples de l'arpentage; & le compoſé, pour trouver l'ouverture des angles des figures régulieres ou irrégulieres, comme il ſe verra ci-après dans leurs opérations.

Deſcription d'un Inſtrument appellé Equerre, très-utile & abrégé pour faire toutes ſortes d'opérations, tant pour la meſure des lieux ou ſujets acceſſibles qu'inacceſſibles, dont la figure & repréſentation s'enſuit après le diſcours ſuivant.

Il faut premiérement que ledit Inſtrument, nommé Equerre, ſoit en forme ronde, qui eſt la figure la plus parfaite & infaillible, qui doit être diviſée en quatre parties égales par deux lignes qui s'entrecoupent en angles droits au centre. Il faut qu'à l'extrémité de chaque ligne il y ait une pinule attachée de la même forme ci repréſentée, qui ſoit fendue perpendiculairement à droite ligne, avec un petit trou au-deſſous de la fente pour découvrir les objets.

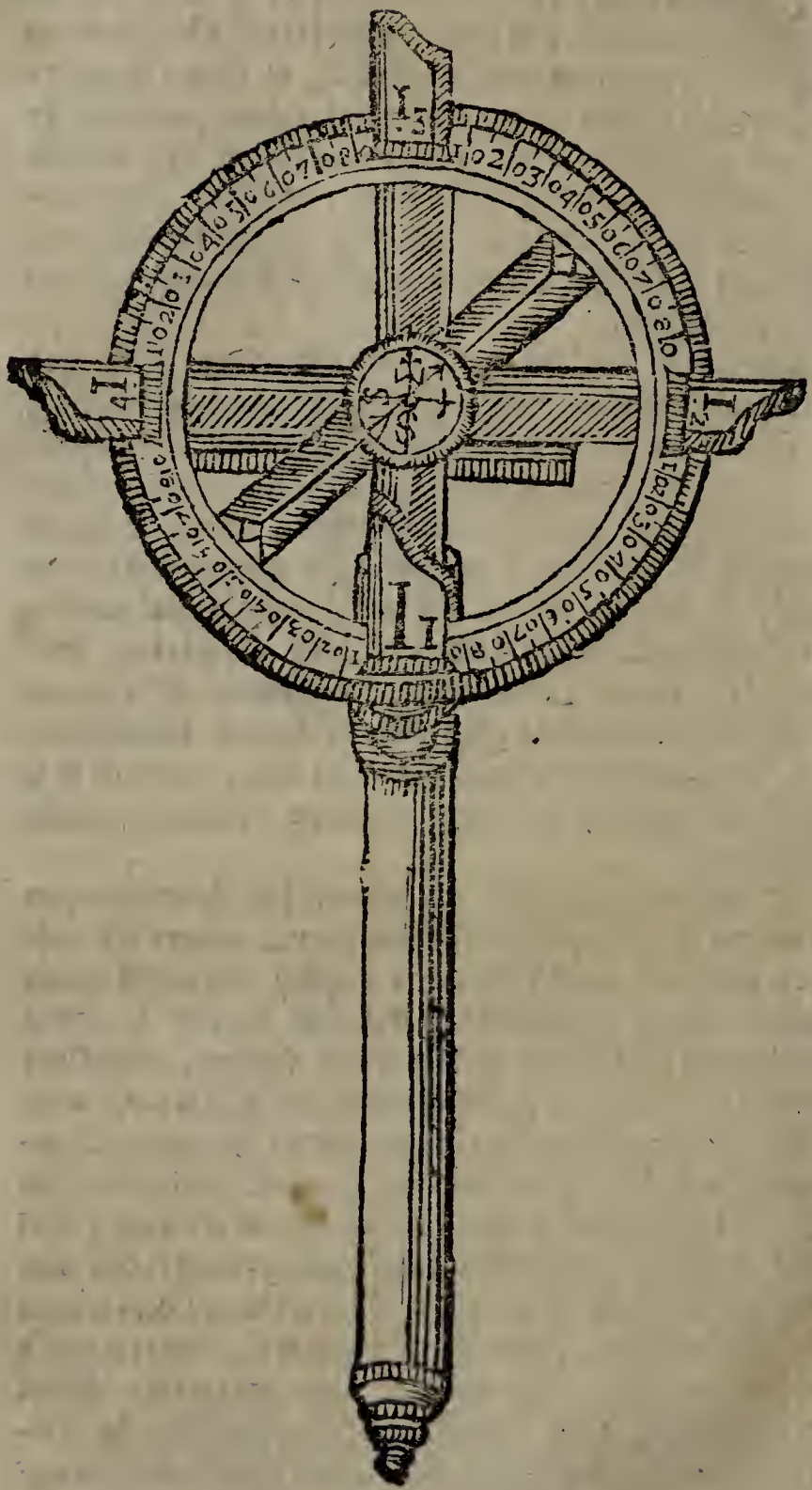
Cela ſuppoſé, il faut qu'il y ait au centre de l'inſtrument une douille qui entre à vis dans ledit centre, laquelle ſervira à ſoutenir ledit inſtrument ſur


13
14
12
11

son bâton, haut environ de quatre à cinq pieds, selon la hauteur de l'œil, qui doit être divisé en pieds & pouces, pour opérer facilement, & éviter la peine de prendre à tout moment la chaîne pour mesurer de petites distances. Ledit instrument peut être fait de telle maniere que l'on voudra ; mais la plus approuvée & la meilleure est celle de cuivre, car elle n'est pas si sujette à être forcée, ni à manquer dans les opérations.

Ceux qui veulent pénétrer plus avant, & qui ont quelque peu de connoissance des Mathématiques, & qui sur un même instrument veulent opérer en toutes sortes de sujets, pour trouver leurs mesures, tant accessiblement qu'inaccessiblement, comme pour mesurer la hauteur d'une tour, la profondeur d'un fossé, la largeur d'une riviere, enfin pour mesurer la superficie de toutes sortes de plans, &c. ceux-là, dis-je, pourront facilement agir avec le même instrument, en toutes sortes d'occurrences, augmentant sur icelui ce qui suit, comme il se verra ci-après, par une seconde opération dudit instrument.

Je suppose que ledit instrument soit de cuivre, en la même forme que ci-dessous, avec toutes ses mêmes parties ; mais afin de le rendre universel pour toutes sortes d'opérations, il faut diviser le cercle dudit instrument en 360 parties égales, appellées degrés, le divisant premiérement en quatre, comme il est, puis chaque quatrieme partie en neuf, commençant à diviser en trois parties, & chaque partie de trois en trois, jusqu'à la quantité de neuf, qui sont dixaines, lesquelles font quatre-vingt-dix parties égales, qui est le quart du cercle ou ouverture de l'angle droit, appellé trait quarré, autrement à l'équerre. Cela étant observé, on marquera dessus les dixaines, leurs degrés ; puis après, sur le centre dudit instrument, sera construite une alidade mou-



vante ſur ſondit centre, qui, de ſes extrêmités, touchera la circonférence, & tournoyant & recherchant la meſure des ſujets, montrera l'ouverture des angles, commençant à compter de la pinule fixe ou immobile juſqu'où l'alidade touche; & ainſi on aura le requis ſur ladite alidade.

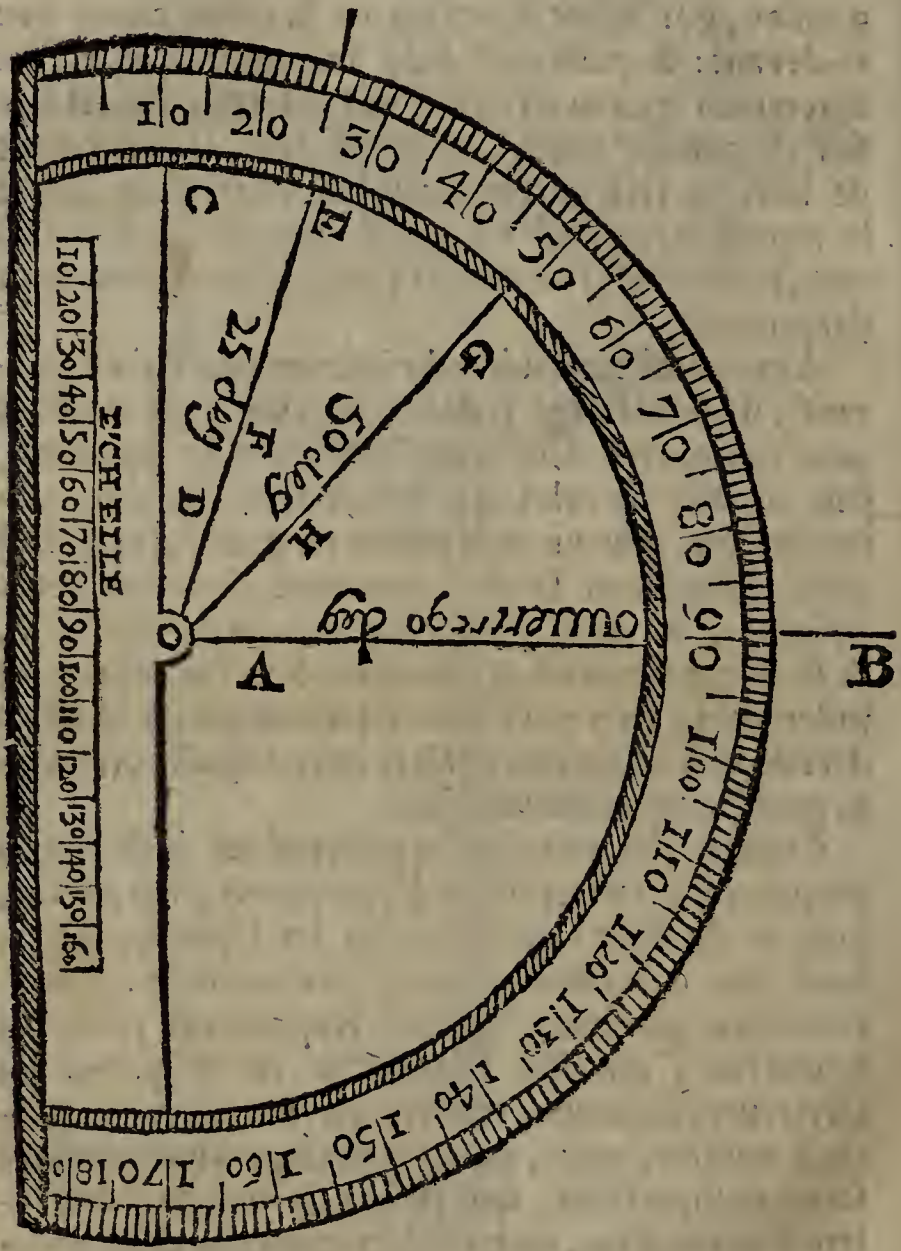
Il faut auſſi pareillement qu'il ſoit conſtruit des pinules, qui ſeront attachées de la même façon que ci-devant: & pour tenir ledit inſtrument, il y faut ajouter un genou au lieu d'une douille, lequel ſera fait de pareille étoffe, pour le faire tourner haut & bas, en telle maniere qu'il ſera néceſſaire, dont la repréſentation eſt vis-à-vis, montée ſur ſon bâton, comme celui ci-devant, qui eſt ſimplement pour l'arpentage.

Ayant ainſi conſtruit ledit inſtrument, qui eſt portatif, il eſt aiſé avec icelui d'obſerver tout ce qui ſe peut rencontrer dans la meſure. Pour la grandeur, cela dépend de celui qui le fait faire; mais on obſervera que plus un inſtrument eſt grand, plus il eſt juſte; néanmoins la plus commune & la meilleure opinion, eſt qu'il y ait cinq pouces de diametre, & ſa circonférence à proportion. Sur l'alidade dudit inſtrument, on y peut faire faire une petite bouſſole diviſée en huit parties égales, avec laquelle on pourra prendre toute déclinaiſon.

Comme j'ai traité & repréſenté les inſtruments propres pour toutes ſortes d'opérations, j'ai voulu, pour en faciliter la pratique ſur les ſujets qui tombent ſous la meſure, donner à connoître un petit inſtrument portatif, appellé Rapporteur, dont la figure ſuit, qui ſert à rapporter ſur le papier les ouvertures des angles trouvés ſur les plans des places à meſurer, pour, par ce moyen, connoître toutes ſortes de ſuperficies, ſans pour cela obliger l'Arpenteur d'en avoir un, comme n'étant pas une choſe tout-à-fait néceſſaire, lorſqu'il s'agit de l'arpentage ſim-

plement mais bien quand il eſt queſtion de trouver la meſure d'un Bois, ou autres ſujets dans leſquels on ne peut entrer, mais ſeulement aller autour d'iceux, pour en avoir la meſure par l'ouverture des angles.

Figure dudit Inſtrument.



Explication du Rapporteur, & comment il s'en faut servir.

L'instrument représenté ci-à-côté, s'appelle Rapporteur ; il peut se faire de telle maniere que l'on veut : mais la plus commode est de corne : on le peut faire aussi de cuivre ; cet instrument n'est autre chose que la moitié d'une circonférence divisée en 180 parties égales, appellées degrés, par lesquelles nous pouvons connoître toutes sortes d'ouvertures d'angles.

Par ce moyen, en posant la base ou diametre dudit instrument sur le côté de quelque figure géométrique, en sorte que son centre soit directement à l'extrémité de l'angle duquel on veut prendre l'ouverture, la circonférence marquera l'ouverture dudit angle ; & ainsi des autres : mais s'il étoit requis de faire un angle à l'extrémité d'une ligne donnée de tant de degrés que l'on voudra, comme ici sur la ligne CD, on veut faire un angle de 50 degrés, je pose la base de l'instrument sur la ligne CD, en sorte que le centre touche l'extrémité de la ligne CD, & que la base soit le long de la ligne ; puis voulant trouver les 50 degrés, on comptera depuis C jusqu'à G, le nombre 50 en la circonférence, & tirant du point D la ligne DG, cette ligne formera l'angle GDC requis ; ainsi des autres.

Pratique.

Sur une ligne droite donnée, trouver un angle droit par le moyen du Rapporteur.

Il faut poser la base sur ladite ligne, & le centre au point où l'on propose faire l'angle droit, commençant à compter depuis 10 jusqu'à 90 degrés, & poser un point à l'extrémité des 90, & où le centre dudit Rapporteur sera posé, pour avoir ledit angle, il faudra dudit centre audit point tirer une ligne droite qui donnera l'ouverture requise, qui est 90 degrés.

De sorte qu'ayant bien considéré la position de cedit instrument, sur quelque figure que ce soit, on aura, par son moyen, l'ouverture de toutes sortes d'angles, chose très-nécessaire pour lever les plans des Villes, & aussi pour mesurer les sujets accessibles & inaccessibles, comme vous le verrez dans la suite par les questions proposées ci-après au sujet de l'arpentage.

L'échelle que vous voyez marquée le long de la base dudit Rapporteur, sert pour réduire les grandes mesures à de plus petites, qui est-ce que l'on appelle réduire le grand pied au petit.

Par exemple, supposé que vous ayez trouvé l'ouverture d'un angle, qui soit de 90 degrés, & que vous vouliez mesurer la distance depuis un angle jusqu'à un autre; cela pris sur quelque sujet, comme sur une muraille de Ville, circuit de maisons, distance des lieux, & autres : posons que depuis cedit angle jusqu'à l'autre, la distance soit de 25 toises; pour réduire cette ligne de 25 toises en pieds, ou en telle autre mesure que l'on voudra, il faut tirer une ligne blanche, & prendre telle échelle que l'on voudra, y déterminant le nombre de 25 pieds, ou pouces, ou lignes, & aux extrémités y former les angles proposés ci-dessus, comme il est enseigné par ledit Rapporteur, ou demi cercle; & ainsi continuant aux autres côtés de quelque figure que ce soit, on formera un plan selon qu'il sera requis.

Ayant expliqué la Géométrie & ses définitions, décrit & représenté les instruments nécessaires pour la pratique d'icelle, je traiterai ensuite de l'Arpentage.

TRAITÉ
DE L'ARPENTAGE.

L'ARPENTAGE n'eſt rien autre choſe que ce que l'on dit meſurer la ſuperficie de la Terre, ce qui eſt le propre de la Géométrie, ci-devant expliquée, pour les diverſes figures qui ſe forment ſur icelle : mais à cauſe de l'uſage qu'il y a entre les Peuples, ſelon la diverſité des meſures, on emprunte les nombres de l'Arithmétique, pour ſignifier ces meſures ; & ſelon la diverſité des Pays, on uſe de différentes meſures, dont la Table ſuivante exprime les plus connues.

Table des meſures uſitées.

L'arpent contient 10 perches en longueur, 10 en largeur, & 100 perches quarrées en ſuperficie, qui eſt communément diviſée en quatre quartiers.

La perche, meſure de la Prévôté & Vicomté de Paris, eſt eſtimée de 18 pieds.

Et en d'autres endroits, ſelon la diverſité des lieux, elle eſt de 19, 20, 22, 24, &c.

Comme au pays du Perche & pays Chartrain, la perche eſt de 22 pieds de long ; & ſon quarré en contient 484.

Au pays d'Anjou, Poitou, Touraine, le Maine, & autres lieux circonvoiſins, la chaîne, de laquelle l'on meſure les héritages, contient 25 pieds en ſa longueur, & en ſon quarré 625 pieds.

En Bretagne, la chaîne contient 24 pieds de longueur, & 576 pieds en quarré.

Il faut remarquer qu'en la plupart des Provinces, les 100 chaînes quarrées de 25 pieds de long chacune, ſont comptées pour un arpent, les 25 pour un quartier; tellement que les 10 en longueur ſur autant de largeur, c'eſt un arpent, ou 25 en longueur ſur 4 de largeur, font un arpent auſſi, & les 5 en longueur ſur autant de largeur, font un quartier.

Le journal, au Duché de Bretagne, contient 22 ſillons $\frac{1}{3}$ ou 4020 pieds quarrés.
Le ſillon contient 6 raies ou 180 pieds.
La raie contient 2 gaules $\frac{1}{2}$ ou 30 pieds, & la gaule contient 12 pieds.

L'acre, au Duché de Normandie, contient 4 verges.
La verge contient 40 perches quarrées; &
La perche contient 22 pieds.

La ſaumée, en Languedoc; contient 4 ſeſterées, ou 1600 cannes quarrées.
La canne contient 8 pans en longueur, & le pan contient 8 pouces 9 lignes.

Le journal, au Duché de Bourgogne, ſelon l'Ordonnance du Duc Philippes, contient 360 perches quarrées.
La perche contient 19 pieds en longueur, & 361 en quarré.

Le journal, au Duché de Lorraine, contient 250 toiſes.
La toiſe 10 pieds en longueur.
Le pied 10 pouces, meſure de Lorraine.

Ayant dit tout ce que ci-deſſus pour la différence des Meſures qui ſe rencontrent ſelon la diverſité des Pays, il eſt maintenant queſtion de venir à la pratique de l'Arpentage, qui a pour objet la piece de terre que l'on veut meſurer ou arpenter, que l'on doit meſurer avec la meſure dont on meſure les

héritages du pays ou de la Province où se fait l'Arpentage.

Tous les Arpentages qui se font, les uns dans une Province, les autres dans l'autre, ne different point entr'eux, sinon pour le regard de la mesure, qui est plus courte ou plus longue en un lieu qu'en l'autre, quoique l'une & l'autre soient divisées en pieds égaux en leur longueur, selon la longueur de ladite mesure, d'autant que nous n'avons en ce Royaume qu'un pied de Roi; par cette raison tous Arpenteurs, en quelque Pays qu'ils soient appellés pour faire des arpentages ou d'autres mesures, s'étant bien instruits de la mesure du lieu ou les terres à arpenter seront situées, pourront sans difficulté faire lesdits arpentages, & ensuite le calcul & supputation d'iceux, conformément à la mesure de laquelle ils ont arpenté, d'autant qu'en quelque Province que ce soit, les figures géométriques desquelles sont composées lesdites pieces d'héritages, ne sont point différentes l'une de l'autre, puisqu'en l'un & l'autre pays elles sont composées de figures quarrées, barlongues, triangulaires, trapezes, circulaires, en ovale, & autres ci-devant déclarées au Traité de Géométrie, *page* 356.

Avertissement de l'Arpenteur.

Il est absolument nécessaire à l'Arpenteur d'avoir tous les instruments propres à l'Arpentage; en premier lieu, il doit avoir une Equerre simple ou composée, comme celles qui sont représentées ci-devant, pages 364 & 366, parce qu'elles font le même effet quant à l'Arpentage; en second lieu, une chaîne de fil de fer longue de 18, 20 pieds ou plus, selon la perche ou mesure du lieu; enfin 12 ou 15 piquets ferrés par le bout, ou plus ou moins, au choix de l'Arpenteur, pour sa plus grande commodité.

Etant ainsi assorti d'instruments, avant que d'en venir à la pratique, il doit considérer trois choses:

la premiere eſt la coutume du lieu pour la meſure.

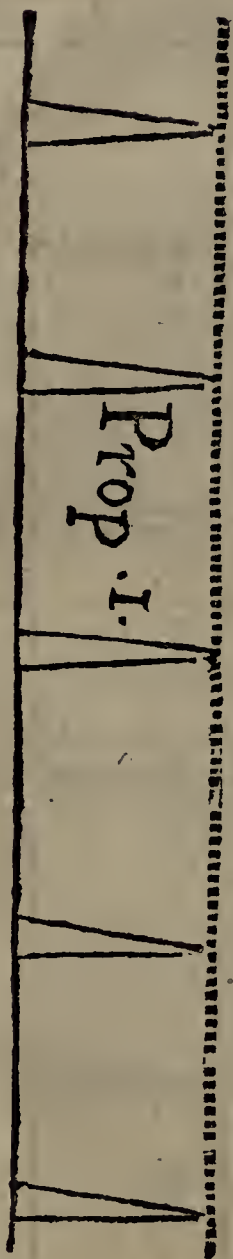
La ſeconde, le pourtour de la piece de terre à meſurer ; & la troiſieme, les bornes qui la ſéparent d'entre ſes voiſins, avec les alignements des chemins & foſſés ſuivant la coutume du lieu.

Il eſt à remarquer, que pour être aſſuré dans ſes opérations, il faut ſe repréſenter en ſon eſprit la forme de ladite piece à meſurer, & l'ayant ainſi conçue, voir ſous quelle figure elle tombe dans la Géométrie ; cela ſuppoſé, il en faut ſuivre la Regle pour la meſurer : néanmoins ce n'eſt pas le tout de la conſidérer théoriquement, il en faut venir à la pratique ; car ſouvent les terres ne tombent pas dans la régularité, quoiqu'elles ſoient dans les formes ſuivant les Regles de Géométrie. Pour ſupplément de ce, la pratique en donne une entiere connoiſſance.

Par cette raiſon, pour Regle générale, dans telle figure qu'elle puiſſe être, tirez toujours les lignes droites par le moyen de votre équerre & piquets, les meſurant actuellement ſuivant les côtés deſquels votredite figure eſt entourée ; cela ſuppoſé, obſervez les Regles qui tombent dans cette meſure, & l'opération vous en donnera la ſuperficie requiſe.

Si les lignes ſe trouvent courbes, rentrantes ou ſortantes en coude ou en S, ne manquez pas de tirer vos lignes droites, raſant le rentrant & le ſortant ; & ce faiſant, il demeurera du vuide à meſurer ; mais il faut que celui qui ſort, récompenſe celui qui rentre, & ainſi réciproquement, l'un réparera le défaut de l'autre ; ce qui dépend de la prudence de l'Arpenteur.

Quant à ceſdites portions qui reſtent à meſurer, elles doivent ſe conſidérer à-peu-près en formant des figures triangulaires dans icelles ou autres, coroyant de plus près que faire ſe pourra les portions de cercles. Si néanmoins on vouloit exactemeut meſurer ceſdites portions juſqu'à la plus petite



partie d'une perche, toise ou autre mesure, il se peut faire ; mais ce seroit chercher un chemin bien long pour la conséquence qui en est fort petite : ce que je propose n'est pas pour m'excuser de faire l'opération entiere, puisque ci-après je vous en ferai la démonstration.

Proposition I.

D'un point à un autre donné à la Campagne, tirer une ligne droite.

Pour faire cette ligne, il faut prendre deux piquets à plaisir, & poser l'un des deux au point dont on veut tirer la ligne, & l'autre au point où l'on la veut tirer ; en sorte que posant un troisieme, on voie avec l'œil que tous les trois soient rangés en une ligne droite : ensuite, on en plantera tant d'autres que l'on voudra entre les deux points donnés ; de sorte que celui que l'on plantera, cache à l'œil ceux qui sont déjà plantés.

Propoſition II.

Sur une ligne droite donnée à la Campagne, & d'un point en icelle élever une perpendiculaire, ou à l'équerre.

Soit planté un bâton avec l'équerre au point propoſé, de ſorte que par l'une des fentes, qui eſt parallele au côté de l'équerre, on voie au long de la ligne donnée, & que par l'autre qui la coupe en angles droits, on faſſe tirer une ligne droite parallele à la baſe ou ligne-terre qui ſe tire du pied de l'inſtrument à l'extrémité du piquet qui termine la diſtance, en ſorte que poſant d'autres piquets entre ces deux extrêmes, on puiſſe voir tous les ſommets d'iceux au travers des pinules dudit inſtrument; alors ils ſeront tous en même hauteur; & le rayon viſuel ſera parallele à la ligne-terre, ſelon le requis.

De la Mesure des Triangles.

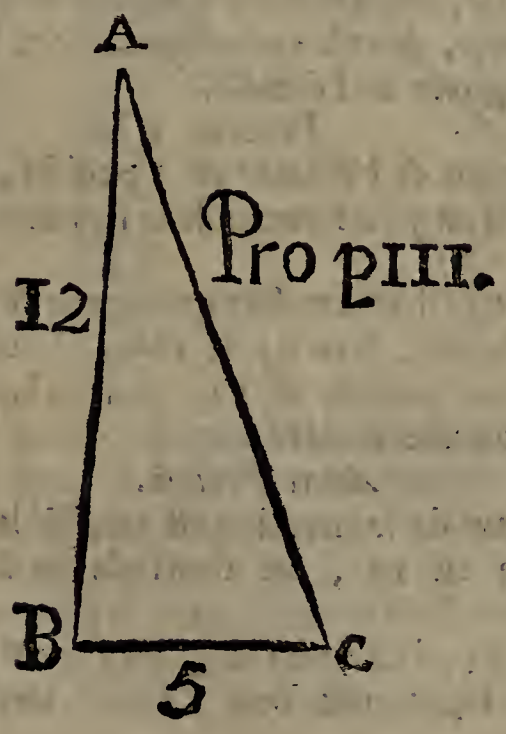
Maxime.

En tout Triangle rectangle, le quarré du côté opposé à l'angle droit, est égal à la somme des quarrés des deux autres côtés par la quarante-septieme du premier d'Euclide.

Si B est l'angle droit, le quarré de la ligne AC fait autant que la somme des quarrés du côté AB, & du côté BC, comme il se voit en la figure de la troisieme proposition suivante.

Proposition III.

Etant donnés les deux côtés qui forment l'angle droit d'un Triangle rectangle, trouver l'autre côté.



Du Triangle rectangle ABC, l'angle B soit droit, le côté AB 12 toises, & BC 5, il faut trouver le côté AC opposé à l'angle droit.

Pour faire cette opération, il faut prendre le quarré de 12 & le quarré de 5, font 144 & 25, & les ajouter ensemble, cela fera 169, desquels extrayant la racine quarrée, il viendra 13 pour le côté AC.

Opération.

12	5	144	*x*	*yy*
12	5	25		(13 pour le côté AC.
			x	*xx*
144	25	169		

Application.

Il y a une muraille haute de 12 toises, & au pied d'icelle un fossé large de 5 toises; on demande si on vouloit faire une échelle pour monter avec icelle au haut de ladite muraille, combien elle devroit avoir de toises. Pour réponse, quarrez 12 & 5, qui est la hauteur de la muraille & la largeur du fossé, il viendra 144 & 25, lesquels deux nombres ajoutés ensemble, font 169, dont la racine quarrée est 13 toises, pour la longueur de l'échelle.

Preuve.

La longueur de l'échelle est 13 toises, & la largeur du fossé est 5; on demande la hauteur de la muraille.

Quarrez 13, il vient 169; quarrez aussi 5, il viendra 25; cela fait, ôtez 25 de 169, il restera 144; dont la racine quarrée est 12, pour la hauteur de la muraille, comme ci-devant.

Autre Preuve.

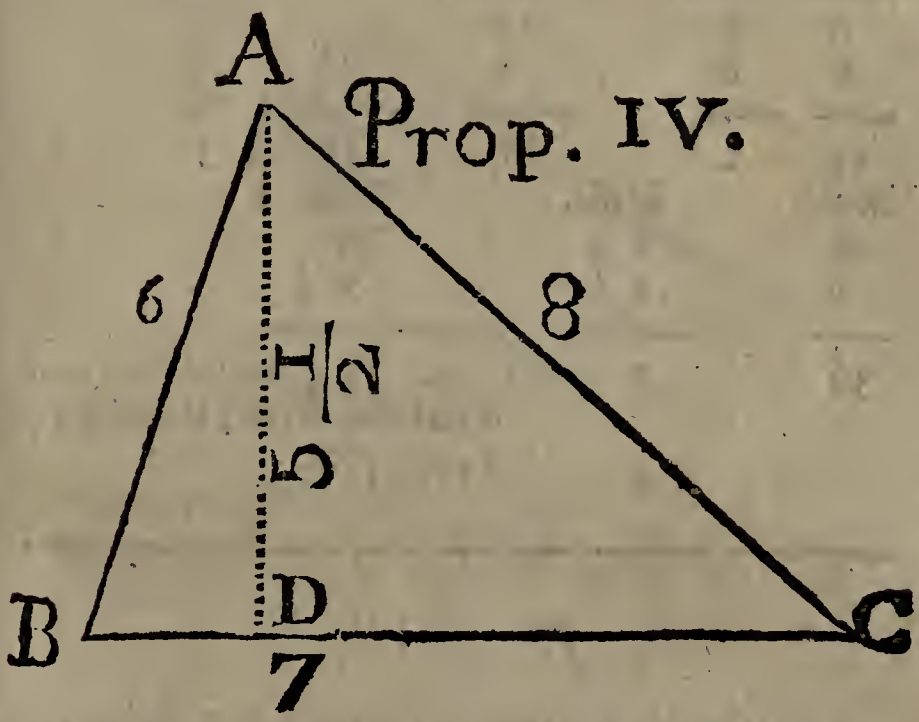
La hauteur de la muraille est 12, & la longueur de l'échelle est 13, on demande la largeur du fossé.

Quarrez 13, il viendra 169; quarrez aussi 12, il viendra 144; puis ôtez 144 de 169, le reste

sera 25, dont la racine quarrée est 5, pour la largeur du fossé, comme il a été proposé.

Proposition IV.

Etant donné les trois côtés d'un Triangle, trouver la perpendiculaire qui tombe de l'un des angles sur le plus grand côté.



Pour trouver la perpendiculaire du Triangle ABC comme la ligne AD, il faut en premier lieu trouver le point D, auquel elle coupe la base, ce qui se fait en cette sorte.

On ajoutera les deux côtés AB & AC, lesquels feront ensemble 14; on prendra la différence des mêmes côtés, qui est 2; cela fait, on multipliera

14 par 2, il viendra 28, lesquels seront divisés par 7 de BC, le quotient sera 4, lequel 4 on ôtera de même de 7, & le reste sera 3, duquel la moitié, qui est $1\frac{1}{2}$, sera la longueur de la ligne BD : enfin on prendra le quarré AB, il viendra 36, duquel on soustraira le quarré BD, qui sera $2\frac{1}{4}$, & du reste, qui sera $33\frac{3}{4}$ pour le quarré de la perpendiculaire AD, on en extraira la racine quarrée, & on aura la longueur de la même perpendiculaire ; savoir, $5\frac{1}{2}$ ou environ, peu plus.

Opération.

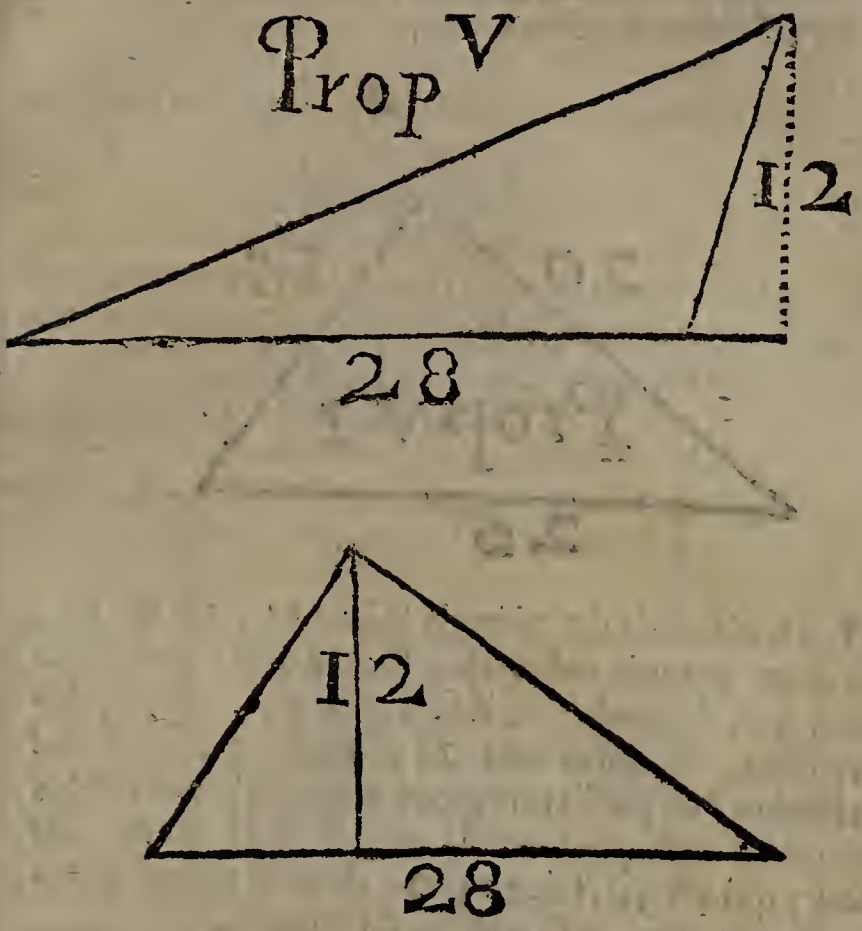
Add.	Soust.	Mult.		Soust.
8	8	14		7
6	6	2	x8	4
			(4	
14	2	28	7 la $\frac{1}{2}$	3

Mult.	Mult.	Soust. $1\frac{1}{2}$
6	$1\frac{1}{2}$	36
6	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{4}$
36	$2\frac{1}{4}$ reste	$33\frac{3}{4}$ dont il faut tirer la racine quarrée, il viendra $5\frac{3}{4}$, peu plus.

Proposition V.

Etant donné un Triangle, trouver sa grandeur.

Il faut chercher en l'un de ses côtés un point, auquel posant l'équerre, on puisse, par le moyen d'icelle, élever une perpendiculaire qui passe par l'angle opposé au côté ; puis mesurant le côté ou la base, comme aussi la perpendiculaire, il s'ensuit la Regle suivante.

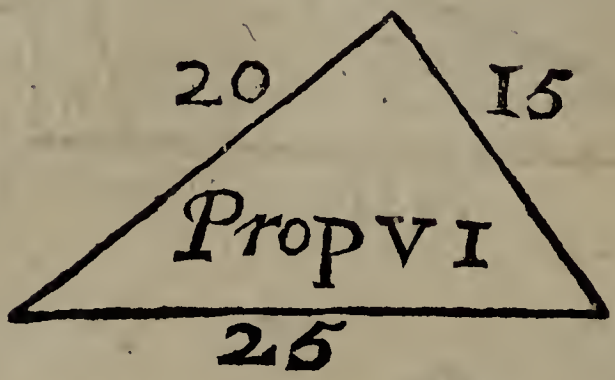


La perpendiculaire du triangle ſoit 12, la baſe 28, il faut multiplier la moitié de 12, qui eſt 6, par 28; cela fait 168, pour la ſuperficie du triangle, c'eſt-à-dire, que ſi la perpendiculaire du triangle contient 12 perches, ledit triangle contiendra 168 perches quarrées; ſi c'eſt pieds, ce ſeront 168 ſi c'eſt toiſes, &c. réſervant toujours en mémoire que la multiplication fait une ſuperficie.

Propoſition VI.

Si d'aventure l'on ne pouvoit tirer de perpendi-

culaire, & que l'on eût les trois côtés, on trouvera la ſuperficie en cette maniere.



Les trois côtés du triangle ſoient 15, 20 & 25, qui étant ajoutés enſemble, font 60; la moitié de 60 eſt 30, deſquels 30, il faut ôter 15, 20, 25 ſéparément, les reſtes ſont 15, 10 & 5, qu'il faut multiplier l'un par l'autre, pour avoir au produit 750, qui étant multipliés par la moitié de la ſomme des côtés, qui eſt 30, fait 22500, dont la racine quarrée eſt 150 pour la ſuperficie du triangle.

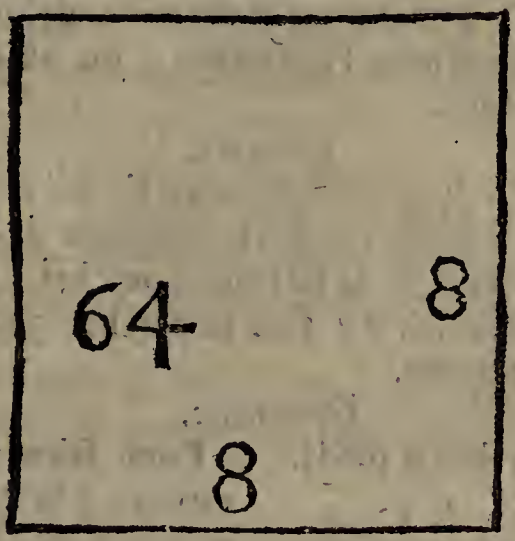
15	30	30	30	15
20	15	20	25	10
25				
	15	10	5	150
60				5
30				
				750
				30
				22500

$\cancel{1}$
$\cancel{2}.\ \cancel{25}.\ \cancel{00}$
$\cancel{1}\ \cancel{25}\ \cancel{00}$ (150 ſuperficie du Triangle.
$\cancel{5}$

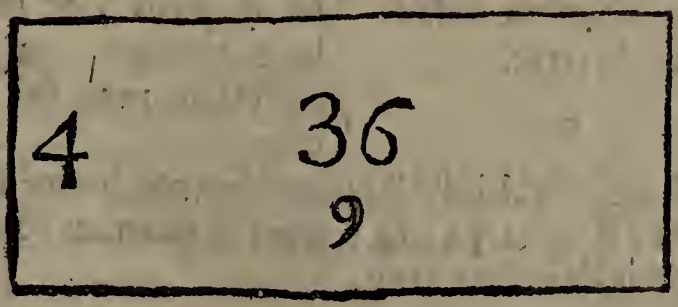
De la mesure du Quarré, & du Quarré-long.

Proposition VII.

Pour mesurer un quarré ou un quarré-long, il faut mesurer les deux côtés qui comprennent un même angle, & les multiplier l'un par l'autre; & le produit donnera la superficie.



Prop. VII.



Si c'eſt un quarré, & qu'un chacun des côtés ſoit 8, multipliant ce côté par ſoi-même, cela fera 64 pour la ſuperficie du quarré.

Si c'eſt un quarré long, & que l'un des côtés ſoit 4 & l'autre 9, multipliant 4 par 9, il viendra 36 pour la ſuperficie du quarré-long ou rectangle.

Il faut remarquer qu'encore que je ne me ſerve que de nombres entiers dans la propoſition du quarré, & du quarré-long ci-devant, s'il arrive des fractions dans une autre queſtion, ſelon la ſubdiviſion de la perche, toiſe & autres meſures, on obſervera le même ordre qu'en l'exemple ci-deſſous, lequel ſervira de modele à toutes multiplications de longueur par largeur concernant l'arpentage, ou autres opérations de meſure.

Exemple.

Suppoſé qu'une piece de terre ait été meſurée à la perche de 18 pieds, & que la longueur d'icelle ſoit 9 perches 7 pieds, & la largeur 6 perches 5 pieds, on demande combien il y aura de perches quarrées, & parties de perches.

Opération.

long. 9 perches 7 pieds.
larg. 6 5

56 perches 6 pieds.
2 9
1 $\frac{17}{18}$

58 perc. 16 $\frac{17}{18}$
pour la ſuperficie de ladite piece de terre.

Pour faire cette opération, il faut multiplier en croix les 7 pieds de la longueur par les 6 perches de la largeur ; il viendra 42 pieds, dont les 36 font 2 perches, & reſte 6 pieds : j'écris les 6 pieds, & retiens les 2 perches, ou je les écrirai au rang des perches.

Enſuite je multiplie les 9 perches par les mêmes 6 perches, il vient 54, & 2 que j'ai retenues font 56, que j'écris dans leur rang.

Cela fait, il faut multiplier les 5 pieds de la largeur par les 9 perches susdites, il viendra 45 pieds, qui valent 2 perches & 9 pieds, que j'écris encore au dessous dans leur ordre.

Enfin je multiplie les 7 pieds de la longueur par les 5 pieds de la largeur ; le produit est 35 pieds, dont les 18 font 1 pied de perche, que j'écris au rang des pieds, & reste 17, c'est-à-dire, $\frac{17}{18}$ parties d'un pied quarré, que j'écris ensuite ; & ajoutant le tout, la somme des produits sera 58 perches 16 pieds $\frac{17}{18}$ de pieds, ou bien 58 perches 17 pieds moins $\frac{1}{18}$ de pied.

On voit par le raisonnement de la multiplication ci-dessus, que multipliant perches par perches, il vient des perches ; pieds par perches, il vient pieds de perches, c'est-à-dire, des pieds qui ont 1 pied de large & 18 pieds de long, dont les 8 font une perche quarrée. Mais multipliant pieds par pieds, il vient des pieds quarrés, dont 324 font la perche quarrée.

Dans l'exemple ci-dessus, on a 58 perches quarrées, 16 pieds de perches $\frac{17}{18}$, qui valent 17 pieds quarrés.

Pour réduire les pieds de perches en pieds quarrés, il faut multiplier 16 par 18, il viendra 288 pieds, lesquels étant ajoutés avec 17, numérateur des $\frac{17}{18}$, font 305 pieds quarrés, au lieu de 58 perches 16 pieds $\frac{17}{18}$, on a 58 perches & 305 pieds quarrés.

Avertissement.

Je sais que cette maniere d'opérer embarrasse beaucoup les jeunes Arpenteurs & autres : la plus grande partie prennent les pieds de perches pour des pieds quarrés, & les pieds quarrés pour des pieds de longueur ; il est donc nécessaire de donner une autre méthode d'opérer, pour faire connoître que quand

on multiplie des pieds par des pieds, il vient des pieds quarrés; quand on multiplie des perches par des pieds, il vient des perches & des pieds ; des perches ſans pieds, & des pieds ſans perches, ſelon que le cas y échet.

Dans l'exemple ci-deſſus, on multiplie 9 perches par 5 pieds, il vient 45 pieds de perche, dont les 36 font 2 perches quarrées, & reſte 9, qui valent une $\frac{1}{2}$ perche ; & comme la perche quarrée eſt de 324 pieds quarrés, la $\frac{1}{2}$ perche en contient 162; ainſi 9 pieds de perche ſont égaux à 162 pieds quarrés; de même 16 $\frac{17}{18}$ ſont égaux à 305 pieds quarrés : c'eſt pourquoi on pourra ſe ſervir de la méthode ſuivante, qui eſt un peu plus longue, mais moins embarraſſante pour ceux qui ne ſont pas bien au fait du calcul.

Exemple.

On a une piece de terre dont la longueur eſt 9 perches 7 pieds, & la largeur 6 perches 5 pieds : il faut réduire les 9 perches 7 pieds en pieds, il viendra 169 pieds pour la longueur ; il faut auſſi réduire 6 perches 5 pieds en pieds, il viendra 113 pieds pour la largeur.

Il faut multiplier préſentement 169 par 113, il viendra au produit 19097 pieds quarrés, qu'il faut diviſer par 324 pieds, valeur de la perche quarrée, on aura au quotient 58 perches quarrées, & reſtera 305 pieds quarrés. Voyez l'opération ſuivante.

9 perches 7 pieds. 6 perches 5 pieds.

18	18	
162	108	169
7	5	113
169	113	507
		169
3		169
2805		
+ 19097		19097
3244	(58 perches quarrées, & 305 pieds quarrés.	
324		

On peut encore opérer par les fractions, en multipliant 9 perches $\frac{7}{18}$ par 6 perches $\frac{5}{18}$, on aura au produit 58 perches $\frac{305}{324}$.

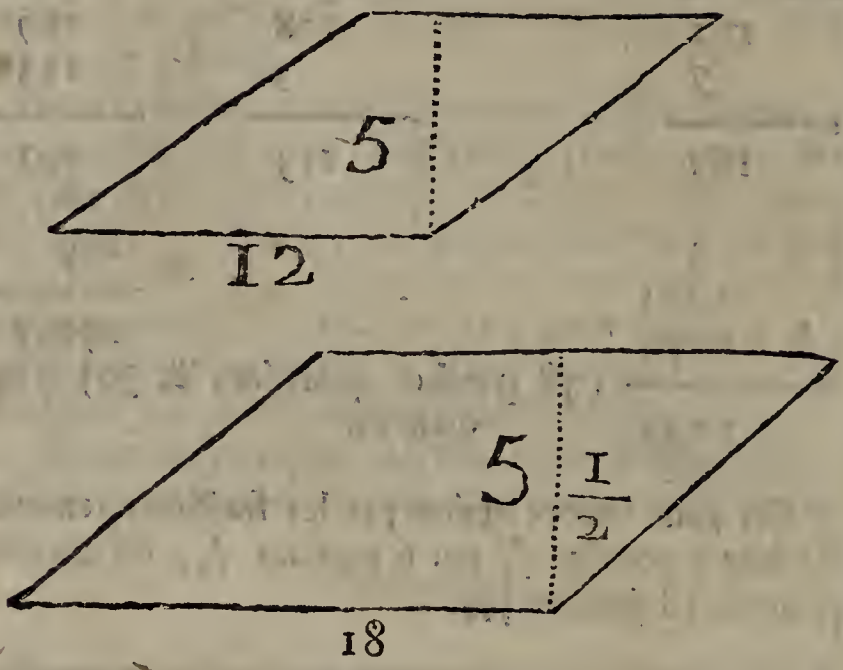
Du Rhombe & Rhomboïde.

Proposition VIII.

Etant donné à mesurer une piece de terre en forme rhombe ou rhomboïde, trouver sa superficie.

Il faut mener sur l'un des côtés une perpendiculaire jusqu'à l'autre côté qui lui est opposé; puis mesurant ce côté & la perpendiculaire, & multipliant l'un par l'autre, on aura la superficie de la piece de terre.

Proposition VIII.



Le côté du rhombe fait 12, & la perpendiculaire 5; multipliant 12 par 5, il viendra 60 pour la superficie du rhombe; & si le côté du Rhomboïde étoit 18, & la perpendiculaire $5\frac{1}{2}$, le produit seroit 99 pour la superficie du rhomboïde.

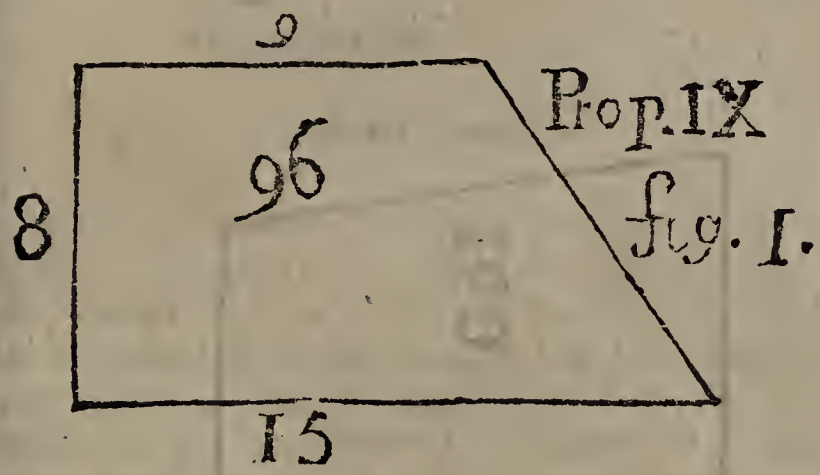
De la mesure du Trapeze.

Proposition IX.

Etant donné à mesurer une piece d'héritage en forme de trapeze, trouver sa superficie.

Le trapeze a deux côtés paralleles & inégaux, qui, étant joints ensemble, puis d'iceux prenant la moitié, cette moitié étant multipliée par la perpen-

diculaire qui tombe de l'angle obtus sur le plus grand côté parallele, le produit donne la superficie ; mais si le trapeze est rectangle, alors il n'est pas besoin d'abaisser une perpendiculaire, puisque la ligne qui forme les angles droits, est par conséquent perpendiculaire.



15
9

Somme 24
½ 12 à multiplier
par 8

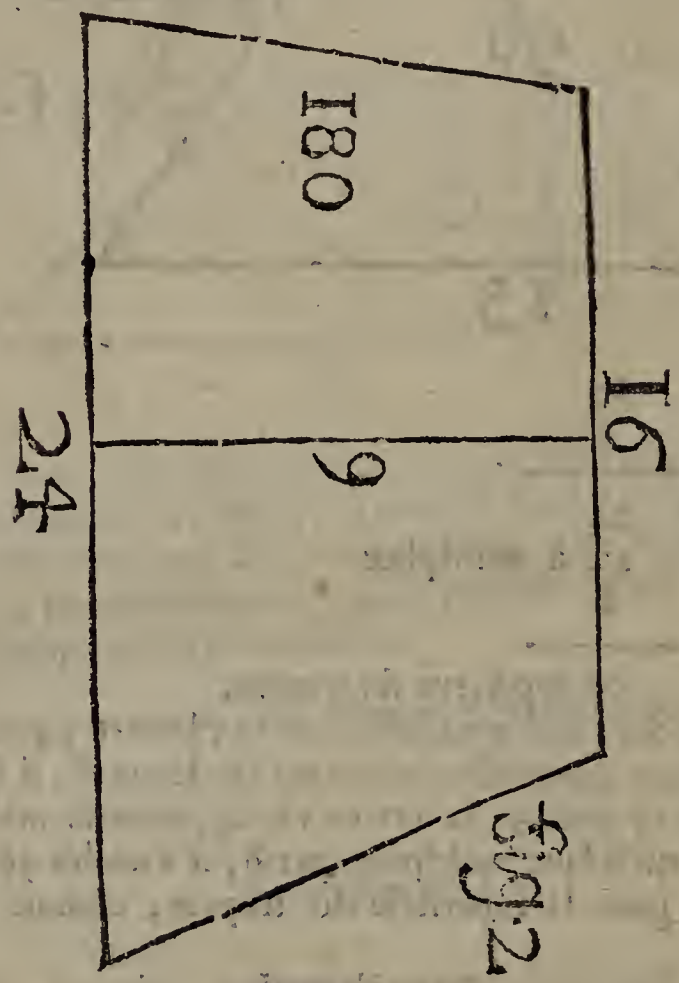
96 supérieur du trapeze.

L'un des côtés paralleles soit 15, l'autre 9, celui qui tombe perpendiculairement sur iceux 8, il faut ajouter 15 avec 9, la somme est 24, dont la moitié est 12, qu'il faut multiplier par 8, il viendra 96 au produit pour la superficie du trapeze, comme cidessus.

Autre Exemple.

Si le trapeze avoit deux côtés paralleles, & qu'un des autres ne tombât pas perpendiculairement sur iceux, il faudroit mener une ligne droite per-

pendiculaire depuis l'un jusqu'à l'autre, puis multiplier la moitié de leur somme par cette perpendiculaire, on aura la superficie, comme il se voit par la démonstration de la figure suivante, où les deux cotés paralleles sont 16 & 24, & la ligne perpendiculaire 9.



16
24

40
½ 20 à multiplier
par 9

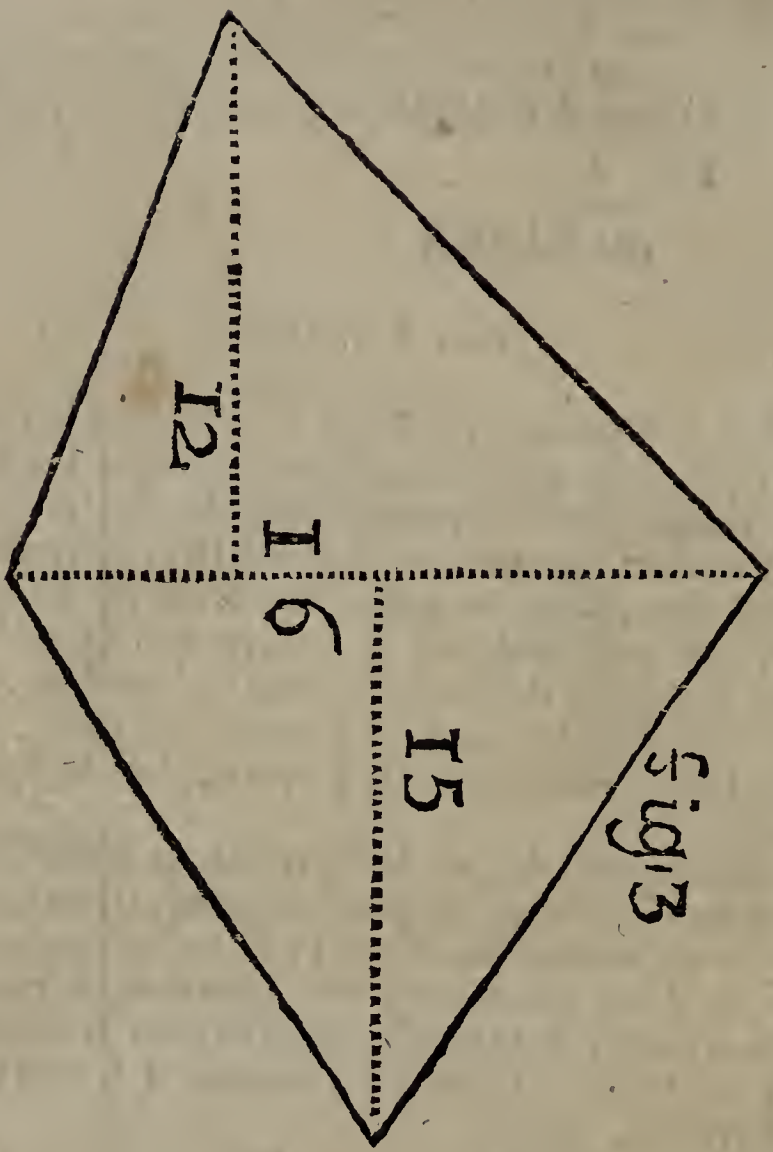
180 ſuperficie.

Autre Exemple.

Et ſi au Trapeze, ou plutôt au Trapezoïde propoſé, il n'y avoit aucun angle droit ni ligne parallele, comme à celui repréſenté ci-après, on le diviſera en deux triangles, menant une ligne diagonale, c'eſt-à-dire, d'un des angles à celui qui lui eſt oppoſé, & par conſéquent le Trapeze ſera diviſé en deux triangles, deſquels cherchant la ſuperficie, ſelon l'ordre enſeigné, & les ajoutant enſemble, on aura la ſuperficie totale du Trapeze, dont la figure ſuit.

Mais on peut trouver la ſuperficie du même Trapeze tout-d'un-coup, & plus facilement; il faut ajouter les deux perpendiculaires 15 & 12, la ſomme eſt 27, qu'il faut multiplier par 8, moitié de 16, qui eſt la diagonale, & le produit ſera 216 pour la ſuperficie du même Trapezoïde, comme il ſe voit par l'opération.

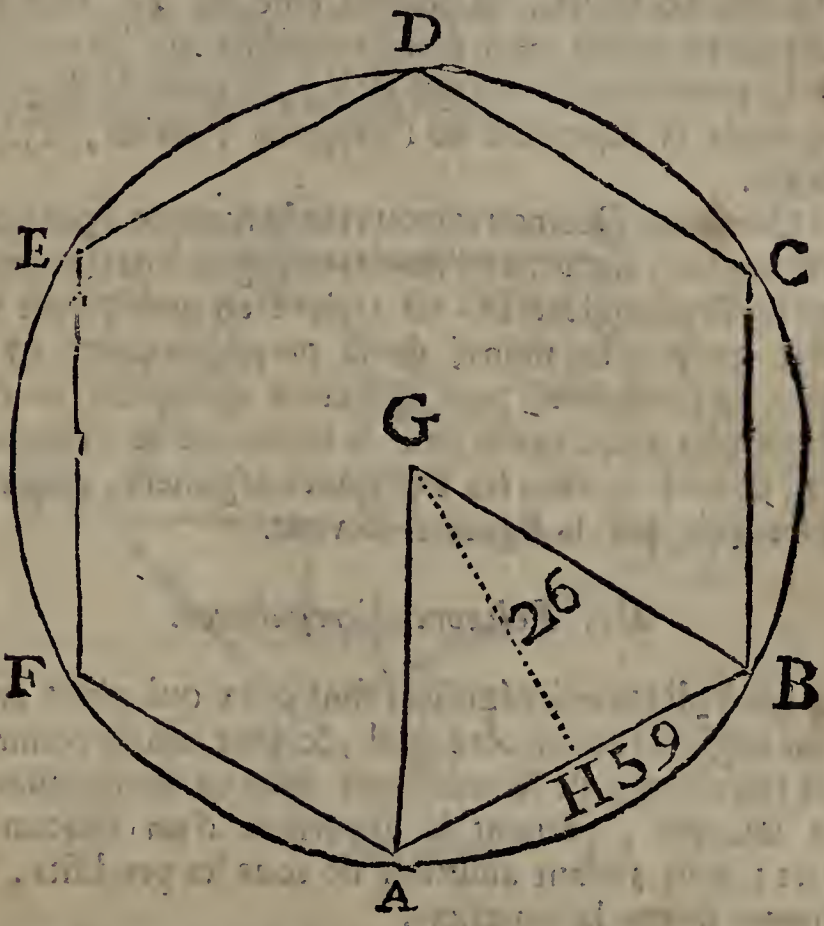
15	27
12	8
27	216



Des Polygones réguliers.

LES Polygones réguliers ou de plusieurs côtés égaux, se mesurent en multipliant tout leur circuit par la moitié de la perpendiculaire, qui tom-

be du centre sur le milieu de l'un des côtés, & le milieu donne leur superficie.



30	30
6	13
180	390
13	6
540	2340
180	
2340 toises.	

Soit proposé pour exemple de l'Exagone ABCDEF, le centre duquel soit G, & la perpendiculaire qui tombe du point G, sur le milieu de l'une des bases, comme ici AB au point H, cette ligne GH étant trouvée 26 toises, & chacun côté de 30, tout le circuit aura 180, qui étant multipliés par la moitié de la perpendiculaire, qui est 13, le produit donnera toute la superficie de l'Exagone ; savoir, 2340 toises.

Quelques Géometres trouvent la superficie par une autre voie, mesurant l'un des triangles à part ; comme ici le triangle ABG est trouvé en multipliant la base 30 par la moitié de la perpendiculaire 13, dont le produit est 390, qui étant multipliés par 6, il viendra 2340 toises pour la superficie de l'Exagone ; & ainsi de tous les Poligones réguliers, comme il se voit par la figure ci-devant.

Des Poligones irrégulieres.

Les Poligones irréguliers sont ceux qui n'ont aucun angle ni aucun côté égal, & sont infinis comme les réguliers ; ils se mesurent tous en les réduisant en triangle, prenant la superficie d'un chacun à part ; puis faisant addition de tous les produits, la somme donne la superficie.

Pour exemple soit proposé le Pentagone ci-après, qui contient trois triangles, un chacun desquels étant mesuré à part, l'addition d'iceux donnera la superficie requise.

Voyez la figure du Pentagone de l'autre part, ensuite de son explication.

Explication de la figure suivante.

Ajoutez les deux perpendiculaires de la figure ABCD, qui sont 6 & 5, il vient 11, dont la moitié

est 5 $\frac{1}{2}$ que vous multiplierez par 12, qui est la base commune aux deux triangles de ladite figure, il viendra 66 pour la superficie requise des deux triangles.

Ensuite, pour avoir la superficie du triangle AED, multipliez 13, qui est la base, par 2, moitié de la perpendiculaire, qui est 4, il viendra 26 pour la superficie dudit triangle AED.

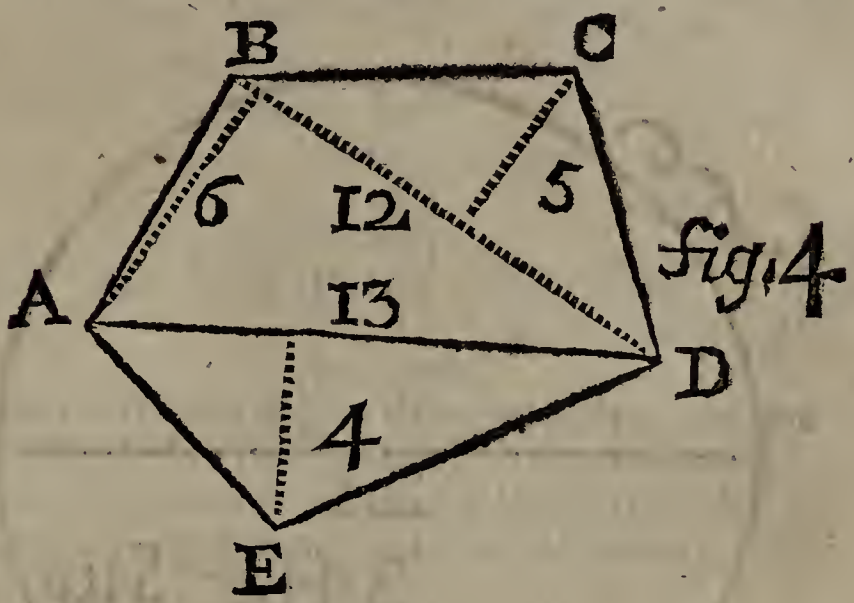


fig. 4

Opération.

6	5 $\frac{1}{2}$	13
5	12	2
11	60	26
$\frac{1}{2}$ 5 $\frac{1}{2}$	6	

66 Superficie de la figure ABCD.
26 Superficie du Triangle AED.

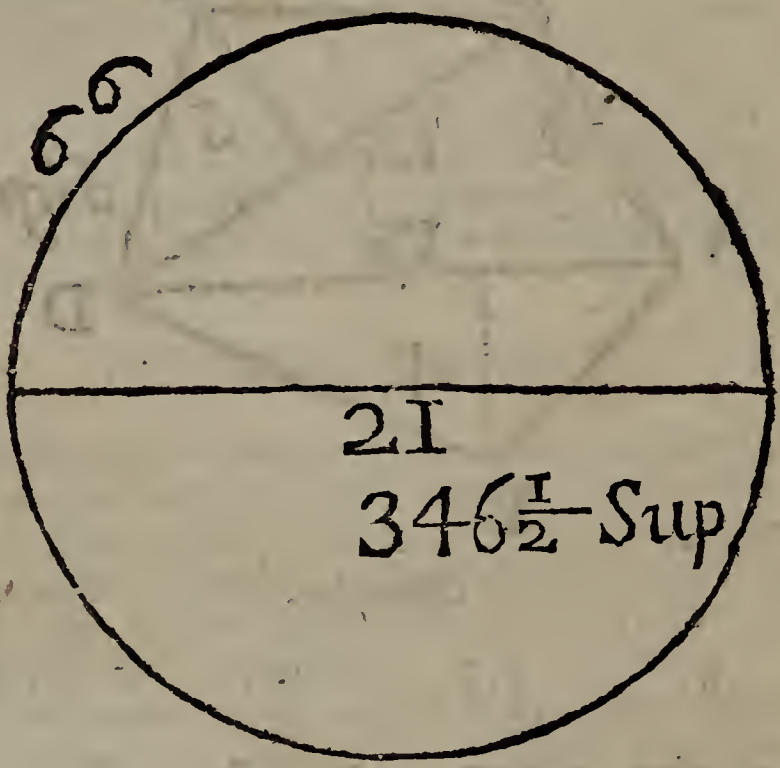
92 Sup. totale de la figure ABCDE.

Ainsi des autres Poligones ou figures irrégulieres.

De la ſuperficie du Cercle.

Propoſition X.

Etant donné le diametre d'un cercle, trouver ſa ſuperficie.



Il faut en premier lieu trouver ſa circonférence, ce qui ſe fait par une Regle de Trois, diſant :

Si 7 de diametre donnent 22 de circonférence, (telle eſt la proportion que l'on prend pour la meſure du cercle) combien le diametre donné, par exemple 21, ſelon Archimede ? faiſant la Regle,

il viendra au quatrieme terme 66 pour la circonférence ; puis pour avoir la ſuperficie, il faut multiplier la circonférence 66 par 21 qui eſt le diametre, il viendra 1386, dont il ſaut prendre le quart, & on aura 346 $\frac{1}{2}$ pour la ſuperficie entiere du cercle.

Opération.

Si 7 diametre 22 circonf... 21 diamet.

21 — 4 — 462 — 44 — 77 — 462 produit — 66 circonf.

circonf. 66 — diamet. 21 — (66 — 66 — 132

Prod. 1386 — $\frac{1}{4}$ — 346 $\frac{1}{2}$ ſup.

Autrement.

On peut réſoudre cette même propoſition par une ſeule Regle de Trois, diſant : Si 14 donnent 11, combien le quarré du diametre ? faiſant la Regle, le quatrieme terme donnera la ſuperficie comme ci-deſſus.

Opération.

Le diamettre ſoit 21... ſon quarré ſera donc 441, partant je dis :

Si 14... 11... 441 — 11 — 441 — 441

6877 — 4851 — (346 $\frac{1}{2}$ pour la ſup. — 14444 — 11

Produit 4851

Autrement, multipliez la moitié de la circonférence par le demi-diametre, le produit donnera la ſuperficie du cercle comme ci-devant.

Opération.

10 $\frac{1}{2}$
33

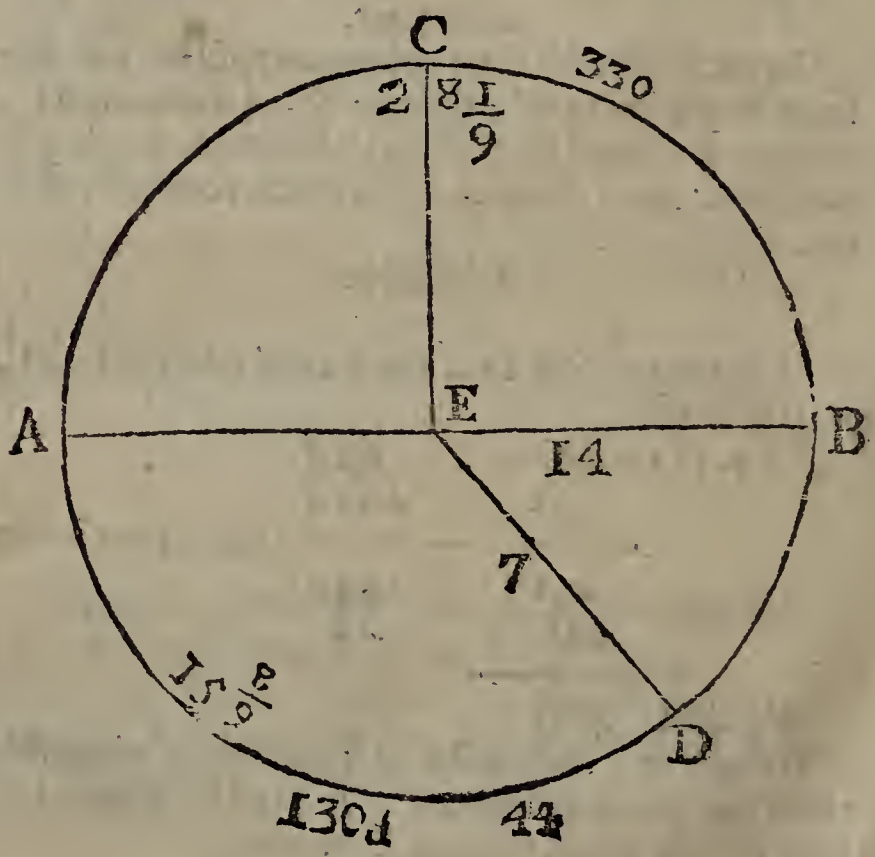
330
16 $\frac{1}{2}$

Produit 346 $\frac{1}{2}$ pour la ſuperficie dudit cercle, laquelle méthode me ſemble plus facile que les deux précédentes.

De la meſure des parties du Cercle.

Premiérement du demi-Cercle.

Pour trouver toutes les parties du cercle, je me ſervirai de la derniere ſupputation ci-devant expli-



quée, tellement que pour trouver la superficie du demi-cercle ABC ci-dessus, il faut multiplier 22, moitié de la circonférence par 7, moitié du diametre AB, il viendra 154, superficie entiere du cercle, dont la moitié sera 77 toises, perches, &c. pour la superficie du demi-cercle.

Autrement, il faut multiplier 11, moitié de son arc ACB par 7, moitié du diametre du cercle, & il viendra 77 au produit, comme ci-dessus.

Pour les opérations arithmétiques, je ne les fais pas; c'est pourquoi on s'attachera exactement à l'explication que je donne, pour les faire quand on voudra.

De la Mesure du quart du Cercle.

Pour trouver la superficie du quart du cercle ACE, il faut prendre le quart de 154, qui est la superficie entiere du cercle, & il viendra 38 $\frac{1}{2}$ toises pour le quart dudit cercle; autrement, il faut multiplier 5 $\frac{1}{2}$, moitié de son arc, par 7, moitié du diametre CE, le produit sera 38 $\frac{1}{2}$, comme ci-dessus.

De la superficie du grand Secteur du Cercle.

Pour trouver la superficie du grand Secteur ACBDE, il faut multiplier la moitié de l'arc dudit cercle ACBD, que nous posons ici de 28 $\frac{1}{9}$, dont la moitié est 14 $\frac{1}{18}$ par le demi-diametre, qui est 7, il viendra 98 $\frac{7}{18}$ pour la superficie requise.

De la mesure du petit Secteur de Cercle, ci-devant, qui acheve le Cercle du grand Secteur.

Soit le petit Secteur AED duquel on veut avoir la superficie, multipliez la moitié de son arc qui est

ici 7 $\frac{17}{18}$ par 7, il viendra 55 $\frac{11}{18}$ pour la ſuperficie requiſe du petit Secteur.

Or, puiſque le cercle a été coupé à l'aventure en deux parties inégales, il faut néceſſairement que les parties étant jointes produiſent le total. Ainſi, faiſant addition des deux produits; ſavoir, du grand & du petit Secteur, la ſomme d'iceux doit donner la ſuperficie du cercle entier qui a été trouvée de 154; autrement il y auroit erreur.

Addition du grand & petit Secteur.

Superficie du grand Secteur ACBDE	98 $\frac{7}{16}$
Superficie du petit Secteur AED	55 $\frac{11}{18}$
Superficie du cercle de	154 toiſes.

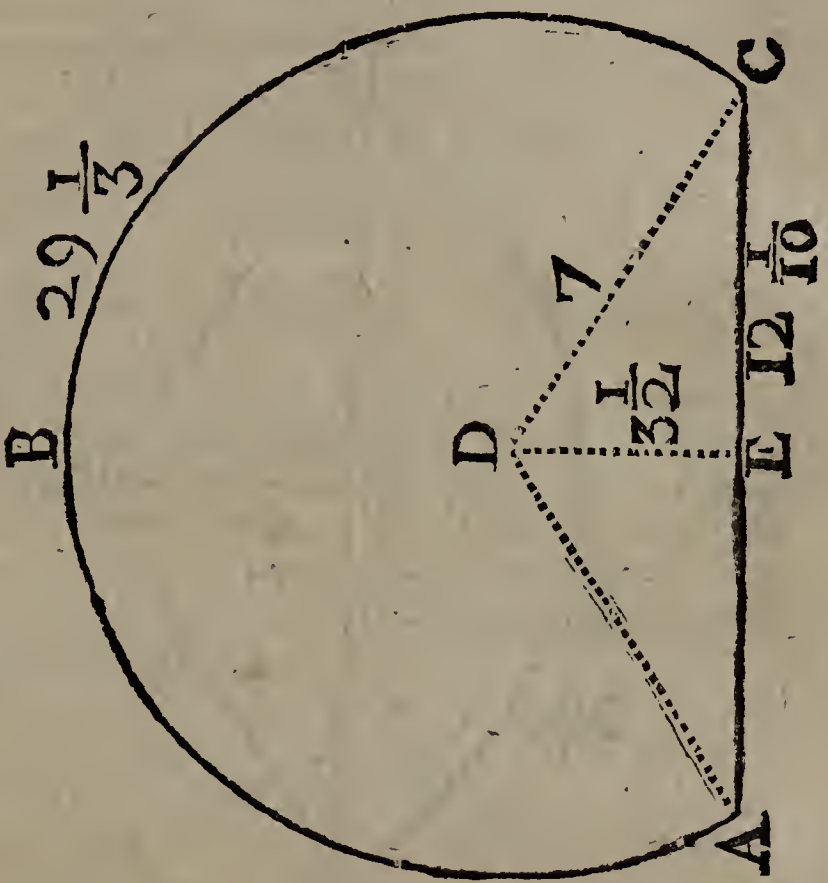
De la meſure de la grande & petite portion du Cercle.

Etant donné à meſurer une grande portion de cercle, trouver ſa ſuperficie.

Pour trouver la ſuperficie d'une grande portion de cercle, il faut trouver le centre par la Géométrie, qui eſt ici D, duquel point ſoient tirées deux lignes AD & DC, qui ſeront deux demi-diametres, leſquels on a trouvé être de 7 toiſes, & la ligne AC baſe du triangle ADC de 12 $\frac{1}{10}$, la perpendiculaire DE de 3 $\frac{1}{2}$. Pour avoir la ſuperficie du Secteur ABCD, il faut multiplier tout l'arc ABC qui eſt 29 $\frac{1}{3}$ par 7, diametre de DC, il viendra 205 $\frac{1}{3}$, dont la moitié ſera 102 $\frac{2}{3}$ pour le Secteur, auquel il faut ajouter la ſuperficie du triangle iſocelle ABC, laquelle ſera trouvée être de 21 $\frac{7}{40}$ ou $\frac{1}{6}$ à peu-près, &

l'addition donnera 123 $\frac{101}{120}$ toises ou autre mesure pour la superficie de la grande portion ABCE.

Grande portion de Cercle.



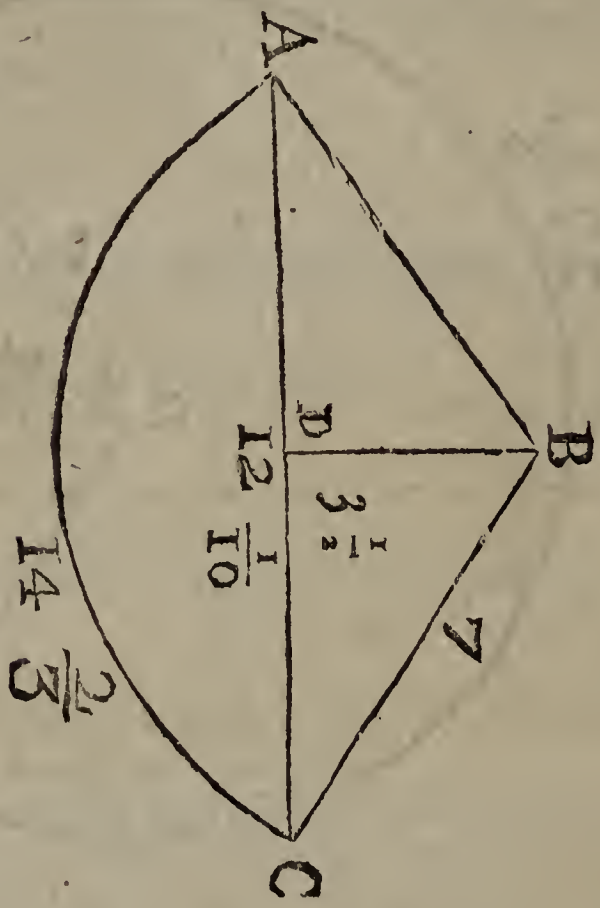
Il faut remarquer que pour faire l'opération, j'ai pris l'arc entier, au lieu que ci-devant je n'en prenois que la moitié, afin d'éviter les grandes fractions.

De la mesure de la petite portion du Cercle ADC.

La superficie de toute portion de cercle se trouvera en cherchant le centre d'icelle par la Géométrie, comme il a déjà été dit, lequel se trouve ici

en B, duquel point B on tirera les deux demi-diametres BC & BA, qui formeront un triangle isocelle, duquel la base sera AC 12 $\frac{1}{10}$, & la perpendiculaire sera BE de 3 $\frac{1}{2}$.

Petite portion du Cercle.



Or, pour avoir la superficie BADC, il faut multiplier 7, petit diametre BC, par-tout l'arc qui est 14 $\frac{2}{3}$, il viendra 102 $\frac{2}{3}$, dont la moitié est 51 $\frac{1}{3}$ pour la superficie du Secteur ABCD, dont il faut ôter la superficie du triangle isocelle qui est 21 $\frac{1}{40}$, il restera 30 $\frac{19}{120}$ pour la superficie requise de la petite portion ADC.

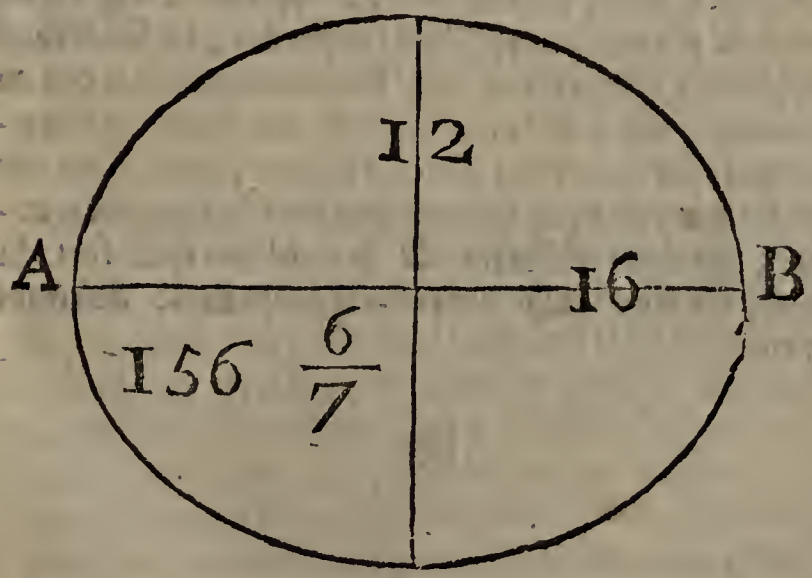
Que si l'opération est bien faite, les parties seront égales à leur tout ; ainsi ajoutant 30 $\frac{19}{120}$, superficie de la petite portion, avec 123 $\frac{101}{120}$, superficie de la grande portion, il viendra justement 154 pour la superficie entiere de tout le cercle, qui démontre que les opérations sont bien faites.

De la mesure de l'Ovale.

Proposition XI.

Etant donné une figure en ovale, trouver sa superficie.

Pour mesurer l'ovale, & trouver sa superficie, il faut mesurer le grand diametre & le petit aussi, puis les ayant multipliés l'un par l'autre, poser le produit au troisieme terme d'une Regle de Trois : de laquelle le premier sera 14, & le deuxieme 11 ; faisant ensuite la Regle, il viendra au quatrieme terme la superficie de l'ovale.



Le plus grand diametre, soit 16 & le petit 12, il faut multiplier 12 par 16, le produit sera 192 ; cela fait on dira.

Si 14 donnent 11, qui est la proportion que l'on prend pour la mesure de l'ovale, comb. 192

7		11
xxi2		192
———	(150 $\frac{6}{7}$ pour la superficie	192
x444	de l'ovale ci-	———
xx	dessus.	2112 Prod.

Ayant trouvé la superficie de l'ovale entiere, qui est 150 toises $\frac{6}{7}$, il sera aisé de trouver la superficie de la demi-ovale, en prenant la moitié du produit de l'ovale entiere. Si donc on prend la moitié de 150 $\frac{6}{7}$, il viendra 75 $\frac{3}{7}$, pour la demi-ovale, & pour avoir le quart de l'ovale, on prendra le quart du même produit, il viendra 37 $\frac{1}{7}$ pour le quart de l'ovale. Il faut remarquer qu'ayant une place en forme de quart d'ovale à mesurer, il faut prendre les deux demi-diametres pour diametres entiers, & opérer comme si c'étoit l'ovale entiere, puis prendre le quart du produit ; & toutes les petites parties de triangles mixtes, c'est-à-dire, composés d'une ligne droite & d'une courbe, étant séparées, la superficie se trouvera en formant des Trapezes de distances en distances, selon la commodité des lieux ; & prenant la superficie d'un chacun à part, puis ajoutant tous les produits, la somme donnera la superficie requise, quelque difforme & irréguliere que soit la figure, comme celle représentée après le discours suivant.

De la mesure des figures irrégulieres bornées de lignes droites & de courbes.

Proposition XII.

Pour mesurer quelque figure de terre, telle qu'elle soit, il faut considérer qu'on le peut faire par le quarré, quarré-long, triangle & trapeze, parce qu'elle y doit être réduite, soit qu'elle soit enfermée de ligne droite ou de courbe, d'autant que la ligne courbe doit être réduite à la droite insensiblement différente par la multitude des divisions, selon que la nécessité le requiert.

Pour pratiquer telles mesures, il faut premiérement se transporter à l'extrémité d'un des angles du plan ou piece de terre, & y prendre le plus grand quarré qu'il sera possible, & aux extrémités dudit quarré, il se trouvera des triangles, des trapezes & portions de cercle. Que s'il s'y rencontre des sinuosités, soit par le contour d'une riviere, d'une éminence, ou quelqu'autre sujet, qui les rendent circulaires & mesurables par les parties du cercle; quand les sinuosités seront peu considérables, on les réduira en lignes droites, coupant les parties saillantes & rentrantes en deux également, le tout par la prudence de celui qui opere; ayant trouvé la superficie de tous ces triangles & sinuosités avec le plus grand quarré, l'addition d'iceux donnera la superficie requise, comme il se voit dans la figure suivante.

Cela se pratique lorsque la piece à mesurer est accessible au-dedans; mais si elle n'est point accessible au-dedans, mais seulement par dehors, on fera un quarré à l'entour de la piece avec l'instrument, puis on mesurera ce qui sera enclos entre les côtés

d'icelui & la figure ; cela fait, ajoutant toutes les ſuperficies particulieres enſemble, & leur ſomme étant ôtée du quarré total, le reſte donnera la ſuperficie de la choſe à meſurer. Tout ce qui eſt dit ci-deſſus eſt démontré à la figure ſuivante, & encore que le quarré ne ſoit qu'au-dedans, on le doit conſidérer en dehors de la même façon.

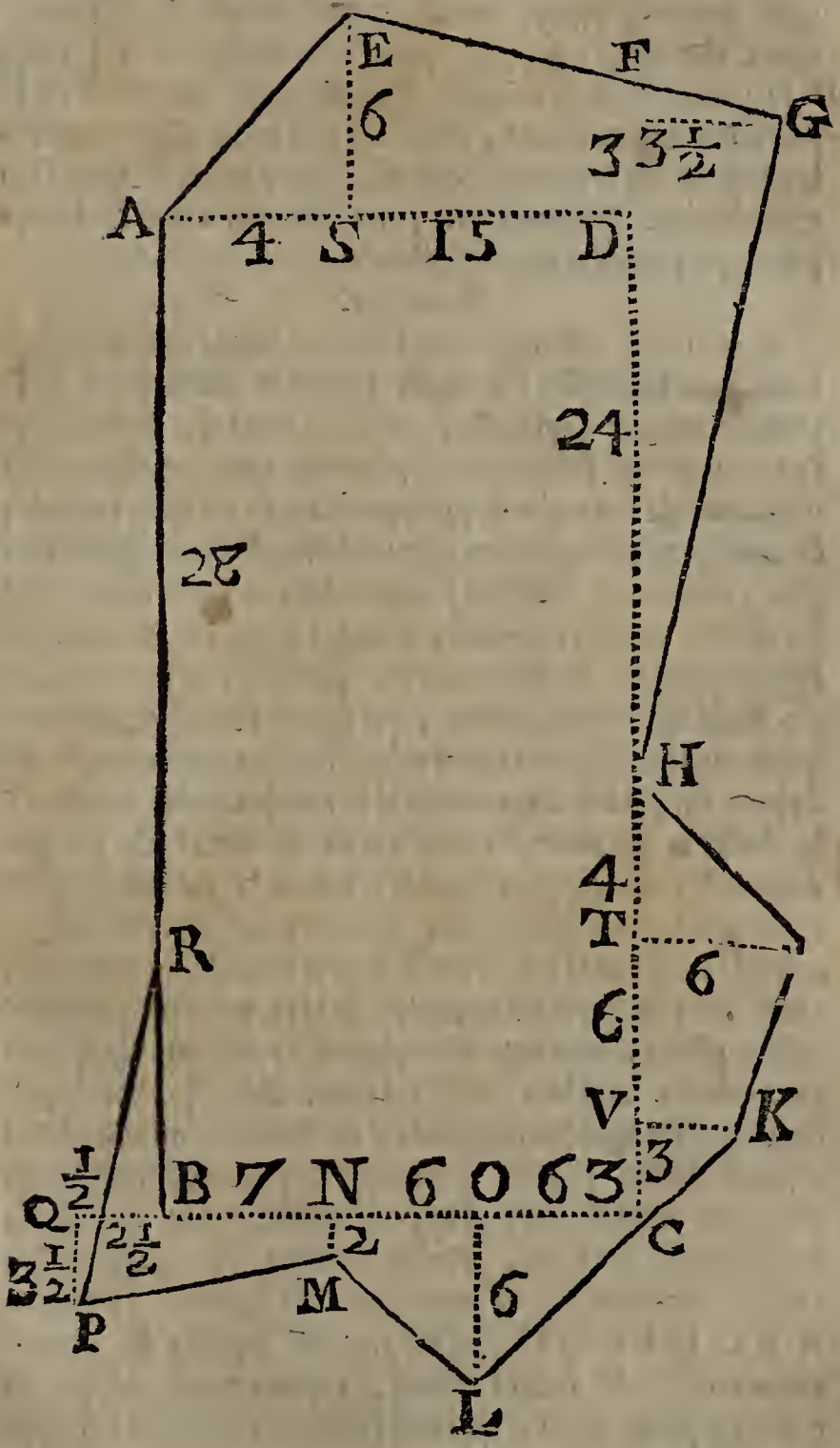
Pour avoir la ſuperficie du Quarré.

Le côté AB, comme auſſi ſon oppoſé, contient 37
Le côté AD, comme auſſi ſon oppoſé, contient 19

333
37

Et la ſuperficie du quarré ABCD ſera	703
La ſuperficie du Triangle AES eſt	12
La ſuperficie du trapeze ESDF	67 $\frac{1}{2}$
Pour FGH	47 $\frac{1}{4}$
Pour HT triangle	12
Pour TKV trapeze	27
Pour KVC triangle	4 $\frac{1}{2}$
Pour COL triangle	18
Pour LONM trapeze	24
Pour NMQP trapeze	26 $\frac{5}{8}$
Pour QBR triangle	11 $\frac{1}{4}$
Somme	953 $\frac{1}{8}$

pour la ſuperficie de la figure ARQPML, &c. propoſée à meſurer de telle meſure, que celle par laquelle on veut que la choſe ſoit meſurée ; ſavoir, ſi c'eſt par perches, ce ſeront 953 $\frac{1}{8}$ perches quarrées ; ſi c'eſt par toiſes, ce ſeront 953 $\frac{1}{8}$ toiſ. quarrées auſſi ; enfin on donnera la dénomination de la meſure de laquelle on ſe ſert à nombrer 953 $\frac{1}{8}$, & on obſervera le même ordre en toutes les autres meſures des figures irrégulieres comme celles ci-après.


E
F
G
6
33 1/2
A
4 S I5 D
24
28
H
4
T
6
R
6
6
V
K
1/2
B 7 N 6 0 63
3
Q
C
2 1/2
2
3 1/2
M
6
P
L

Cela se pratique ainsi, lorsque la figure est de la forme dehors comme dedans, quoiqu'inaccessible, c'est-à-dire, quand on ne peut entrer dans icelle à cause des fossés ou murailles qui l'entourent ; mais si la place n'est accessible que de loin, comme de la portée du mousquet, pour lors l'on en doit prendre les angles du lieu où l'on est situé, pourvu que l'on apperçoive le pourtour, ou chacun côté de ladite piece, en allant autour d'icelle.

Pratique.

Soit pour exemple une figure supposée inaccessible, de laquelle on veut avoir la mesure ; il faut premiérement connoître tous les angles, & tous les côtés ; pour faire cela, plantez votre Instrument vis-à-vis de l'Angle A, proposé en la figure ci-après, & que la pinule fixe ou immobile regarde ledit angle ; mouvez l'alidade de votre instrument, en sorte que par les pinules d'icelle, votre œil rase la ligne droite imaginée ou parellele à la muraille ou fossé qui l'environne, formant l'angle. Remarquez qu'où ladite alidade fera section, en comptant depuis la pinule immobile de l'instrument, jusqu'à la section formée, vous aurez le total de l'angle demandé. Cela étant ainsi, faites la même opération que ci-devant pour trouver les autres angles opposés, lesquels de l'un à l'autre forment un côté ; ainsi faut-il faire de tous les angles qui environnent ladite place, laissant un piquet pour marque que ce premier angle a été mesuré. Transportez-vous ensuite à l'angle son opposé, & faites la même chose que ci-dessus ; puis mesurant la distance qu'il y a d'un piquet à l'autre, supposé directement vis-à-vis ledit angle mesuré, icelle donnera la valeur des côtés, comme il se voit en la figure suivante A B C D E F G H ; ainsi faut-il opérer au pourtour entier de ladite place, rapportant ensuite le tout au petit pied, qui représentera la même forme

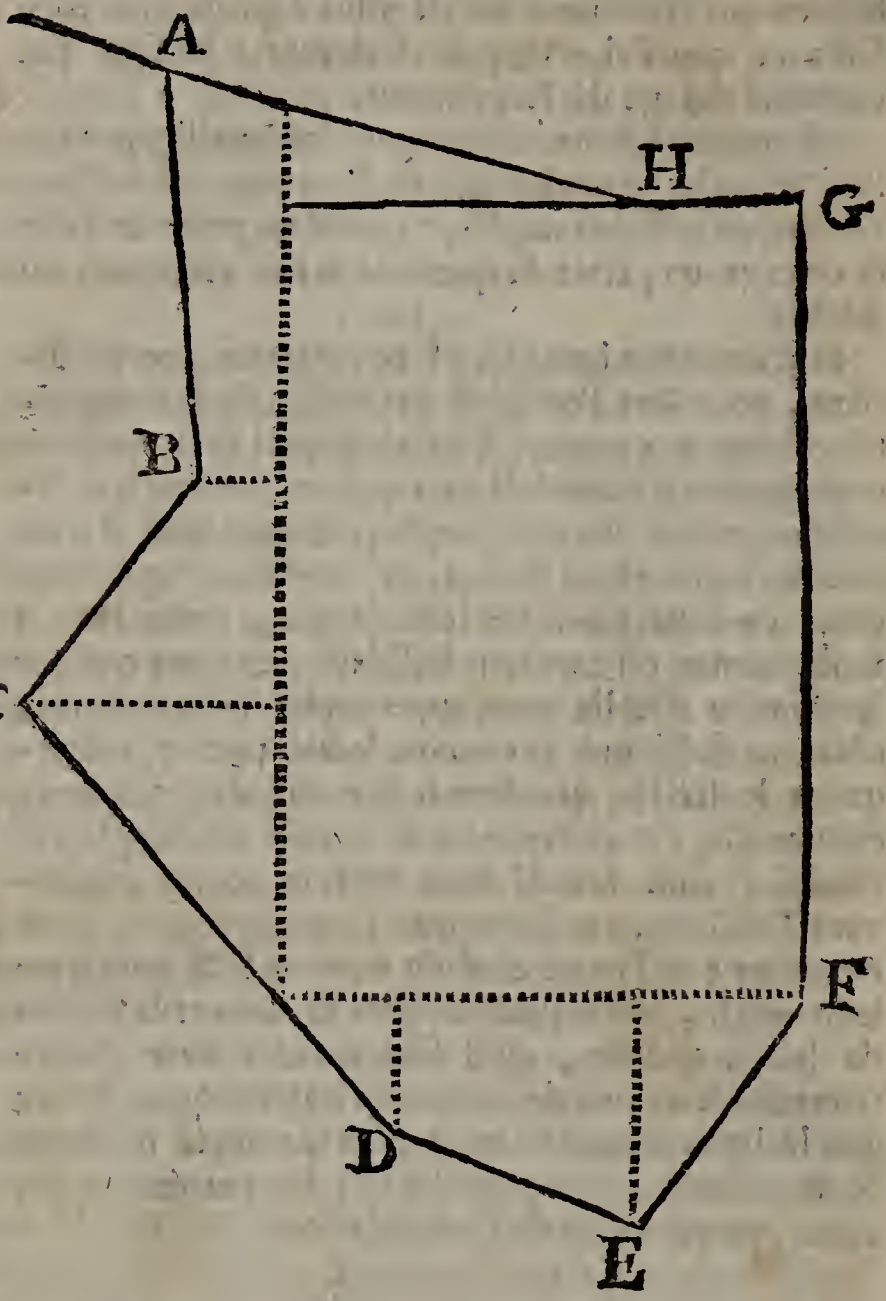
de

de la place, que l'on diviſera au mieux ſans perte, ſoit en triangle, quarré, quarré-long, ou autres figures qui ſe trouveront le plus à-propos, le tout ſelon ce que j'ai enſeigné ci-devant, lorſque j'ai expliqué l'uſage du Rapporteur.

La pratique donnera une parfaite intelligence des ſtations qu'il ſera néceſſaire de faire pour avoir l'ouverture de certains angles, ne voulant point en faire la deſcription, attendu que cela ſeroit ennuyeux au Lecteur.

Si d'aventure les angles ſont rentrants, ou en dedans, pour lors l'on n'eſt pas obligé de ſe comporter comme aux autres, ſi ce n'eſt qu'il faut toujours que la pinule immobile de votre inſtrument ſoit directement vis-à-vis ledit angle rentrant; mais il n'eſt néceſſaire que d'une ſtation, qui eſt que lorſque vous êtes bien ſitué vis-à-vis ledit angle, pour lors il faut tourner ou mouvoir l'alidade, en ſorte que par les pinules d'icelle vous apperceviez la fin du mur, côté ou foſſé qui environne ladite piece; remarquant la ſection que fera ladite alidade, qui fera, comme j'ai dit ci-devant, la moitié de l'angle demandé : ainſi faut-il faire ſans ſe bouger, mouvant l'alidade, en ſorte que l'on appercoive auſſi l'extrémité de l'autre côté du mur ou foſſé qui forme ledit angle, remarquant comme ci-devant la ſection de ladite alidade, qu'il faut ajouter avec l'autre trouvée, & ce ſera directement l'angle requis. Notez que la ligne imaginée n'eſt plus parallele ni d'une égale diſtance, parce qu'elle ſuit les extrémités des côtés, ce qui cauſe de l'irrégularité.

Proportion de la figure ci-devant.



Second avertissement pour l'Arpenteur.

L'Arpenteur ayant bien compris ce que j'ai expliqué touchant la mesure des pieces de terre regulieres & irrégulieres, il lui sera facile de trouver tou-

tes les mesures des terres de telle forme qu'elles puissent être, soit d'un bois, d'un étang, d'un marais, & autres superficies à mesurer, se comportant toujours à lever le plan, lorsque l'on ne peut entrer dans icelles, à cause de la confusion des arbres, ou autres empêchements.

S'il étoit proposé à séparer une piece de terre en trois parties égales, il faudra premiérement trouver la superficie totale de ladite piece, que l'on divisera en cesdites trois parties, & par cette division, on aura la part de chacun, que l'on prendra sur les extrémités de ladite piece, bornée en dehors du voisin, du grand chemin, de la crête du fossé, muraille, ou autre chose semblable. Cela etant fait, il est à considérer où finit la part du premier en dedans ladite piece, mettant à chaque extrémité un piquet, puis tendre un cordeau d'un piquet à l'autre, qui montrera que cette portion sera la part du premier. Ensuite il est nécessaire de prendre de cette limite, & en dedans de ladite piece, la part du second, comme ci-devant, observant toujours les bornes ou séparations, pour éviter la confusion : le reste de la piece sera la part du troisieme.

Et pour prouver si les séparations sont bien faites, mesurez chaque portion à part ; & ajoutant ensemble toutes les superficies trouvées, la somme des produits doit être égale à la superficie totale de ladite piece ; & ainsi faut-il faire pour séparer des termes à l'infini.

Quand il sera besoin de rapporter, pour le plus facile, le plan d'une piece de terre à mesurer, dans laquelle on a la liberté d'entrer & d'aller autour, sans se servir ni du Rapporteur, ni de l'instrument ci-devant représenté, il faut avoir une sauterelle de bois ou de laiton, grande à discrétion, divisée en pouces & lignes, si l'on veut, pour servir d'é-

chelle au besoin, la forme de ladite sauterelle étant en équerre, à la réserve qu'elle tourne autour de son centre; c'est-à-dire, comme une regle attachée sur une autre regle, avec un clou rivé dessus & dessous, laquelle s'ouvre tant & si peu que l'on veut, pour prendre l'ouverture de toutes sortes d'angles.

Pour s'en servir, si vous voulez rapporter au petit pied quelque piece, posez votredite sauterelle sur le bord de l'angle qui l'environne, faisant en sorte que chaque jambe de ladite sauterelle soit parallele, ou suivant la ligne imaginée sur le terrein qui environne ladite piece; & puis la laissant ainsi dans son ouverture, portez-la toute ouverte sur le papier; marquez au centre d'icelle un point, & à chaque jambe un point aussi. Considérez en quel biais ou sens est situé ledit angle, pour puis après suivre la même forme; de chacun point tirez une ligne, & ces lignes vous donneront l'ouverture de l'angle demandé. On fera de même à tous les angles qui environnent ladite piece; puis mesurant la distance d'un angle à l'autre son opposé, ou par pas, pieds, perches ou toises, &c. & rapportez le tout au petit pied, par le moyen de l'échelle, suivant l'instruction donnée page 370: par ce moyen, vous aurez sur le papier le plan de la place que vous desirez lever, réduit au petit pied: pour en trouver la superficie, il faut faire de même que ci-devant.

Je vous dirai en passant, que lorsqu'il arrive & qu'il s'agit de séparer un héritage en plusieurs parties, pour plusieurs personnes, il est bien plus à propos d'en lever le plan, & après le séparer également par lignes, en tant de parties que l'on voudra. Cela étant fait, bornez la terre suivant votre papier, par ce moyen, vous aurez une mesure exacte de ce que vous demandez.

Pour connoître si le plan est bien levé, il faut voir si, selon votre échelle & suivant vos angles, les côtés encloſent juſtement ladite piece, ſuivant ſa forme & ſuivant vos angles. Si cela eſt, c'eſt une marque aſſurée que le plan eſt bien levé: ſi autrement, il faut recommencer, ayant auparavant orienté la place avec une bouſſole que l'on poſe contre l'un des côtés, pour en connoître la déclinaiſon, afin que rapportant le plan ſur le papier, on y puiſſe former l'angle de déclinaiſon, & le reſte du plan ſera achevé comme il eſt dit, & ledit plan ſera ſitué ſelon les parties du monde.

L'Arpenteur ayant meſuré une piece de terre exactement, & ayant vu la ſupputation deux ou trois fois de ce qu'il aura meſuré, pour être plus certain de ſon meſurage, il faut qu'il délivre à la perſonne pour laquelle il a travaillé, un rapport fidele de ſa main, contenant ce qu'il aura trouvé de meſures, ſuivant la coutume du lieu, dont le modele ſuit.

» Je ſouſſigné tel, Juré-Arpenteur, demeurant en » tel lieu, certifie à tous qu'il appartiendra, que ce » tel jour, &c. me ſuis tranſporté exprès, à la re- » quête d'un tel, Marchand, Bourgeois de Paris, ou » dénommé par Juſtice, ſur une piece de terre ſituée » au terroir de Rancy, appartenant audit tel, lieu » dit le Noyer-Mouchet, tenant d'une part aux ter- » res ſainte Genevieve, d'autre à Guillaume Gau- » tier, aboutiſſant d'un bout aux terres ſaint Nico- » las, & d'autre bout ſur le grand chemin qui conduit » dudit Rancy au Bourget; laquelledite piece ai trou- » vé contenir, ſuivant la meſure du lieu, 132 per- » ches, valant 5 quartiers & 7 perches, comptant 20 » pieds pour perches, & 100 perches pour arpent, » qui eſt la meſure dudit lieu; ce que je vérifierai où » beſoin ſera. Fait & paſſé au jour & an que ci-deſ- » ſus, témoin mon ſeing.

L'Arpenteur doit avoir un Regiſtre pour écrire

dans icelui tous les noms des perſonnes qui l'auront employé pour meſurer leurs terres, leurs qualités & demeures, jour du mois & an. Cela mis en chef, il décrira au net la longueur & largeur d'une piece de terre qu'il aura meſurée, les tenants & les aboutiſſants, avec la ſupputation faite nettement. Outre plus, il eſt néceſſaire qu'il faſſe un rapport de la piece meſurée, ſuivant ſa forme, le plus exactement qu'il ſera poſſible, dans ſondit Regiſtre, autour de laquelle, ſur chacun côté trouvé, il mettra ſa longueur ou largeur en chifre, & la ſuperficie totale dans le milieu de ladite figure, & la ſupputation à côté, gardant l'ordre du ſtyle qui ſuit.

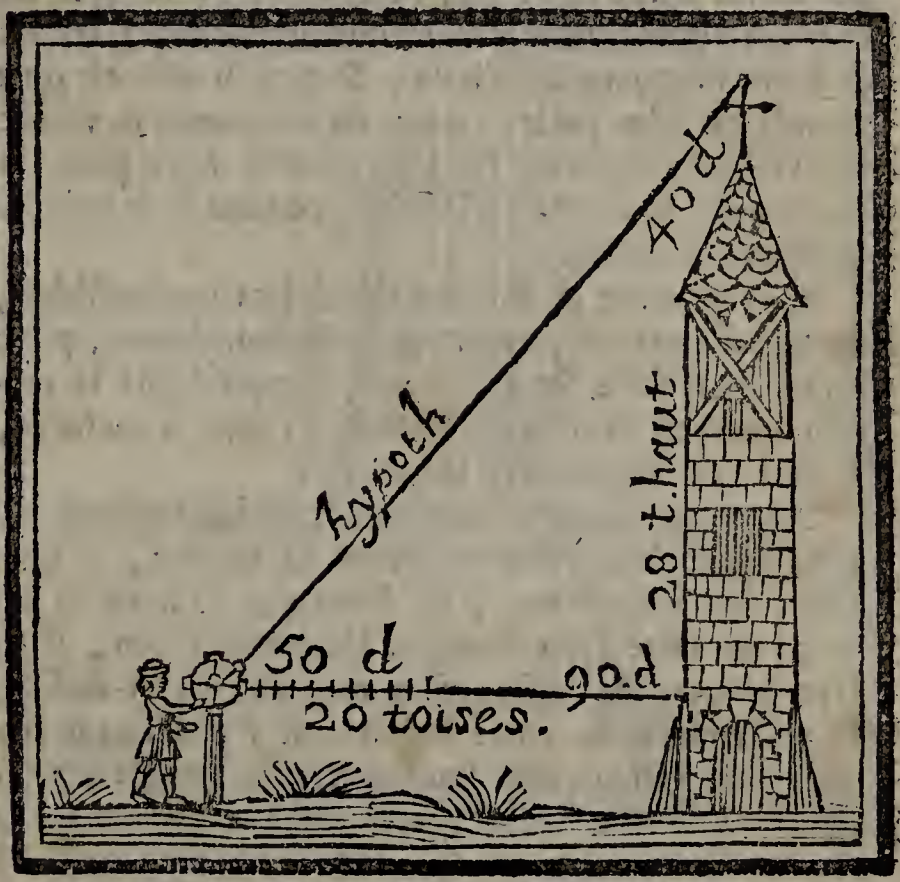
» D'un tel jour, telle année,
» J'ai meſuré, à la requête d'un tel, Marchand, Bour-
» geois de Paris, y demeurant, une piece de terre, ſi-
» tuée, &c. comme ci-devant; ladite piece de terre
» contenant 132 perches, qui valent cinq quartiers &
» ſept perches de plus, comme il ſera voir en Juſtice,
» ſi le cas arrive «. Pour la démonſtration de la figure de ladite piece de terre meſurée, il la fera ſemblable comme elle eſt ſur le terrein.

Comme j'ai amplement parlé de la meſure des ſujets acceſſibles & inacceſſibles qui appartiennent à la Planimétrie & Longimétrie, je traiterai enſuite briévement de l'Altimétrie, qui eſt pour la meſure des hauteurs, tant acceſſiblement qu'inacceſſiblement.

Soit poſé pour exemple une tour ou clocher duquel on peut approcher. Pour en trouver la hauteur, il faut aller juſqu'au pied, puis reculer à droite ligne juſqu'à ce que vous apperceviez la ſommité ou pointe dudit clocher. La pointe apperçue, poſez votre inſtrument verticalement & bien perpendiculaire ſur l'horiſon, en ſorte que par le diametre dudit inſtrument, qui eſt parallele à la ligne-terre, vous voyiez un point à ladite tour, qui ſera

à la hauteur de l'œil, & par l'autre pinule le sommet d'icelle Tour; alors vous aurez l'ouverture de l'angle, & la ligne de la base avec la hauteur de la Tour formeront un triangle rectangle.

Maintenant pour trouver l'angle du sommet, il faut ajouter les deux angles de la base, & la somme étant soustraite de 180 degrés, le reste sera l'angle du sommet.



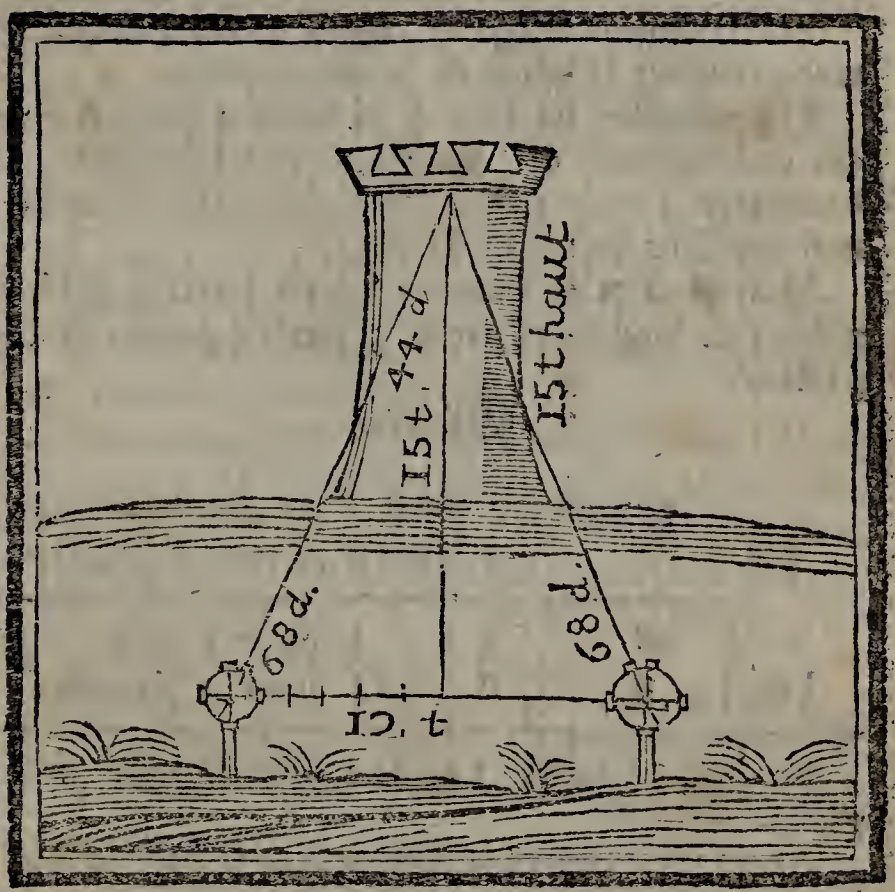
Puis mesurez depuis votre instrument jusqu'au milieu du Clocher, perpendiculairement sous la croix, y ajoutant la hauteur du bâton de votre instrument; rapportez ensuite le tout au petit pied sur le papier, tirant une ligne occulte, qui sera la base de votredit

triangle, que vous diviserez en autant de parties trouvées sur le terrein, y faisant tomber une perpendiculaire sur icelle, tirée à l'infini, qui fera un angle droit; puis à l'autre extrémité de ladite base, former l'angle trouvé par le moyen du Rapporteur, & tirer sur cedit angle une ligne à l'infini, qui fera section à l'autre ligne, son opposée ou perpendiculaire, qui clôra ledit triangle. Ensuite prenez la longueur de votredite base avec le compas, & le transportez sur ladite ligne perpendiculaire; si la ligne est égale à la base, vous pouvez dire assurément que c'est la même longueur de la base, & ainsi si elle est plus grande ou plus petite, vous en trouverez la valeur sur l'échelle donnée. Et ainsi faut-il faire pour la mesure des hauteurs accessibles, comme il se voit en la figure ci-dessus.

Pour prendre la hauteur des sujets inaccessibles, comme d'une tour, ou autres choses semblables, pour lors il faut faire deux stations, supposé que le terrein où on est situé soit à niveau du sujet à mesurer, & que l'on apperçoive la sommité.

Soit pour exemple une tour, de laquelle on ne peut approcher. Pour en avoir la mesure, il faut situer son instrument, en sorte que l'on ait la liberté de faire deux stations. En premier lieu, il se faut placer, & observer ce que j'ai dit ci-dessus, & en la place de votre instrument y mettre un piquet, en remarquant l'ouverture de l'angle, puis reculer à droite ligne, regardant toujours votre piquet & le sujet à mesurer où vous avez terminé votre point. Cela fait, opérez comme ci-devant, observant toujours l'angle; puis mesurez la distance d'entre les deux stations qui composent un triangle de la façon (comme j'ai décrit ci-devant) à laquelle ajoutez deux fois la hauteur du bâton, par ce moyen vous aurez une entiere intelligence de la hauteur du sujet, comme aussi de la largeur

d'une riviere, & de la distance d'un village à un autre, & même pour lever le plan des places, supposé le sujet de niveau à l'horizon où on est situé; mais s'il ne l'est pas, il faut considérer à-peu-près l'élévation où l'on est, & l'ajouter avec la hauteur trouvée pour rendre le tout égal; & si l'on est situé plus bas, il faut ôter la différence de la hauteur trouvée. Ce qui est dit ci-dessus se voit par la démonstration de la figure suivante.



J'ai enseigné, page 384, comme il faut trouver la superficie totale d'une figure, de laquelle les côtés sont connus, savoir, longueur & largeur, & dont la mesure a été faite par perches & pieds; reste maintenant auparavant de commencer le Traité du toisé, de faire voir que la longueur & largeur de

quelque figure que ce soit étant connues, si on les multiplie l'une par l'autre, le produit donnera une superficie quarrée, soit par perches, pieds, &c à l'égard de l'arpentage; ou par toises, pieds, pouces, &c à l'égard du toisé; & si cette superficie est multipliée par une hauteur ou profondeur, le produit donnera le solide de la chose à mesurer ou toiser, soit par toises, par pieds, pouces ou autres mesures, comme il se voit par la question suivante.

Etant donné la longueur, épaisseur & hauteur d'un mur, trouver le solide de la maçonnerie.

Par exemple, un mur a 56 toises 4 pieds 6 pouces de longueur, & 3 pieds 4 pouces d'épaisseur, la hauteur de 3 toises 5 pieds; on demande combien ledit mur contient de toises solides.

Multipliez premiérement les 56 toises 4 pieds 6 pouces de longueur, par les 3 pieds 4 pouces de l'épaisseur.

Opération.

	56 toises	4 pieds	6 pouces de longeur,
par		3 pieds	4 pouces d'épaisseur.
$\frac{1}{2}$	28	2	3 pour 3 pieds.
$\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$	3	0	11 pour 4 pouces.

Produit 31 toises 3 pieds 2 pouces pour la superficie.

Après avoir trouvé la superficie de la base du mur, il la faut multiplier par la hauteur : savoir, par 3 toises 5 pieds; ainsi qu'il se voit ci-après.

Opération.

31 toises 3 pieds 2 pouces... superficie,
par 3 toises 5 pieds

94	3	6	
15	4	7	
10	3	0	8 lignes.

Prod. 120 toises 5 pieds 1 pouce 8 lignes.

ou 120 toises $\frac{185}{216}$ pour le solide du mur proposé, lesquelles fractions de la toise se doivent prendre à la raison du solide.

Or, la toise solide contient 216 pieds cubes.

Le pied 1728 pouces; le pouce 1728 lignes.

Tellement qu'ayant égard à la division ci-dessus de la toise selon ses parties, on connoîtra la valeur de la fraction égale à 185 pieds cubes.

Mais pour opérer plus sûrement, il faut réduire la longueur 56 toises 4 pieds 6 pouces en pouces, il viendra 4086 pouces; il faut réduire l'épaisseur 3 pieds 4 pouces en pouces; il viendra 40 pouces; il faut de même réduire la hauteur 3 toises 5 pieds en pouces, il viendra 276 pouces.

Il faut multiplier 4086 par 40; on aura au produit 163440 pouces quarrés, lesquels on multipliera par 276, il viendra au produit 45109440 pouces cubes.

Pour réduire 45109440 pouces cubes en toises cubes, il faut premiérement les réduire en pieds cubes, en les divisant par 1728 pouces, valeur des pouces du pied cube, il viendra au quotient 26105 pieds cubes sans reste.

Enfin, il faut diviser 26105 par 216 pieds, valeur de la toise cube, on aura au quotient 120

toiſes cubes, il reſte 185 pieds cubes, ce qui ſe pratiquera de même pour toutes les opérations de cette eſpece.

Quant au toiſé des bâtiments, on ne conſidere point l'épaiſſeur du mur, mais ſeulement la ſurface.

TRAITE
DE
LA MESURE
DES SOLIDES ET DU TOISÉ.

DÉFINITION.

1. SOLIDE est un corps, c'est-à-dire, une figure qui a longueur, largeur & profondeur.

2. De ces solides, celui-là s'appelle cube, qui est compris de 6 quarrés égaux.

3. Parallélipipede est un solide compris de six figures parallélogrames, desquels parallélogrammes les opposés sont semblables & égaux entr'eux, & si les angles de chacun de ces parallélogrammes sont droits, le parallélipipede s'appellera parallélipipede rectangle.

4. Prisme est une figure solide, ayant deux bases égales, semblables & paralleles, & d'autant de parallélogrammes qu'il y a de côtés en ces figures.

5. Colonne ronde ou cylindre est une figure solide, ayant deux bases circulaires & paralleles.

6. Pyramide est une figure solide, ayant pour

baſe une figure rectiligne, & d'autant de triangles qu'il y a de côtés à la même figure, ayant leurs ſommets en un même point.

7. Cone eſt une figure ſolide, ayant pour baſe un cercle, & pour ſommet un point pris en l'air.

8. Sphere eſt une figure ſolide, contenue d'une ſuperficie appellée ſphérique, au-dedans de laquelle il y a un point duquel toutes les lignes droites qui tendent à cette ſuperficie ſont égales entr'elles, & ce point eſt appellé centre de la Sphere.

9. Le diametre de la Sphere eſt une ligne droite, paſſant par le centre, terminée de part & d'autre à la circonférence d'icelle.

Maxime.

1. Tout ſolide eſt meſuré par un cube, ayant un chacun de ſes côtés égal à la meſure de laquelle on voudra ſe ſervir; par exemple, ſi c'eſt par la toiſe cube, ce ſera une toiſe cube, qui vaut 216 pieds cubiques, &c.

2. Le contenu de quelque ſolide que ce ſoit, eſt trouvé en multipliant la hauteur d'icelui par la ſuperficie de ſa baſe.

Propoſition I.

Etant donné un cube, trouver ſa ſolidité, c'eſt-à-dire, combien il contient de toiſes cubes, & parties de toiſes, s'il en a.

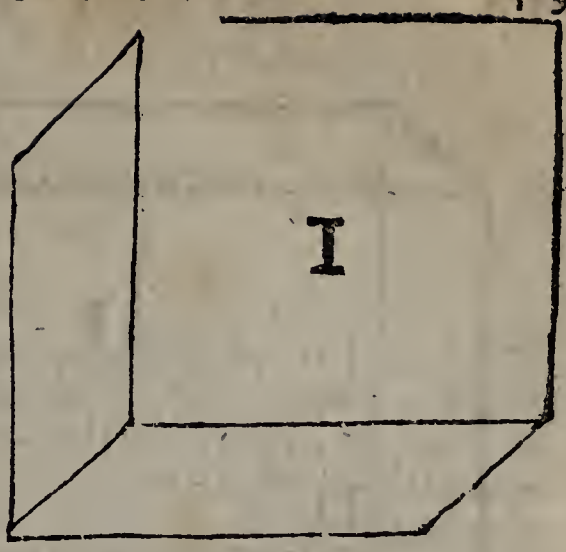
Regle.

Il faut meſurer l'un des côtés, & le multiplier deux fois par ſoi-même, le dernier produit ſera la ſolidité requiſe.

Exemple.

Le côté meſuré ſoit 4 toiſes & 2 pieds, le mul-

tipliant par soi-même, il vient 18 toises 4 pieds 8 pouces pour la base du cube. Cela fait, multipliant cette base par la hauteur, qui est le côté mesuré, on aura 81 toises 2 pieds 2 pouces 8 lignes.



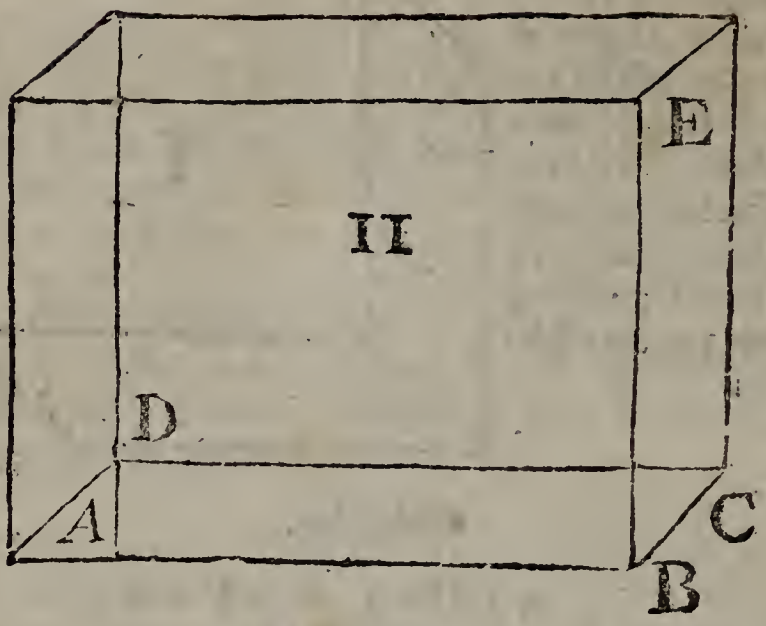
Opération.

	4	toises	2	pieds à multiplier
par	4		2	pieds.
	17	toises	2	pieds.
	1		2	pieds 8 pouces.
Sup. de la base	18	toises	4	pieds 8 pouces à multip.
par	4	toises	2	pieds.
	75	toises	0	8 pouces.
	6		1	6 8 lignes. *
Solide	81	toises	2	pieds 2 p. 8 lignes. *

Cette Regle étant faite, selon la méthode, la page 419 donnera 81 toises 80 pieds cubes.

Proposition II.

Etant donné un Parallélipipede, avec la grandeur de ses côtés, trouver le contenu de la solidité.



Regle.

Il faut ſuppoſer une des faces du Parallélipipede être la baſe du même, de laquelle il faut trouver la ſuperficie, ainſi qu'il a été enſeigné ci-devant.

Cela fait, on meſurera ſa hauteur, qui eſt la perpendiculaire, qui tombe d'un des angles de la baſe d'en-haut ſur le plan de la baſe du bas, ou ſur un plan qui ſoit continu; & multipliant la ſuperficie de la baſe par cette hauteur, on aura la ſolidité.

Exemple.

Il y a deux cas où le parallélipipede ſera rectangle, ou ambligone.

S'il eſt rectangle, & que la baſe ſoit ABCD, de laquelle le côté AB ſoit 12 toiſes, le côté BC 8, multipliant l'un par l'autre, on aura la ſuperficie de la même baſe, qui ſera 96 : Cela fait, on meſurera la hauteur E C, qui eſt par exemple 7 toiſes; puis on multipliera 96 par 7, & on aura la ſolidité.

12 toises à multiplier
par 8

baſe 96 toiſes à multiplier.
par 7

Solide 672 toiſes.

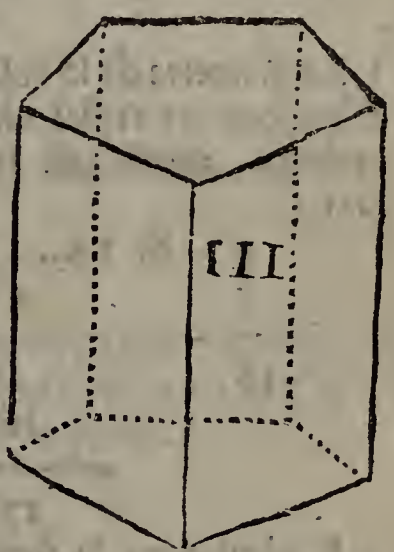
Si le parallélipipede n'eſt point rectangle, on mettra la ſuperficie de la baſe comme celle du Rhombe; & pour trouver ſa hauteur, on abaiſſera une perpendiculaire du point E ſur la ſuperficie ſur laquelle la baſe eſt appuyée, & la longueur de cette perpendiculaire ſera la hauteur par laquelle on multipliera la ſuperficie de la baſe, & le produit ſera le ſolide.

Propoſition III.

Etant donné un Priſme, trouver ſon ſolide.

Regle.

Il faut meſurer la ſuperficie de la baſe, comme auſſi prendre la hauteur; & multipliant la baſe par cette hauteur, on aura le ſolide.



Suppoſé que le Priſme ait les baſes exagones, & que la ſuperficie d'une d'icelles ſoit de 13 toiſes, la hauteur de 6 toiſes, on multipliera 13 par 6, & il viendra 78 pour la ſolidité du Priſme.

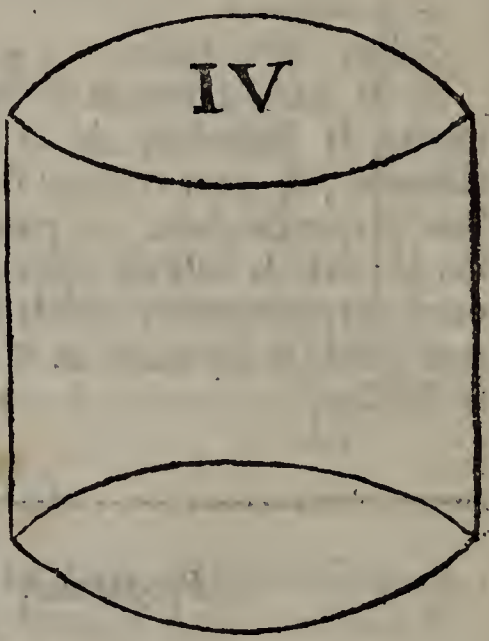
On fera le même de tout Priſme, quelque baſe qu'il ait.

Propoſition IV.

Etant donné un Cylindre, chercher ſa ſolidité.

Regle.

Il faut premiérement meſurer la ſuperficie de ſa baſe, & pour le faire, il faut meſurer le diametre de ſa baſe, afin que par icelui diametre on trouve la ſuperficie du cercle qui lui ſert de baſe; enſuite on meſurera la hauteur du même Cylindre par le moyen ci-devant dit; &, multipliant la ſuperficie de la baſe par cette hauteur, on aura le ſolide.



Exemple.

Le diametre de la baſe ſoit quatre toiſes, on cherchera par les regles enſeignées au Traité de l'Arpentage, quelle eſt la ſuperficie du cercle, diſant :

4	Si 14... 11... 16	88	
4	11	176	
16	16	144	(12 $\frac{4}{7}$
	16	4	
	176		

Il vient pour la ſuperficie de la baſe 12 $\frac{4}{7}$; puis multipliant cette ſuperficie de la baſe par la hauteur eſtimée 5 toiſes,

12 $\frac{1}{7}$
5

il vient 62 $\frac{6}{7}$ toises pour la solidité du Cylindre ou colonne.

Proposition V.

Etant donné une Pyramide à mesurer, trouver son solide.

Il faut noter que la Pyramide est la troisieme partie du Prisme, ayant même base & même hauteur.

Donc pour trouver la solidité de la Pyramide:

Regle.

Il faut mesurer sa base; & la multipliant par la troisieme partie de sa hauteur, on aura la solidité de la même Pyramide.

Exemple.

La base de la Pyramide soit 25 toises, la hauteur 8, pour avoir sa solidité, on multipliera 25 par le tiers de 8 toises; savoir, 2 toises 4 pieds.

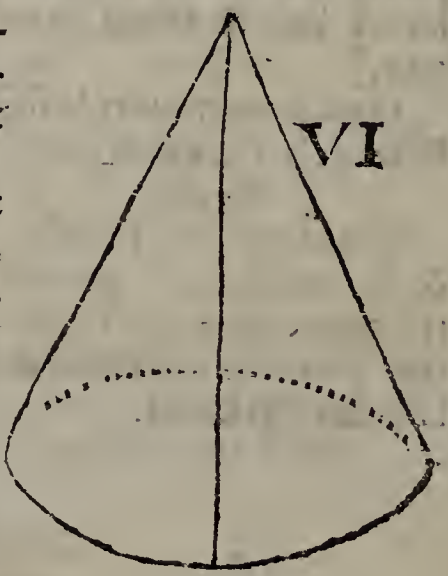
25 toiſes à multiplier
par 2 toiſes 4 pieds.

50 toiſes.
16 4 pieds.

R. 66 toiſes 4 pieds pour le ſolide de la Pyramide. *Voyez la page 419.*

Propoſition VI.

Etant donné un Cone à meſurer, trouver ſa ſolidité.



Tout Cone eſt la troiſieme partie du Cylindre, ayant même baſe & même hauteur.

Tellement qu'il faut meſurer la baſe du Cone, comme auſſi ſa hauteur, & multiplier la baſe par la troiſieme partie de la même hauteur.

Suppoſé que la baſe du Cone ſoit 16, ſa hauteur 4, on multipliera 16 par la troiſieme partie de 4, qui eſt une toiſe & deux pieds.

16 toiſes.
1 toiſe 2 pieds.

16 toiſes.
5 2 pieds.

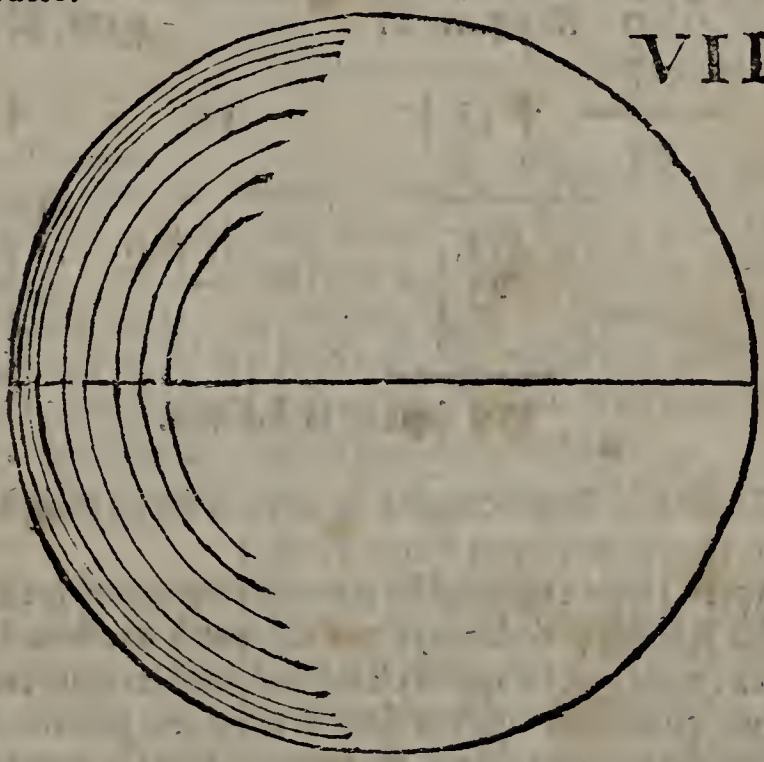
21 toiſes 2 pieds.
Voyez la page 419.

Il vient au produit 21 toiſes 2 pieds pour le ſolide du Cone propoſé.

Mais pour avoir la ſuperficie du Cone, il faut multiplier toute la circonférence de ſa baſe par la hauteur penchante, le produit donne la vraie ſuperficie du Cone.

Propoſition VII.

Etant donné le diametre d'une Sphere, trouver ſa ſolidité.



Regle.

Il faut en premier lieu trouver la ſuperficie du cercle qui a pour diametre celui de la Sphere; cela fait, on prendra quatre fois la ſuperficie de ce cercle, & quatre fois la ſuperficie de ce cercle eſt la ſuperficie convexe de la Sphere : or, la ſolidité de la Sphere eſt trouvée en multipliant la troiſieme partie

de la ſuperficie convexe, par le ſemi-diametre de la même Sphere ; c'eſt pourquoi on trouvera premiérement la ſuperficie convexe.

Exemple.

Le diametre de la Sphere ſoit 7 ; le cercle qui a pour diametre 7, a de ſuperficie $38\frac{1}{2}$; lequel pris quatre fois, il vient 154 pour la ſuperficie convexe de la Sphere, de laquelle tierce partie eſt $51\frac{1}{3}$; leſquels étant multipliés par la moitié du diametre, ſavoir, $3\frac{1}{2}$, il vient $179\frac{2}{3}$ pour la ſolidité.

7 Si 14..... 11 — 49 &. $38\frac{1}{2}$

7

49 — par $3\frac{1}{2}$ — $+51\frac{1}{3}$ — par 4

154 — le $\frac{1}{3}$.... $51\frac{1}{3}$ +

$25\frac{1}{2}$

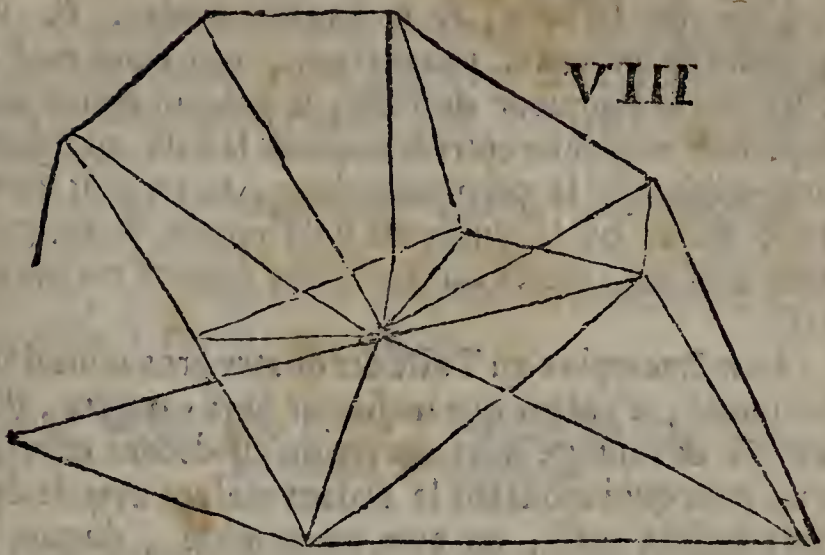
$\frac{1}{6}$

$179\frac{2}{3}$ pour la ſolidité.

On fera la Regle comme il vient d'être enſeigné, & on trouvera ce que l'on cherche.

Après avoir expliqué le moyen de trouver le ſolide des figures précédentes qui ſervent à meſurer les autres, nous dirons que ſi c'eſt une figure irréguliere, il faut concevoir qu'elle ſoit diviſée en autant de Pyramides comme elle a de faces ; & meſurant chacune de ces pyramides à part, leur ſolide étant joint enſemble donnera le ſolide du tout.

On peut autrement, ſi la choſe eſt tellement irréguliere que l'on n'y puiſſe former de Pyramides, à cauſe que les faces ne ſont pas de ſuperficie plate ; & qu'il y aura une infinité de côtés, cela ſe fera par le moyen d'un vaſe plein d'eau, & d'une



meſure faite en forme de cube, d'autant que ſi on emplit ce vaſe premier tout-à-fait d'eau, que l'on y plonge la choſe à meſurer, de néceſſité il en ſortira de l'eau autant en volume que la grandeur de la choſe qui aura été plongée ; & meſurant cette eau par le moyen de ce cube déjà dit, on trouvera combien de cubes la choſe à meſurer contient.

Maintenant il s'agit du Toiſé : on fera comme il ſuit.

Le Toiſé ſe prend en deux façons, ou bien pour une toiſe en ſuperficie, ou pour une toiſe ſolide : Pour une toiſe ſolide, quand on ne ſpécifie point l'épaiſſeur des ouvrages que l'on marchande ; par exemple d'un rempart, ou autre choſe ſemblable, alors il faut meſurer la longueur & hauteur ; puis multipliant la longueur par la largeur, ſi le produit eſt multiplié par la hauteur, il donnera la ſolidité du rempart.

La même choſe eſt d'un foſſé, d'autant qu'en multipliant la longueur par la largeur, & le produit étant multiplié par la profondeur, donnera le vuide total du foſſé, ſuppoſé qu'il ſoit égal par-tout.

Quant aux fossés qui ont talus, il faut ajouter la largeur de la base, & la largeur haute, & en prendre la moyenne proportion, qui étant multipliée par la longueur du fossé, le produit donne une superficie moyenne entre la haute & la base, qui étant multipliée par la perpendiculaire, le produit donne le solide ou le vuide du fossé requis. Il en arrivera ainsi des turcies ou levées des canaux ou rivieres.

Le même arrive au Toisé des quatre gros murs d'un bâtiment, d'autant que mesurant hors-œuvre, il se trouve davantage hors-œuvre qu'au-dedans œuvre; c'est pourquoi ajoutant le dedans mesuré avec le dehors mesuré aussi, ou aura un nombre, duquel la moitié s'appelle pourtour, lequel pourtour est multiplié simplement par la hauteur pour avoir le contenu du mur, quand au marché on a arrêté l'épaisseur du mur.

Le même arrive au Toisé d'un Puits, dont l'explication se verra tant de figure ronde qu'en ovale vers la fin des questions.

Le même arrivera dans le Toisé de la maçonnerie d'un Colombier rond, parce que trouvant le pourtour, & opérant de même, on aura ce que contient le mur du Colombier.

Pour mesurer les lambris, comme seroit celui d'un Pavillon auquel il y eût un plafond, il faut mesurer la hauteur penchante du lambris, puis les deux côtés du même qui sont en haut & en bas, & ajouter ces deux longueurs-là ensemble, & de la somme en prendre la moitié, qui étant multipliée par la hauteur, donnera le nombre de toises que contient le lambris.

Cette mesure est de même que celle du Trapeze, ainsi qu'il a été enseigné.

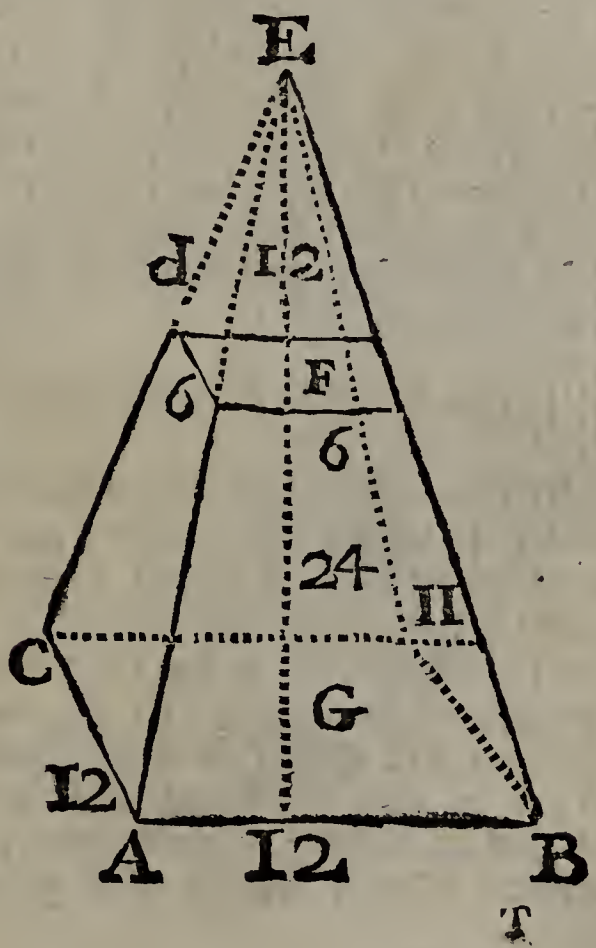
Pour mesurer les voûtes, il faut mesurer la circonférence d'icelles par le moyen d'une ligne, ou autrement,

autrement, de laquelle il faut prendre le tiers, & l'ajouter à la même circonférence, & cette ſomme étant multipliée par la longueur de la voûte, donnera le contenu d'icelle : cela s'entend des voûtes circulaires.

Pour les ornements qui ſe font aux bâtiments, ſoit d'architecture ou de ſculpture, comme aux cheminées, aux corniches qui ſont aux entablements, &c. cela ſe meſure par eſtime.

De la meſure des Cônes & Pyramides reſcindées, tronquées & coupées.

Pour trouver la meſure de toutes pyramides coupées, il faut achever ces pyramides, & trouver la

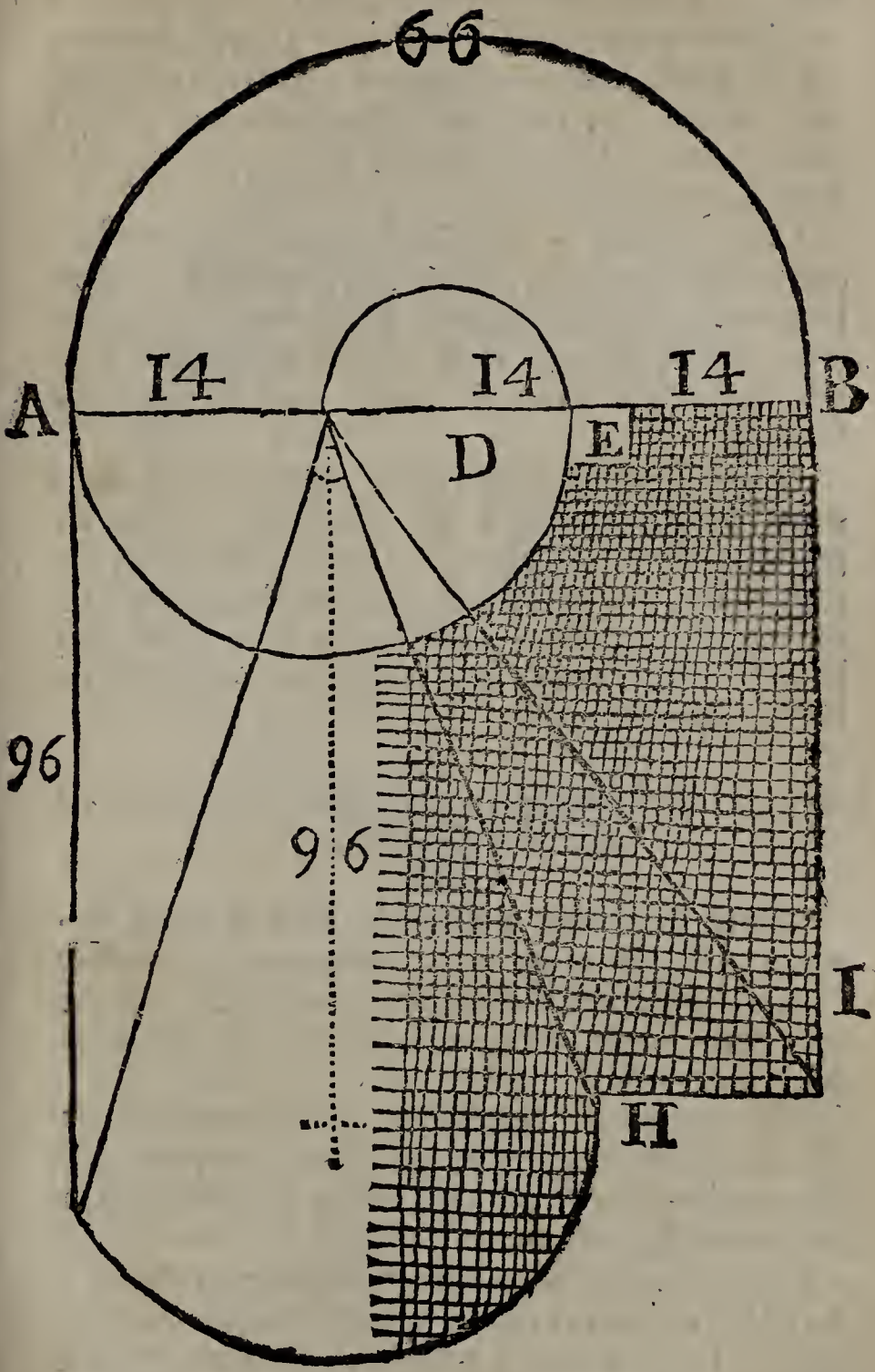


T

ſuperficie de leur baſe, qu'il faut multiplier par le tiers de leur perpendiculaire, comme il a été dit page 427. Mais pour trouver la petite Pyramide imaginée, il faut trouver la ſuperficie du plan de la ſection de la Pyramide tronquée, & la multiplier par le tiers de ſa perpendiculaire; & le produit étant ſouſtrait du premier produit, le reſte ſera le ſolide de la Pyramide coupée ou tronquée. Par exemple, ſoit propoſé la Pyramide tronquée ci-devant, ABCD, tronquée en D, & continuée juſqu'au point du ſommet E, la baſe ABCH a pour ſes côtés 12 pieds; la ſuperficie d'icelle ſera 144, & la perpendiculaire G E eſt trouvée de 36; ſi l'on multiplie 144 par le tiers de la perpendiculaire, qui ſera 12, il viendra 1728 pour le ſolide de toute la Pyramide ſuppoſée entiere, duquel ſolide il faut ôter la petite Pyramide D E F, qui a pour chaque côté de ſa baſe 6, ſa ſuperficie ſera 36, leſquels étant multipliés par le tiers de la perpendiculaire, que l'on ſuppoſe ici être 12, dont le tiers eſt 4, le produit donnera 144, qu'il faut ſouſtraire de 1728, qui étoit le total d'une Pyramide entiere, & il reſtera 1584 pieds ſolides pour le ſolide requis de la Pyramide tronquée.

De la meſure de la Spirale.

Pour trouver la ſuperficie d'un eſpace ſpiral, il faut multiplier chaque demi-cercle à part, comme dans cet exemple, où la ſpirale a trois révolutions, c'eſt-à-dire, trois demi-cercles: il faut premiérement poſer que le diametre du premier demi-cercle ait 14, celui du grand aura 28, & celui du troiſieme aura 42, duquel la demi-circonférence aura 66: ſi on multiplie la moitié du diametre 21 par la moitié de la demi-circonférence 33, le produit donnera la ſuperficie du plus grand & du


66
14
14
14
A
B
D
E
96
96
I
H

plus petit demi-cercle, qui ſera 693, reſte encore à trouver le moyen demi-cercle, qui a pour diametre 28 & 44 de demi-circonférence ; multipliant donc 14 par 22, on aura pour ſuperficie 308, qu'il faut ajouter à 693, il viendra 1001 pour toute la ſuperficie requiſe.

Que ſi c'étoit la ſuperficie haute d'un Priſme, comme il ſe voit ici, & qu'il fût queſtion d'avoir le contenu ſolide d'icelui, il faudroit multiplier cette ſuperficie ainſi trouvée par la hauteur A G 96, le produit donneroit 96096 pour le ſolide du Priſme.

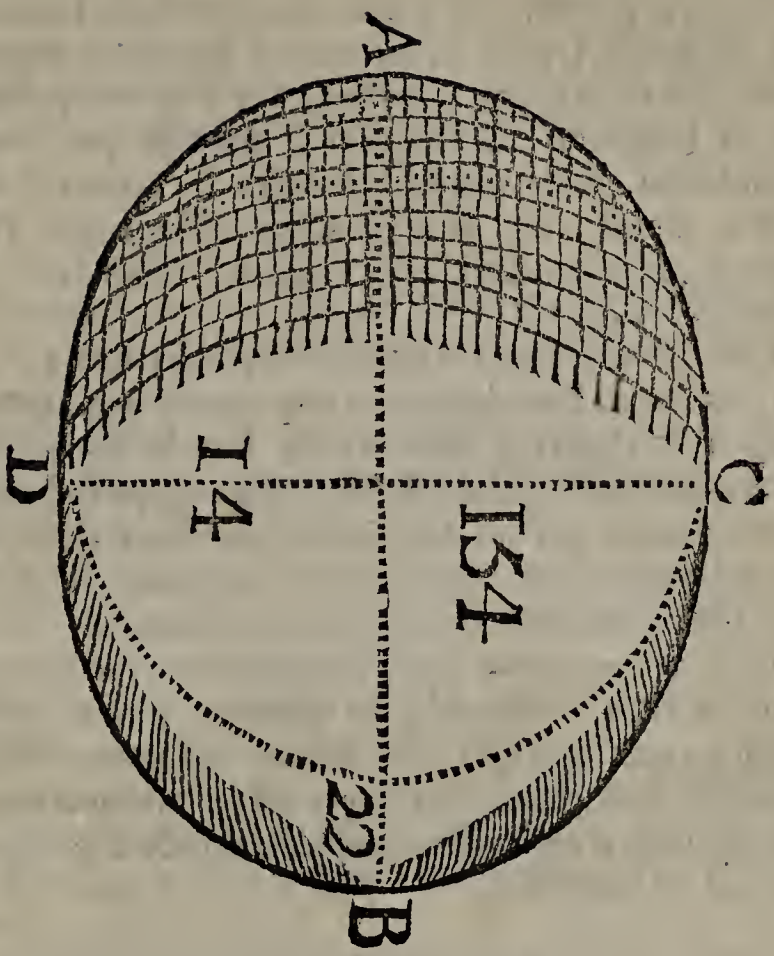
Maintenant s'il étoit requis de trouver le ſolide d'une Pyramide dont la baſe fût égale à celle du Priſme, & que ſa hauteur perpendiculaire lui fût auſſi égale, ſavoir, de 96, alors il faudroit multiplier toute la baſe de 1001 par le tiers de 96, qui ſont 32, & il viendroit 32032 pour le ſolide de la Pyramide GCHI.

Trouver la ſuperficie convexe d'un Sphéroïde ou figure en forme d'œuf.

Elle ſe trouve en multipliant tout le long diametre AB par toute la circonférence du diametre CD, qui eſt ici 44 : multipliant donc 44 par AB 22, le produit donne 968 pour la ſuperficie du Sphéroïde donné.

Mais pour avoir la ſolidité, il faut multiplier la ſuperficie du petit cercle, qui eſt ici 154, par les $\frac{2}{3}$ du grand diametre 22, qui eſt 14 $\frac{2}{3}$; il viendra le ſolide requis, à ſavoir, 2258 $\frac{2}{3}$.

Ou bien multipliant la même ſuperficie 154 par $\frac{1}{6}$ du grand diametre, qui eſt 3 $\frac{2}{3}$, le produit donnera 564 $\frac{2}{3}$, leſquels il faut multiplier par 4 ; il viendra au produit la même ſolidité 2258 $\frac{2}{3}$; ce qu'il falloit démontrer par la figure ſuivante.



De la mesure des Vaisseaux.

S'il étoit proposé de mesurer un muid ou autre vaisseau de telle grandeur que l'on voudra, pour en avoir le contenu, il faut premiérement en avoir un échantillon cubique, contenant un pot ou une pinte, selon la mesure du pays, puis mesurer le diametre de l'un des bouts du tonneau par la hauteur de l'échantillon, comme aussi celui du bondon, qui est toujours plus grand, à cause que les douves sont gouges; cela fait, il faut trouver la superficie du cercle du bout du tonneau, & celle du dia-

metre du bondon, ce qui se fera par la proportion de 7 à 22, comme il a été enseigné en la superficie du cercle; puis ayant ajouté ces deux superficies, on en prendra la moitié, que l'on multipliera par la longueur du tonneau, mesurée par ledit échantillon, & le produit donnera la quantité des pots, pintes, ou de telle autre mesure que l'on voudra, que contient ledit vaisseau, selon l'échantillon donné.

Que s'il se rencontre quelque vaisseau qui ait un des cercles de l'un des bouts plus grand que l'autre, alors il se trouvera trois cercles dont les superficies seront différentes, qu'il faudra ajouter, puis diviser leurs sommes par les différences, qui sont trois, & le quotient étant multiplié par la longueur du vaisseau, le produit donnera le contenu requis.

Il est à remarquer que l'on peut trouver le contenu de tous vaisseaux, de quelque forme qu'ils soient, ayant entendu les mesures des corps solides ci-devant enseignées; car il y a même raison à trouver le vuide d'un vaisseau, que le solide d'un corps qui lui est semblable.

Du Toisé du Bois.

Le bois se compte au cent de pieces; or, la piece de bois est celle qui, ayant une toise de long, a 72 pouces quarrés de grosseur, ou bien deux toises de long, & 36 pouces de grosseur.

Néanmoins, parce qu'on ne fait guere de pieces de bois de 6 pouces de large, & 8 pouces de haut, & que communément on les fait de 5 à 7, quoiqu'elles ne fassent que 35 pouces, on ne laisse pas de prendre 35 comme si c'étoit 6 sur 6. Or, voulant trouver combien de pieces de bois de 3 pouces sur 4 sont contenues en 58 chevrons, ayant chacun 15 pieds de longueur, on multipliera 58 par 2 toi-

ſes 3 pieds, il viendra 145 toiſes ; & parce que le bois eſt de 3 pouces ſur 4, qui fait 12 pouces, il faut faire une regle de Trois, diſant : Si 72 donnent 12, combien 145 ? faiſant la regle, il viendra au quotient de la diviſion 24 pieces, & $\frac{1}{6}$ d'une piece.

Autre Exemple.

Une poutre a de long 18 pieds, & de groſſeur 15 pouces ſur 14, on demande combien elle contient de pieces.

Il faut multiplier les 15 pouces par les 14, il vient 210 pour la groſſeur ; cela fait, il faut dire par regle, comme à la précédente :

Si 72..... 210..... 3 ?

Faiſant la regle, il viendra au quotient 8 pieces $\frac{3}{4}$, d'où il ſuit le calcul ſuivant.

6 Chevrons, chacun de 3 ſur 4 pouces de gros ſur 6 pieds de long, valent 1 piece.

3 Chevrons de 3 à 4 pouces de gros ſur 12 pieds de long, valent 1 piece.

3 Poteaux de 4 à 6 pouces de gros ſur 6 pieds de long, valent 1 piece.

2 Poteaux de 4 à 6 pouces de gros ſur 9 pieds de long, valent 1 piece.

1 Poteau de 8 à 9 pouces de gros ſur 6 pieds de long, vaut 1 piece.

1 Piece de bois de 12 ſur 12 pouces de gros, ou de 18 ſur 8, ou de 16 ſur 9, &c. ſur 4 toiſes de long, vaut 8 pieces.

1 Piece de 24 pouces ſur 9 de gros, ou d'un pied & demi ſur 1 pied de gros de 4 toiſes de long, vaut 12 pieces.

On pourra encore trouver les pieds cubes d'une piece de bois, ſoit chevron ou poutre, ſans avoir égard à la piece, comme ci-devant, en ajoutant les deux ſuperficies des deux bouts, & prenant la moi-

tié d'icelle qu'il faut multiplier par la longueur ; ſoit du chevron ou de la poutre, ou telle autre piece que l'on voudra, le produit donnera le contenu ſolide d'icelle.

Mais il ſaut remarquer que les ſuperficies du bout étant des pouces, il faut multiplier leur moitié par toute la longueur réduite auſſi en pouces ; puis diviſant leur produit par le nombre des pouces du pied cube, qui ſont 1728, le quotient donnera le nombre des pieds cubes contenus dans la piece de bois.

Du toiſé des Couvertures.

Pour toiſer une couverture, ſi elle eſt quarrée, on la meſurera tout ainſi qu'un quarré-long ; ſavoir, prenant la hauteur & la longueur, & multipliant l'un par l'autre, on aura ce que l'on cherche.

Si c'eſt celle d'un Pavillon, on la meſurera tout ainſi qu'il a été dit ci-deſſus de celle d'un lambris.

Enfin, ſi c'eſt celle d'un Dôme, on la meſurera comme on a fait la ſuperficie convexe de la Sphere.

Mais ſi c'eſt une couverture en forme de Cône ou Pyramide ronde, il ſera aiſé de trouver ſa ſuperficie ; car ayant meſuré la circonférence de ſa baſe, la moitié d'icelle ſera multipliée par la hauteur penchante ; ſavoir, depuis le ſommet juſqu'à la circonférence, & le produit donnera la ſuperficie de la Pyramide ; car ſi l'on conçoit que la baſe de la Pyramide eſt une partie de circonférence d'un cercle, & que la cime du Cône ou Pyramide ſoit le centre dudit cercle, il s'enſuit que cette hauteur eſt le demi-diametre dudit cercle ; & partant, ſi on multiplie la moitié de l'arc qui eſt la baſe, par cette hauteur, qui eſt ſon demi-diametre, on aura la ſuperficie convexe de la Pyramide, ſelon la démonſtration des parties du cercle ci-devant, page 398 de l'Arpentage.

Ainſi, on peut trouver la ſuperficie de tous les corps ſolides; par exemple, voulant trouver la ſuperficie de la terre, la circonférence de laquelle a 360 degrés, chaque degré 15 lieues d'Allemagne, & 25 de France, & ſelon quelques-uns 30 petites; poſons qu'elle en ait 30 de France, on les multipliera par les 360 degrés, il viendra 10800 pour la circonférence. Et par la Regle de proportion, ſi 22 donnent 7, combien 10800? il viendra 3436 $\frac{4}{11}$ pour le diametre terreſtre; & pour avoir la ſuperficie du plus grand cercle, il faut multiplier la moitié de la circonférence par le demi-diametre, & on aura la ſuperficie du plus grand cercle; mais ſi on veut la ſuperficie convexe, il faut multiplier toute la circonférence par tout le diametre, le produit donnera le requis pour la convexité de toute la terre.

Fin du Traité du Toiſé.

ABREGÉ
DE
L'ALGEBRE,

Et de ſon uſage pour la réſolution de pluſieurs Queſtions que je propoſerai ci-après.

COMME l'Algebre, qui eſt nommé de pluſieurs *le grand Art*, eſt une ſcience extrêmement difficile à comprendre, & que mal-aiſément la peut-on rendre intelligible, ſi ce n'eſt dans l'étendue d'un volume entier, les Savants s'étonneront peut-être que j'aie entrepris d'en dire ici quelque choſe, vu que pluſieurs grands hommes, tant des ſiecles paſſés que du préſent, après y avoir conſommé pluſieurs années d'études, dont ils rendent témoignage par leurs écrits, nous l'ont laiſſée encore aſſez obſcure; mais s'ils conſiderent que mon deſſein n'a point été d'en traiter à fond, mais de donner ſeulement l'explication des quatres préceptes que l'on appelie Addition, Souſtraction, Multiplication & Diviſion, pour ſervir de clef & d'inſtruction à ceux qui n'ont encore aucune connoiſſance de cette ſcience, & leur faciliter le moyen de lire dans les divers Livres de quantité d'Auteurs, qui ont traité particuliérement & amplement de l'Algebre; ceux-là, dis-je, n'y doivent point trouver à redire, puiſque ce n'eſt pas pour eux que j'ai travaillé en cette rencontre, & ils doivent ſouffrir

sans jalousie mon petit travail, dans l'espérance que le Public en recevra de la satisfaction. Et en effet, je n'en aurois rien écrit du tout, si ce n'est que ci-après je proposerai quelques questions sur les Regles de Compagnie, sur les fausses positions simples & doubles, sur les progressions, sur les racines quarrées & cubiques, & autres sujets, desquels, pour abréger les opérations qui seroient trop longues par la voie ordinaire, je me servirai de quelques caracteres & signes d'Algebre, pour en donner la réponse, qui se trouvera avec beaucoup plus de facilité que par le grand chemin de l'Arithmétique commune; outre qu'il se trouve plusieurs questions, qui, quoiqu'elles ne paroissent pas d'abord extraordinaires, néanmoins ne se peuvent résoudre que par l'artifice & subtilité de l'Algebre.

Avant que de commencer l'explication des préceptes ci-dessus, je ferai connoître les figures ou caracteres desquels on se sert dans l'Algebre, avec leurs signes différents.

Pour les caracteres, en quelque proposition que l'on fasse, il faut toujours se servir des mêmes figures de l'Arithmétique, comme 1, 2, 3, 4, &c.

Pour les signes, on les voit ci-dessous avec leur signification.

P signifie plus.
M moins.
R. racine.
Q quarré.
C cube.

Ayant dit ce que ci-dessus pour la connoissance des figures, caracteres & signes de l'Algebre, je commencerai l'explication des quatre préceptes ou opérations d'icelles.

Et premiérement de l'Addition.

Premiere Regle.

Pour faire Addition d'Algebre, il faut apprendre par cœur les maximes ſuivantes.

1. Ajoutant plus avec plus, la ſomme eſt plus.

2. Ajoutant auſſi moins avec moins, la ſomme eſt moins.

3. Mais ſi on ajoute plus avec moins, ou moins avec plus, alors il faut ſouſtraire le petit nombre du grand, & donner au reſte qui ſera la ſomme, le ſigne du plus grand nombre.

Exemple d'Addition, où tout eſt plus.

On veut ajouter les nombres ſuivants.

456...	P...	17	La preuve de l'Addi-
643	P	19	tion d'Algebre ſe fait
37	P	13	comme à l'Arithméti-
109	P	12	que vulgaire.
Somme 1245	P...	61	c'eſt-à-dire, 1306.
Preuve *xzϕ*		*zϕ*	

Explication.

Il faut ajouter les P 17, 19, 13 & 12, la ſomme eſt P 61, qu'il faut écrire deſſous la ligne, comme il ſe voit.

Cela fait; il faut ajouter les nombres abſolus ſelon l'ordre de l'Addition, puis poſant la ſomme ſous la même ligne, il viendra 1245 P 61, c'eſt-à-dire, 1306, pour la ſomme totale de l'Addition ci-deſſus.

Autre Exemple d'Addition par moins.

Pour l'opération il faut obſerver le même ordre qu'en l'Addition par plus ci-deſſus, il n'y a différence que du ſigne qui eſt moins.

Comme si on veut ajouter les nombres suivants :

25	M	12	La preuve se fait comme celle de l'Addition ci-dessus.
34	M	7	
48	M	5	
Somme 107	M	24	c'est-à-dire 83.

Autre Exemple d'Addition où il y a plus & moins, ou moins & plus.

On peut ajouter les nombres suivants.

3278	M	32	
119	P	15	† Preuve de l'Addition ci-contre.
472	M	18	
1555	P	9	
Somme 5424	M	26	c'est-à-dire 5398 pour la somme totale de l'Addition ci-dessus.
Preuve xxxø			

Explication.

Pour faire cette Regle, il faut faire addition des M. 32 & M. 18, il viendra M 50.

Il faut aussi ajouter les P 15 avec les P 9, il viendra P 24.

Ensuite, ôtant P 24 de M 50, le reste sera M 26 à cause que le plus grand nombre est noté du signe de M ; pour l'addition des entiers, on fera comme à l'ordinaire.

Et si le plus grand nombre avoit été noté du signe de P, le reste auroit été aussi noté du signe de P, comme il a été dit dans la troisieme maxime.

Preuve de l'Addition ci-dessus.

Pour preuve, il faut commencer à soustraire les nombres entiers par la main gauche, comme ci-devant ; & à l'égard des nombres qui sont notés de P & de M, il faut trouver la différence qu'il y a entre iceux ; & cette même différence doit être égale à

M 26 de la somme totale ci-dessus, laquelle derniere explication est un effet du précepte de la Soustraction que j'expliquerai ci-après.

On observera le même ordre aux autres additions où il y aura plus ou moins, ou moins & plus; tant pour la Regle que pour la preuve.

Soustraction, seconde Regle.

DANS la Soustraction d'Algebre, il y a plusieurs observations à faire comme il se verra ci-après.

1. *Observation.* Si on veut ôter P de P, il restera la différence des deux nombres avec le signe de P, comme il se voit dans les deux exemples suivants.

Et si on veut ôter de moins, il restera aussi la différence des deux nombres avec le signe de moins.

Premier Exemple.

On veut ôter 29 P. 13 de 48 P. 17, on demande le reste.

Faisant la Soustraction, comme il a été dit, il restera 19 P. 4.

Opération.

Dette	48	P	17
Paie	29	P	13
Reste	19	P	4, c'est-à-dire, 23.
Preuve	48	P	17

Pour preuve, ajoutez la paie avec le reste, c'est-à-dire, 29 P 13 avec 19 P 4; la somme sera 48 P 17, & c'est la dette, comme il a été proposé.

Second Exemple.

On veut soustraire 7 M 11 de 15 M 14, on demande le reste.

Opération.

Dette	25	M	14
Paie	7	M	11
Reſte	18	M	3, c'eſt-à-dire, 15.
Preuve	25	M	14

Pour la preuve, on obſervera le même ordre que ci-deſſus.

Remarque. Si on ôte moins de moins, ou plus de plus, & que les nombres ſoient égaux, on poſera un zéro ; comme ſi on vouloit ôter 36 M 7 de 91 M 7, il reſtera 55 M 0 qui ſignifie zéro.

Autre Exemple.

2. *Obſervation.* Mais ſi on veut ôter plus de plus, & que le nombre inférieur ſoit plus grand que le ſupérieur ; par exemple, ſi on veut ôter 9 P 55 de 17 P 49, le reſte ſera la différence des deux nombres avec le ſigne de moins.

Opération.

Dette	17	P	49
Paie	9	P	55
Reſte	8	M	6
Preuve	17	P	49

Pour preuve, ajoutez 9 P 55 avec 8 M 6, ſelon l'ordre de l'addition, la ſomme ſera 17 P 49 qui eſt la dette.

Autre Exemple.

Et ſi on veut ôter moins de moins, & que le nombre inférieur ſoit plus grand que le ſupérieur, comme ſi on veut ôter 18 moins 35 de 48 moins 17, on obſervera le même ordre qu'à l'exemple ci-deſſus, excepté qu'il faut marquer le ſigne de plus.

On veut ôter 18 M 35 de 48 M 17, on demande le reſte.

Opération.

Dette	48	M	17
Paie	18	M	35
Reſte	30	P	18
Preuve	48	M	17

Pour preuve, ajoutez, comme ci-deſſus, la paie 18 M 35, avec le reſte 30 P 18, la ſomme ſera 48 M 17, qui eſt la dette.

Autre Exemple.

3. *Obſervation.* En la Souſtraction, ſi les ſignes ſont diſſemblables, & que l'on ôte moins de plus, il reſtera la ſomme des deux nombres avec le ſigne de plus, comme il ſe voit par l'opération ſuivante.

On veut ôter 58 M 60 de 96 P 17.

Opération.

Dette	96	P	17
Paie	58	M	60
Reſte	38	P	77
Preuve	96	P	17

Pour preuve, il faut ajouter la paie & le reſte ſelon le précepte de l'Addition de plus & moins, & la ſomme ſe trouve égale à la dette, comme il ſe voit.

Autre Exemple.

4. *Obſervation.* Et ſi encore les ſignes ſont diſſemblables, & que l'on veuille ôter plus de moins, la ſomme des deux nombres ſera le reſte avec le ſigne de moins, qui eſt le ſigne du nombre ſupérieur.

Opération.

Dette	31	M	4
Paie	19	P	7
Reſte	12	M	11
Preuve	31	M	4

Pour preuve, aioutez la paie & le reſte ſelon le précepte de l'Addition, & la ſomme ſera égale à la dette.

J'aurois pu m'exempter, pour éviter la prolixité, de faire toutes les preuves de ſouſtraction ci-devant; néanmoins, comme, en les faiſant, on connoît non-ſeulement ſi la ſouſtraction a été bien faite, mais encore on ſe fortifie davantage dans l'addition en la pratiquant, j'ai cru que le Lecteur en recevroit du ſoulagement.

Multiplication, troiſieme Regle.

AVANT que de commencer à propoſer des exemples ſur la Multiplication d'Algebre, on doit obſerver les maximes ſuivantes.

Quand on multiplie P par P, il vient plus.

Multipliant M par M, il vient P.

Multipliant M par P, ou P par M, le produit eſt toujours M.

Quand on multipliera des RR, par un ou pluſieurs nombres, il viendra RR. Multipliant R par R, il viendra Q.

Et multipliant R par Q, il viendra C.

Premier Exemple de Multiplication d'Algebre, qui eſt de P par P.

On veut multiplier 12 P 5 par 7 P 15, on demande le produit.

Opération.

		12 P	5
	par	7 P	15
	P	180 P	75
84	P	35	
84	P	215 P	75 c'eſt-à-dire 374.

Conſtruction de la Regle.

Il faut premiérement multiplier les P 5 par les P 15, il viendra P 75.

Puis faut multiplier P 15 par 12, il viendra 180. Enſuite, on multipliera P 5 par 7, il viendra P 35, qu'il faut écrire ſous 180 en leur rang.

Enfin, il faut multiplier les nombres abſolus 12 & 7 l'un par l'autre, le produit ſera 84, & ajoutant les produits particuliers, il viendra pour produit total 84, P 215, P 75, qui font enſemble 374, & c'eſt la réponſe.

Autre Exemple de Multiplication de M par M.

On veut multiplier 12 M 5 par 7 M 4.

Opération.

	12 M	5 à multiplier
par	7 M	4
	M 48 P	20
84 M	35	

Prod. 84 M 83 P 20 ; c'eſt-à-dire que le prod. de 12 M 5 par 7 M 4 n'eſt que 21.

Explication de la Regle.

Il faut multiplier M 5 par M 4, il viendra P 20.

Enſuite il faut multiplier 12 par M 4, il viendra M 48.

Il faut auſſi multiplier 7 par M 5, il viendra M 35, que l'on poſera ſous 48 avec le ſigne de M.

Enfin, il faut multiplier 12 par 7, il viendra 84, poſant le tout comme il ſe voit, puis ajoutant tous les produits, la ſomme ſera 84 M 83 P. 20.

Autre Exemple.

On veut multiplier 12 M 5 par 7 M 15.

Opération.

7 M 15 à multiplier
par 12 M 5

M 180 P 75
84 M 35

Produit 84 M 215 P 75, c'eſt-à-dire, que le produit eſt M 56.

Explication de la Regle.

Il faut faire l'opération entiere comme à l'exemple ci-deſſus, il viendra au produit 84 M 215 P 75, & le tout ajouté enſemble, fait M 56.

Il y a à conſidérer dans cet exemple, que Multipliant 12 M 5 par 7 M 15, ce n'eſt que multiplier 7 par M 8; tellement que ſi on multiplie P 7, comme nombres abſolus, par M 8, il viendra 56, qui eſt la preuve par laquelle on voit que la Multiplication de 12 M 5 par 7 M. 15 ne fait auſſi que M 56.

Autre exemple de Multiplication de plus par moins.

On veut multiplier 74 M 7 par 26 P 9.

Opération.

74 M 7 à multiplier
par 26 P 9

P 666 M 63
444 M 182
148

Produit 1924 P 484 M 63, c'eſt-à-dire 2345.

Explication de la Regle.

Il faut multiplier M 7 par P 9, il viendra 63, qu'il faut écrire avec le ſigne de M.

Enſuite on multipliera 74 par P 9, il viendra P 666. Derechef on multipliera 26 par M 7, le produit ſera 182, qu'il faut écrire avec ſon ſigne de M.

Ensuite on multipliera 74 par 26, & les deux produits qui sont 444 & 148, seront écrits selon l'ordre de la multiplication.

Enfin, on ajoutera tous les produits ensemble, commençant à écrire M 63 sous la ligne tirée; puis ajoutant les P 666, avec M 182, suivant le précepte d'Addition d'Algebre, la somme sera P 484, qui est la différence des deux nombres, avec le signe du plus grand, que l'on écrira sous la même ligne; & continuant l'addition des nombres absolus, la somme qui est 1924, sera encore écrite en son ordre sous ladite ligne; & le tout étant ainsi ajouté, le produit total est 1924 P 484 M 63, c'est-à-dire, 2345.

Et afin de démontrer la chose familiérement, considérez que 74 M 7 ne valent que 67, qui est le nombre à multiplier; considérez aussi que les 26 P 9, qui est le multiplicateur, ne font que 35, & que multipliant 67 par 35, le produit sera 2365, comme par la Multiplication de l'Algebre ci-dessus.

Preuve de la Multiplication.

Comme j'ai prouvé ci-devant l'addition par la soustraction, & la soustraction par l'addition, comme dans l'Arithmétique vulgaire, ainsi la multiplication se doit prouver par la division.

Mais d'autant que la division n'a pas encore été expliquée, je réserverai la preuve de la multiplication après l'explication de la division, comme il se verra ci-après.

Autre Exemple de Multiplication.

On veut multiplier 4 R P 9 par 3 R P 7.

Opération.

4 R P 9 à multiplier
par 3 R P 7

P 28 R P 63
12 Q P 27 R

Produit 12 Q P 15 R P 63

Vous ferez l'opération ſuivant le précepte ci-devant enſeigné.

Autre Exemple.

On veut multiplier 2 RM 3 $\frac{1}{4}$ par 3 R M 2 $\frac{1}{2}$.

Opération.

2 R M 3 $\frac{1}{4}$ à multiplier
par 3 R M 2 $\frac{1}{2}$

M 5 R P 8 $\frac{1}{8}$
6 Q M 9 $\frac{1}{4}$ R

Prod. 6 Q M 14 $\frac{3}{4}$ R P 8 $\frac{1}{8}$

Il faut remarquer dans l'opération ci-deſſus, que la multiplication de M 3 $\frac{1}{4}$ par M 2 $\frac{1}{2}$, donne au produit P 8 $\frac{1}{8}$, ſelon l'ordre de la multiplication des fractions; puis multipliant 2 R par M 2 $\frac{1}{2}$, il viendra M 5 R. Multipliant auſſi 3 R par M 3 $\frac{1}{4}$, il viendra M 9 $\frac{3}{4}$ R. Enfin ſi on multiplie 2 R par 3 R, il viendra 6 quarrés; & le tout ajouté enſemble, le produit eſt 6 Q M 14 $\frac{3}{4}$ R P 8 $\frac{1}{8}$, comme il ſe voit dans l'opération ci-deſſus.

Autre Exemple.

On veut multiplier 4 R P. 7 $\frac{2}{3}$ par 3 R M 2 $\frac{3}{4}$.

Opération.

4 R. P $7\frac{2}{3}$ à multiplier
par 3 R. M $2\frac{3}{4}$

M 11 R. M $21\frac{1}{12}$.
12 Q P 23 R.

Produit 12 Q P 12 R. M $21\frac{1}{12}$.

Pour l'opération, il faut suivre l'ordre de la multiplication en fraction, & le précepte de la multiplication d'Algebre.

Autre Exemple.

On veut multiplier 4 Q P 3 R. M. 7 par 6 R.

Opération.

4 Q P 3 R. M. 7 à multiplier
par 6 R.

Produit 24 C P 18 Q M. 42 R.

Pour faire cette multiplication, j'ai multiplié M 7 par 6 R, il vient M 42. R, parce que le multipliant M. par P fait toujours M, comme il a été dit ci-devant. Ensuite j'ai multiplié P 3 R par les mêmes 6 R, le produit est P 18 Q, à cause que racine multipliée par R, produit Q, comme il a été aussi enseigné: Enfin, je multiplie 4 Q par les mêmes 6 R, il vient 24 C, parce que Q multiplié par R, produit C.

Division, quatrieme Regle.

COMME dans l'Addition, Soustraction & Multiplication d'Algebre, il y a plusieurs observations qu'il est nécessaire de savoir par mémoire, il en est de même dans la Division, où l'on fera les observations suivantes.

1. Que diviſant par plus, il vient plus.

Exemple de plus par plus.

On veut diviſer 24 P 16 par 4.

Il faut écrire 24 P 16 pour nombre à diviſer, comme il ſe voit, & tirer une ligne deſſous comme à la diviſion ordinaire; puis poſer le diviſeur 4 ſous 24, puis dire, 4 en 24, il y eſt 6 juſtement, qu'il faut écrire au quotient; enſuite il faut avancer le même diviſeur 4 ſous P 16, & dire 4 en P 16, il eſt 4 fois, qu'il faut écrire au quotient avec ſon ſigne de P, comme il ſe voit par l'opération.

Opération.

24 P 16 (6 P 4

4 4

De ſorte que ſi on diviſe 24 P 16 par 4, il viendra 6 P 4 au quotient.

Pour preuve, il faut multiplier le quotient 6 P 4 par le diviſeur 4, le produit ſera 24 P 16, qui eſt le nombre à diviſer.

Autre Exemple de Diviſion de plus par moins.

2. *Obſervation.* Quand on diviſera plus par moins, il viendra toujours moins.

On veut diviſer 36 P 27 par M 9.

Ayant diſpoſé le diviſeur M 9 ſous 36 P 27, nombre à diviſer comme ci-deſſous, on dira en 36 combien de fois M 9, il y eſt 4 fois, & il ne reſtera rien: on poſera donc M 4 au quotient, puis avançant le diviſeur M 9 ſous P 27, on dira encore en P 27, combien de fois 9, il y eſt 3 fois, & il ne reſte rien; on poſera donc M 3 au quotient, & ainſi on aura M 4 M 3 pour le quotient de la diviſion.

Opération.

Nombre à diviſer 36 P 27 Quotient.

(M 4 M 3

Diviſeur M 9 M 9

Pour preuve, ſi on multiplie le quotient, qui eſt M 4 M 3, par le diviſeur M 9, le produit ſera

36 P 27, qui étoit le nombre à diviser.

Autre Exemple de Division de M. par P.

3. *Observation.* Quand on divise M par P, il vient moins.

On veut diviser M 45 M 30 par P 3.

Opération.

M ~~1~~

Nombre à diviser M ~~45~~ M ~~30~~

——— ——— ——— (M 15 M 10

Diviseur P ~~33~~ P ~~33~~.

Ayant fait la division, il est venu M 15 M 10 au quotient.

Pour preuve, si on multiplie M 15 M 10 par P 3, le produit sera M 45 M 30, qui est la somme à diviser.

4. *Observation.* Quand on divisera M par M, le quotient sera P.

Exemple.

On veut diviser M 72 M 18 par M 6.

Opération.

M ~~1~~

M ~~72~~ M ~~18~~

——— ——— ——— (12 P 3

M ~~66~~ M ~~6~~

Ayant fait la division comme ci-dessus, il est venu 12 P 3 au quotient.

Et pour preuve, si on multiplie 12 P 3 par M 6, le produit sera M 72 M 18, qui est le nombre qui a été divisé.

Multiplication d'Algebre, de laquelle la preuve se fera par la Division suivante.

On veut multiplier 45 M 7
par 36 P 3

P 135 M 21
270 M 252
135

Produit 1620 M 117 M 21

Ayant fait la Multiplication ci-dessus comme il à été enseigné, il est venu au produit 1620 M 117 M 21.

Preuve.

La preuve se fait comme à l'Arithmétique ordinaire; savoir, en divisant le produit par le nombre à multiplier, & il viendra le multiplicateur; ou autrement, divisant le même produit par le multiplicateur, il viendra le nombre à multiplier.

Exemple.

On veut diviser 1620 M 117 M. 21, qui est le produit ci-dessus, par 45 M 7, nombre à multiplier.

Opération.

P ~~13~~
~~27~~ P ~~108~~ Quotient.
~~1620~~ M ~~117~~ M ~~21~~ (36 P 3.

~~45~~ M ~~77~~ ~~7~~
~~45~~ ~~45~~

La division étant ainsi faite, il est venu 36 P 3 au quotient, qui est le multiplicateur, & partant la preuve de la multiplication est bien faite par la division.

Explication de la Division.

Comme il y a plusieurs observations dans l'exemple de division ci-dessus, j'ai jugé nécessaire d'en-

donner l'explication, pour servir d'instruction à toutes les autres.

Il faut écrire le nombre à diviser, 1620 M 117 M 21, comme il se voit; puis poser le diviseur 45 M 7, savoir, 45 sous 162, & M 7 sous 117. Cela fait, on dira, en 16 combien de fois 4, il s'y trouve 3 fois, qu'il faut multiplier & soustraire du dividende 162, il restera 27, que l'on écrira dans leur rang. Ensuite on dira, 3 fois M 7 font 21, ôtés de M 11, il rest P 10, que l'on écrira sur M 11, comme il se voit.

Cela fait, il faut avancer le diviseur 45 M 7 d'un degré, comme ci-devant, puis dire, 4 en 27, il est 6 fois, qu'il faut écrire au quotient; puis multipliant le diviseur 45 par ce même 6, il viendra 270, qu'il faut ôter du même nombre, & il ne reste rien. Il faut aussi multiplier 6 par M 7, il viendra M 42, qu'il faut ôter de P 100 M 7, c'est-à-dire, 93, en cette sorte, M 2 ôtés de P 3, il reste P 5, qu'il faut écrire au-dessus de 7; & M 4 ôtés de P 9, il reste P 13, comme veut la regle.

Il faut avancer derechef le diviseur, & poser 45 M 7 sous M 117 M 21, comme il se voit par l'opération entiere; puis dire, 4 en P 13, il y est 3, qu'il faut écrire au quotient, avec son signe de plus; & multipliant le quotient P 3 par le diviseur 45, il viendra 135, lesquels ôtés de 135, il ne reste rien. Multipliant encore P 3 par M 7, il viendra M 21, ôtés de M 21, il ne reste rien.

D'où s'ensuit que la multiplication ci-devant a été bien faite, puisqu'il est venu 36 P 3, qui étoit le multiplicateur.

Seconde preuve de la même Multiplication.

On veut diviser 1620 M 117 M 21 par 36 P 3; & faisant la division, il viendra 45 M 7, qui étoit le nombre à multiplier.

Opération.

$$\begin{array}{lllll} & & \S\emptyset & & \\ & \mathcal{X}8 \text{ M } & \mathcal{X}\mathcal{X}\mathcal{X} & & \text{quotient.} \\ \text{dividende} & \mathcal{X}6\mathcal{X}\emptyset \text{ M } & \mathcal{X}\mathcal{X}7 \text{ M } & \mathcal{X}\mathcal{X} & (45 \text{ M } 7 \\ \hline \text{diviseur} & \mathcal{X}66 \text{ P } & \mathcal{X}\mathcal{X} \text{ P } & \mathcal{X} & \\ & \mathcal{X} & \mathcal{X}6 & & \end{array}$$

R. 45 M 7 pour nombre à multiplier, & c'eſt une ſeconde preuve de la même multiplication propoſée ci-devant.

Pour la diviſion ci-deſſus, je ne l'explique pas, parce que je ſuppoſe qu'on la doit entendre par l'explication que j'ai donnée des exemples précédents.

Ayant prouvé la multiplication par la diviſion, il s'agit maintenant de prouver auſſi la diviſion par ſon contraire, qui eſt la multiplication; & pour faire cela, je propoſerai l'exemple de diviſion ci-après.

On veut diviſer 24528 P 4916 M 954 par 56 P 18.

Opération de la Diviſion.

$$\begin{array}{llllll} & & & \mathcal{X} & & \\ & & & 4 & & \\ & & & \mathcal{G}\mathcal{X} & & \\ & & & 8\mathcal{7} & & \\ & 4 & & 6\mathcal{X} & & \\ & \mathcal{X}\mathcal{X}4 & & \mathcal{X}\mathcal{X}\mathcal{X}\mathcal{X} & & \\ \text{dividende} & \mathcal{X}4\S\mathcal{X}8 & & 4\mathcal{G}\mathcal{X}6 \text{ M } & \mathcal{G}\S4 & \\ \hline & & & & & (438 \text{ M } 53 \\ \text{diviſeur} & \S6 \text{ P } & \mathcal{X}8 \text{ P } & \mathcal{X}8 & & \text{quotient.} \\ & \S6 \text{ P } & \mathcal{X}8 \text{ P } & \mathcal{X}8 & & \\ & \S6 \text{ P } & \mathcal{X}8 & & & \\ & & \S6 & & & \\ & & \S6 & & & \end{array}$$

R. 438 M 53 pour le quotient de la diviſion.

Pour preuve, il faut multiplier le quotient 438 M

53 par le diviseur 56 P 18, & le produit donnera le nombre à diviser, ou le dividende ci-dessus.

Opération de la Multiplication, pour servir de preuve à la Division précédente.

438 M 53 à multiplier
par 56 P 18

P 3504 M 424
P 438 M 53
M 168
2628 M 280
2190

Produit 24528 P 4916 M 954, qui est le nombre à diviser, d'où l'on connoît que la division a été bien faite.

FIN.

Après avoir expliqué les quatre préceptes d'Algebre, pour les mettre en pratique, je ferai suivre ci-après plusieurs questions sur divers sujets, desquels les unes se résoudront par l'Arithmétique, ou par l'Algebre simplement; d'autres par toutes les deux manieres, afin de faire voir l'abréviation & la facilité de l'une à l'égard de l'autre.

PLUSIEURS QUESTIONS sur différents sujets,

Et premiérement sur la Regle de Compagnie.

TROIS hommes ont fait une compagnie, & ont mis chacun une certaine somme: le premier a mis 32 livres; le second a mis le tiers de la somme totale; le troisieme a mis le quart de la même somme totale: on demande la mise de chacun, & ce

qu'ils doivent avoir pour leur part du gain, qui est 100 liv.

Considérez que 32 liv. mise du premier, est le résidu d'un certain nombre, dont le $\frac{1}{3}$ & le $\frac{1}{4}$ sont ôtés.

Supposé que ce nombre soit 12, qui représente la mise de tous trois, si on en ôte le tiers & le quart, le reste sera 5 pour la mise du premier, & doit être 32; maintenant dites :

Si 5 sont restés de 12, de combien resteront 32 ?

R. De 76 $\frac{4}{5}$.

Pour preuve, je dis que si vous ôtez le $\frac{1}{3}$ de 76 $\frac{4}{5}$, qui est 25 $\frac{3}{5}$, & le quart des mêmes 76 $\frac{4}{5}$, qui est 19 $\frac{1}{5}$, le reste sera 32 pour la mise du premier, comme il a été proposé; la mise du second sera 25 $\frac{3}{5}$, & la mise du troisieme 19 $\frac{1}{5}$.

Il reste maintenant de donner à chacun sa part du gain, qui est 100 liv. Pour faire cela, suivez l'ordre de la Regle de Compagnie, & vous trouverez que le premier,

qui a mis	32 liv.	aura	41 liv.	13 s.	4 den.
mise du second	25 $\frac{3}{5}$		33	6	8
mise du troisi.	19 $\frac{1}{5}$		25		

mises 76 $\frac{4}{5}$ gain 100, & c'est la preuve.

Seconde Question.

Quatre autres ont fait compagnie, & ont gagné 2000 liv. en un voyage. Par accord entr'eux, le premier y est entré pour $\frac{1}{2}$, le second pour $\frac{2}{3}$, le troisieme pour les $\frac{3}{4}$, & le quatrieme pour les $\frac{5}{6}$; on demande combien chacun aura pour sa part des 2000 liv. à raison du droit qu'il a dans la société.

Pour faire cette Regle, & d'autres semblables, trouvez un nombre le plus petit qu'il se pourra, qui soit divisible justement par tous les dénominateurs des mises proposées. Ce nombre peut être 12, duquel la moitié est 6, les $\frac{2}{3}$ sont 8, les $\frac{3}{4}$ sont 9,

& les $\frac{5}{0}$ ſont 10. Cela fait, ajoutez 6, 8, 9 & 10, la ſomme eſt 33, qui eſt la miſe totale ; puis dites : Si 33, miſe totale, ont gagné 2000 liv. combien gagnera la miſe de chacun en particulier ? Faiſant les quatre regles de Trois ſelon le précepte de la Regle de Compagnie, il viendra le gain de chacun, comme il ſe voit ci-deſſous.

			6		363 $\frac{2}{3}$
Si 33 liv.	2000 liv	comb.	8	Rép.	484 $\frac{8}{3}$
			9		545 $\frac{1}{3}$
			10		606 $\frac{2}{3}$

Preuve Miſes 33 gain 2000 l.

Troiſieme Queſtion.

Trois hommes ont fait compagnie & bourſe commune : le premier a mis 35 liv. le ſecond 20 liv. on demande ce que doit mettre le troiſieme pour avoir la moitié du gain, qui eſt 1000 liv. & ce que doit avoir de profit chacun des deux autres.

Il faut conſidérer que puiſque le troiſieme doit avoir la moitié du gain, il doit mettre autant que les deux autres : faites donc addition des miſes des deux premiers, qui ſont 35 & 20, il viendra 55, & c'eſt ce que doit mettre le troiſieme pour avoir la moitié du gain, comme veut la queſtion.

Ajoutez donc 55, ſomme de la miſe des deux premiers, avec 55, miſe du troiſieme, il viendra 110 pour miſe totale ; puis opérez ſelon la Regle de Compagnie, diſant : Si 110, miſe totale, ont gagné 1000 liv. combien chaque miſe en particulier.

Faiſant la Regle, on trouvera le gain de chacun.

Opération.

	Mise totale	gain total	mises part.	gains partic.
Si	110 liv.	1000 liv.	35 liv.	318 $\frac{2}{11}$
			20 Resp.	181 $\frac{9}{11}$
			55	500

Preuves mises 110 gain. 1000 l.

Quatrieme Question.

Trois Marchands se sont associés, le premier a mis 1500 livres, le deuxieme 1800 livres, le troisieme 1200 livres, & ayant besoin de quelqu'un pour agir dans leur société, ils ont associé un Facteur avec eux, qui a mis 600 liv. lequel doit retirer profit de son argent en même raison que les trois Marchands, & en outre ont accordé avec lui, que pour sa peine il participera au gain total à raison de 6 pour cent. Ils ont gagné 2500 livres, savoir combien chaque Associé aura pour sa part du profit.

Il faut premiérement voir combien se monte le gain de 2500 liv. à 6 pour 100; on trouve que c'est 150 liv. qu'il faut soustraire de 2500 liv. gain total, il reste 2350 liv. qu'il faut distribuer proportionnellement aux quatre Associés, parce que le Facteur tient rang d'Associé à cause de 600 liv. qu'il a mises. On assemblera donc les mises, & la somme totale sera 5100 liv. puis faisant la Regle de Compagnie à l'ordinaire, on trouvera la part de chacun, comme il se voit ci-dessous.

Opération.

	Mise totale	gain total	mises part.	gains partic.
Si	5100	2330	1500 liv.	691 $\frac{9}{51}$
			1800 Resp.	829 $\frac{21}{51}$
			1200	552 $\frac{48}{51}$
			600	276 $\frac{24}{51}$

mise totale 5100 liv. 2350

Cinquieme Queſtion.

Trois Marchands ont fait compagnie, le premier a mis une ſomme, le deuxieme a mis 7 liv. plus que le premier, & le troiſieme a mis 18 liv. plus que le ſecond, & la miſe du premier étant multipliée par celle du troiſieme, 1650, ils ont gagné 100 liv. on demande le gain de chacun.

Conſidérez la différence qu'il y a de la miſe du premier à celle du troiſieme, & l'on trouvera être 25 : maintenant il faut quarrer 25, il vient 625, qu'il faut ajouter au quadruple du produit, qui eſt 1650, il viendra 6600; leſquelles jointes avec 625, la ſomme ſera 7225, dont la racine quarrée eſt 85; & ſi de cette racine on en ôte la différence ſuſdite, ſavoir 25, le reſte ſera 60, dont la moitié, qui eſt 30, ſera la miſe du premier; & pour avoir la miſe du troiſieme, on ajoutera la différence 25 avec la racine 85, la ſomme ſera 110, dont la moitié qui eſt 55, ſera ſa miſe; & ſi on ajoute 7 à 30, miſe du premier, il viendra 37 pour la miſe du ſecond; cela fait, ayant les trois miſes 30, 37 & 55, on fera la Regle de Compagnie à l'ordinaire, & on trouvera le gain de chacun.

Opération.

	Miſe totale,	gain total,	miſe part.		gains partic.
Si	122 liv.	100 liv. comb.	30		$24\frac{36}{61}$
			37	Reſp. 30	$20\frac{20}{61}$
			55		$45\frac{1}{61}$

miſe totale. liv. 122 gain 100 l.

Sixieme Queſtion.

Trois autres ont fait compagnie, le premier a mis une ſomme, le ſecond à fourni 6 pieces de drap, & le troiſieme a mis 1000 liv. ils ont gagné 2000 liv. dont le premier a eu pour ſa part 700 liv. le ſecond 800 liv. on demande la miſe du premier, la valeur des ſix pieces de drap, & auſſi le gain du troiſieme.

La mise du troisieme étant connue, qui est 1000 liv. si on ajoute le gain du premier & du second; savoir, 700 liv. & 800 liv. il viendra 1500 liv. partant, il restera 500 liv. pour le gain du troisieme; puis il faut dire:

Si 500 liv. de gain viennent de 1000 liv. de mise, d'où viendront 700 liv. qui est le gain du premier: R. de 1400 liv. & c'est sa mise.

Ensuite si 500 liv. de gain viennent de 1000 liv. de mise, d'où viendront 800 liv. R. de 1600 liv. pour la valeur de 6 pieces de drap, & c'est la mise du second. Et ainsi on voit que le premier a mis 1400 liv. le second 1600 liv. & le troisieme 1000 l. & que partageant la somme de 2000 l. entr'eux, selon l'ordre de la Regle de Compagnie,

Le premier pour	1400 liv.	aura	700
Le second pour	1600		800
Le troisieme pour	1000		500
mises liv.	4000	gain l.	2000

& c'est la preuve.

Septieme Question.

Trois autres ont mis en compagnie 14 △, & on ne sait point la mise d'aucun en particulier, on demande la mise de chacun, sans s'enquérir d'aucun gain, en supposant seulement que l'argent du premier ait demeuré 5 mois, celui du second 22 mois, & celui du troisieme 39 mois.

Assemblez les 5 mois, 22 mois & 39 mois, la somme est 66; puis dites pour le premier:

Si 66 mois donnent 14 △ de mise, qui est la mise de tous les trois, combien 5 mois, combien 22 mois, & combien 39 mois; & faisant la Regle, on trouvera la mise de chacun, comme il se voit ci-après.

Opération.

				mise
		5 mois	△	1 $\frac{2}{33}$
Si 66 mois 14 △,	combien	22 Resp.	△	4 $\frac{22}{33}$
		39	△	8 $\frac{9}{33}$

mois 66 mise 14 △

Huitieme Queſtion.

Deux Marchands ont fait compagnie enſemble, le premier a mis le premier jour de Janvier 1280 liv. le deuxieme ne peut rien mettre juſqu'au premier jour d'Avril : l'on demande combien il doit mettre, afin qu'il ait la $\frac{1}{2}$ du gain.

Multipliez 1280, miſe du premier, par 12 mois que ſon argent a demeuré en la compagnie, le produit ſera 15360 pour ſa miſe, & autant doit être la miſe du ſecond, à cauſe qu'il doit avoir la moitié du gain ; mais parce qu'il ne met rien juſqu'au premier jour d'Avril, ſon argent n'y ſera donc que 9 mois : Diviſez 15360 par 9, & ce qui viendra au quotient ſera ce que doit mettre le deuxieme Aſſocié le premier jour d'Avril, ſavoir 1706 $\frac{2}{3}$, & s'il eſt queſtion de partager entr'eux 1000 liv. qu'ils ont gagnées, ils auront chacun 500 liv. ſelon la condition accordée entr'eux.

Pour trouver l'égalité de leur miſe, ſi vous multipliez la miſe du ſecond par 9 mois, le produit ſera égal à la miſe du premier, multipliée par 12 mois.

Neuvieme Queſtion.

Un Particulier voulant récompenſer ſes Domeſtiques, a fait ſon teſtament comme il ſuit.

Je donne & legue à mes trois Domeſtiques, qui ſeront à mon ſervice lors de mon décès, la ſomme de 3000 livres de rente leur vie durant, à condition qu'ils partageront leſdites 3000 livres à proportion de leur âge, & du temps qu'ils auront été à mon ſervice.

Le premier eſt âgé de 75 ans, il a 48 ans de ſervice.

Le ſecond eſt âgé de 66 ans 8 mois, il a 45 ans de ſervice.

Le troiſieme eſt âgé de 60 ans, il a 40 ans de ſervice: on demande ce que chacun doit avoir pour ſa part deſdites 3000 livres.

Voyez l'explication de la Regle de Compagnie par temps, pages 278 & 279, vous trouverez que le premier doit avoir 1200 livres, le ſecond 1000 liv. & le troiſieme 800 liv.

Dixieme Queſtion.

Trois Particuliers ont fait un foſſé de 100 toiſes cubes, pour la ſomme de 285 liv. Le premier y a travaillé 10 heures par jour pendant 50 jours, le deuxieme y a travaillé 12 heures par jour pendant 30 jours, le troiſieme 14 heures par jour pendant 20 jours; on demande le gain de chaque Particulier.

Voyez la Regle de Compagnie par temps, pages 278 & 279, vous trouverez que le premier doit avoir 125 livres, le ſecond 90 livres, & le troiſieme 70 livres.

Pour preuve que la Regle eſt bien faite, diviſez 125 livres, gain du premier, par 500 heures qu'il a travaillé, il viendra au quotient 5 ſols par heure. Diviſez 90 livres, gain du ſecond, par 360 heures qu'il a travaillé, il viendra auſſi 5 ſols au quotient; enfin, diviſez 70 livres, gain du troiſieme, par 280 heures qu'il a travaillé, il viendra encore 5 ſols au quotient, c'eſt-à-dire, que chaque Particulier a gagné 5 ſols par heure, & c'eſt la preuve que la Regle eſt bien faite.

Si on applique cette méthode à toutes les Regles de Compagnie, tant à temps égal qu'à temps inégal, il viendra une même réponſe à tous les quotients.

Onzieme Queſtion.

Trois autres ont fait compagnie, le premier & le troiſieme ont mis enſemble 804 liv. le deuxieme & le troiſieme ont mis 976 livres, & le premier & le deuxieme ont mis 732 liv. ils ont gagné 671 liv. on demande combien il appartient à chacun à proportion de leur miſe.

Pour réſoudre cette Regle, il faut ajouter 804, 976 & 732, leur ſomme ſera 2512, qu'il faut diviſer par 1 moins qu'ils ne ſont de Marchands, ſavoir par 2 & le quotient ſera 1256 : Or, pour avoir la miſe de chacun en particulier, il faut ſouſtraire de 1256 la miſe du premier & du troiſieme, le reſte ſera 425 pour la miſe du ſecond; & pour avoir la miſe du premier, ôtez auſſi 976 qui eſt la miſe du ſecond & du troiſieme, de 1256, le reſte ſera 280, & c'eſt la miſe du premier : maintenant pour avoir la miſe du troiſieme, il faut auſſi ſouſtraire 732, miſe du premier & du deuxieme des mêmes 1256, le reſte ſera 524 pour la miſe du troiſieme; & puiſque leurs miſes ſont connues, il ſera facile de trouver le gain de chacun, opérant par la Regle de Compagnie.

Douzieme Queſtion.

Cinq Marchands ont fait compagnie; on ne ſait point la miſe de chacun en particulier, elle eſt ſeulement connue de deux en deux.

La miſe du cinquieme & du premier eſt 672 livres.

La miſe du cinquieme & du quatrieme ſont enſemble 864 livres.

La miſe du quatrieme & du troiſieme enſemble eſt 684 livres.

Et la miſe du deuxieme & du premier jointes enſemble eſt 436 livres.

Et l'argent du troiſieme avec celui du deuxieme fait 584; ils ont gagné 1506 liv. on demande com-

bien chacun doit avoir pour sa part, à proportion de sa mise. Le premier a mis 172.

Treizieme Question.

Quatre Marchands ont mis 140 △ en bourse commune, & ont gagné 400 livres ; mais l'argent que chacun a donné pour sa part est inconnu : toutefois on sait bien que le premier a donné 22 △ moins que le troisieme, & le second 36 △ moins que le quatrieme, & que les écus du premier & ceux du quatrieme étant multipliés l'un par l'autre, produisent 1020 △ ; on demande la mise & le gain de chacun.

Considérez que l'excès du premier au troisieme est 22, & l'excès du deuxieme au quatrieme est 36, leur différence est 14, qu'il faut ajouter à 140 mise totale, la somme sera 154 △, dont la moitié 77 est la mise du premier & du quatrieme ensemble.

Et parce que leurs écus étant multipliés ensemble font 1020, il n'y a plus qu'à trouver deux nombres, qui ajoutés ensemble fassent 77, & multipliés l'un par l'autre, fassent 1020 ; ce qui étant observé, on trouvera que le premier Associé a mis 17 △, le quatrieme a mis 60 △, la mise des deux autres est facile à trouver.

Quatorzieme Question.

Deux Marchands ont fait société ensemble ; le premier, avec une somme qu'il a mise, a gagné 8 livres ; le second avec 6 livres qu'il a mises, a gagné une autre somme ; de sorte que les mises & les gains de l'un & l'autre ensemble font 40 livres ; on demande la mise du premier & le gain du deuxieme.

Je pose que la mise du premier soit 1 ℞, laquelle jointe avec son gain, fait 1 ℞ P. 8 qu'il faut ajouter avec 6 liv. mise du deuxieme, la somme sera 14 P 1 ℞ qu'il faut soustraire de 40, il reste 26 M 1 ℞ pour le gain du deuxieme : maintenant il faut dire par Regle de Trois.

Si 1 ℞ mise du premier lui a gagné 8 liv. combien

gagneront 6 liv. mise du deuxieme, il viendra $\frac{48}{1}$ pour le gain du deuxieme, mais il avoit déjà été trouvé par raisonnement être 26 M 1 ℞, il y aura donc égalité entre $\frac{48}{1}$ de racine, & 26 M 1 ℞, & par multiplication en croix, il viendra encore égalité entre 1 Q & 26 ℞ M. 48. Cela fait, quarrez la moitié des ℞ 13, il viendra 169, dont il faut ôter l'absolu, puisqu'il a le signe de M, & la ℞ du reste 121 sera 11, qu'il faut ôter de la moitié de ladite moitié des ℞ 13, le reste 2 est la mise du premier. Et si vous ajoutez 13 à la ℞ 11, la somme 44 sera le gain du second, comme veut la question.

Quinzieme Question.

Trois Marchands ont fait compagnie, le premier a mis une somme inconnue, le second a mis le double du premier plus 3, & le troisieme a mis le produit de la mise du premier, étant multipliée par la mise du deuxieme, leurs mises étant ajoutées en cet état font 1983; ils ont gagné 864 liv. on demande le gain de chacun. Il est premiérement néceſſaire de savoir leurs mises, qui étant connues, le reste sera facile, par la Regle de Compagnie naturelle.

Construction de la Regle.

Pour trouver les mises de chaque Associé, je pose que la mise du premier soit 1 ℞, la somme du second sera donc 2 ℞ P 3, & multipliant 1 ℞ par 2 ℞. P 3, il viendra 2 Q plus 3 ℞ pour la mise du troisieme. Et ajoutant la mise des deux premiers avec la mise du troisieme, la somme sera 2 PQP 6 ℞ 3 égaux à 1983: & par transposition les P 3, se convertiront en moins de chaque part, & il viendra égalité entre 2 Q & 1980 M 6 ℞, & divisant 1980 M 6 ℞ par 2 Q, le quotient sera 990 M 3 ℞. Enfin faites l'extraction cossique en cette sorte (*Nota*) au quarré de la moitié du nombre des ℞℞, il y faut ajouter l'absolu, puisqu'il a le signe de plus, il viendra $\frac{3969}{4}$, desquels la racine quarrée est $\frac{63}{2}$, desquels il faut ôter

la moitié des ℞℞, à cause qu'elles ont le signe de M, il restera $\frac{60}{2}$ ou 30 pour la mise du premier, celle du deuxieme sera donc 60, & celle du troisieme sera 1890.

Opération.

1 ℞ mise du premier à multiplier
par 2 ℞ P 3 mise du second.

Produit 2 Q P 3 ℞ mise du troisieme.
4 ℞ P 3 mise du second.
1 ℞ mise du premier.

Sommes des mises 2 Q P 6 ℞ P 3 ég. à 1980.
par transpos. 2 Q ég. à 1980 M 6 ℞.

I $\frac{1}{2}$
I $\frac{1}{2}$
2 $\frac{1}{4}$
3
39 66 (63 demi + 30 m. du prem.
3 63 m. du sec.
x xz

(*Nota*) 990 M 3 ℞.
2 $\frac{1}{4}$
992 $\frac{1}{4}$

reste 60 demi ou + 1890 m. du troisieme.

Ayant trouvé les mises de chaque Associé, le gain est aisé à trouver par l'ordre de la Regle de Compagnie simple.

Question seizieme sur le même sujet de la cinquieme.

Trois hommes ont fait compagnie, le premier a mis une somme, le deuxieme a mis 7 liv. plus que le premier, & le troisieme a mis 18 liv. 13 sols 4 den. plus que le deuxieme; &, multipliant la mise du premier par celle du troisieme, il vient 980 liv. ils ont gagné 100 livres; on demande la mise & le gain de chacun.

Construction.

Considérez la différence de la mise du premier à celle du troisieme, vous trouverez 25 $\frac{2}{3}$, il n'y a

donc qu'à trouver deux nombres, dont la différence soit 25, & que le produit soit 980.

Pour faire cela, ajoutez le quarré de la différence avec le quadruple du produit, il viendra $\frac{41209}{9}$ pour le quarré de la somme, desquels la racine quarrée est $67\frac{2}{3}$, pour la somme des deux nombres, de laquelle somme, si j'ôte la différence $25\frac{2}{3}$, il restera 42, dont la moitié est 21, pour la mise du premier; celle du second sera donc 28, & celle du troisieme sera $46\frac{2}{3}$.

Maintenant pour trouver le gain de chacun, assemblez les mises, qui sont +

+ 21
28
$46\frac{2}{3}$

$95\frac{2}{3}$ Somme totale des mises; & faisant la Regle de Compagnie à l'ordinaire, on trouvera le gain de chacun.

Dix-septieme Question.

Quatre autres ont fait compagnie; le premier a mis une somme; le second 10 liv. plus que le premier; le troisieme autant que le deuxieme moins 2 liv. & le quatrieme a mis 10 liv. plus que le troisieme; puis multipliant la mise du premier par celle du quatrieme, il vient 40; on demande combien ils auront chacun de 100 liv. qu'ils ont gagnées.

Pour faire cette Regle & toutes autres semblables, il faut premiérement trouver les mises de chacun. Pour faire cela, considérez la différence de la mise du premier à celle du quatrieme; elle est 18; quarrez donc 18, son quarré est 324; auquel il faut ajouter le quadruple du produit, sera 484, dont la racine est 22; & si vous ajoutez la différence 18 avec 22, il viendra 40, dont la moitié qui est 20

ſera la miſe du quatrieme ; & ſi vous ôtez 18 de 22, le reſte ſera 4, dont la moitié qui eſt 2 ſera la miſe du premier ; le ſecond a donc mis 12 liv. & le troiſieme 10 liv. Cela fait, pour trouver le gain de chacun, il faut faire la Regle de Compagnie à l'ordinaire.

Miſes.

2
12
10
20

Si 44 ont gagné 100 liv. combien 2 liv. &c. & faiſant les 4 Regles de trois, on trouvera le gain de chacun.

SAVOIR :

pour le premier	4 liv.	$\frac{6}{11}$
pour le ſecond	27	$\frac{3}{11}$
pour le troiſieme	22	$\frac{2}{11}$
pour le quatrieme	45	$\frac{5}{11}$
Somme	100 livres.	

Queſtions ſur les fractions.

Quelqu'un dit que s'il avoit diſtribué les $\frac{2}{3}$ les $\frac{3}{4}$ des $\frac{5}{6}$ de l'argent qu'il a, il auroit donné 84 liv. on demande combien il avoit d'argent.

Je ſuppoſe que 72 ſoit la ſomme qu'il avoit, de laquelle les parties ci-deſſus étant priſes, ſe montent à 162 liv.

Après quoi on dira par Regle de Trois, ſi 162 viennent de 72, d'où viendront 4, & $37\frac{1}{3}$ ou $\frac{3}{9}$, dont les $\frac{2}{3}$ les $\frac{3}{4}$ & les $\frac{5}{6}$ font 84, comme il ſe voit par les opérations ci-après.

Si .... 162.... 72.... 84
par 72

$\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$

72 dénom. 168
588

$\frac{2}{3}$ 48 6048
$\frac{3}{4}$ 54 5
$\frac{5}{6}$ 60 ~~1184~~
~~6048~~

162 (37 $\frac{1}{3}$ ou $\frac{5}{9}$

~~1622~~
~~16~~
37 $\frac{3}{9}$

24 $\frac{8}{9}$
28
31 $\frac{1}{9}$

Preuve 84

Autre Question.

Trouver un nombre, duquel en ayant ôté $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{3}$, le reste soit 10.

Je pose que ce nombre soit 12, le tiers est 4, & le quart est 3, qui sont 7, lesquels ôtés de 12, il reste 5, puis dites par Regle de Trois.

Si 5 viennent de 12, d'où viendront 10: faites la Regle, & vous trouverez 24 pour le nombre requis.

Pour preuve, le tiers de 24 est 8, & le quart de 24 est 6, ajoutant 8 avec 6 font 14, lesquels ôtés de 24, le reste est 10, comme veut la question.

Autre Question.

Trouver un nombre, duquel en ayant ôté le tiers & le quart, le reste soit 48.

Je suppose que ce nombre soit 96, duquel le tiers & le quart sont 56, lesquels ôtés de 96, le reste est 40, & devoit rester 48; ensuite il faut dire par Regle de Trois.

Si 40 viennent de 96, d'où viendront 48

96

	$115\frac{1}{5}$	288
†	$67\frac{1}{5}$ à ôter	432
Reste	48 qui est la preuve	4608
	$\frac{1}{40}$ Resp.	$115\frac{1}{5}$ nombre requis
		$\frac{1}{3}$ $38\frac{2}{5}$
		$\frac{1}{4}$ $28\frac{4}{5}$
		† $67\frac{1}{5}$

Autre Question.

Trouver deux nombres, tels qu'étant ajoutés ensemble leur somme soit $31\frac{7}{12}$, & divisant le grand nombre par le moindre, le quotient soit 8.

Pour faire cela, ajoutez 1 au quotient requis 8, ce seront 9 pour diviseur de $31\frac{7}{12}$, & le quotient sera $3\frac{55}{108}$, pour le petit nombre, lesquels ôtés de $31\frac{7}{12}$, le reste sera $28\frac{8}{108}$, pour le grand nombre.

Divers Théoremes avec leur application.

Trouver deux nombres tels que les $\frac{4}{5}$ de l'un soient égaux aux $\frac{5}{7}$ de l'autre, & que leur différence soit $5\frac{1}{2}$.

Multipliez en croix $\frac{4}{5}$ par $\frac{5}{7}$, il viendra 25 & 28; les $\frac{4}{5}$ de 25 sont 20, & les $\frac{5}{7}$ de 28 sont aussi 20; mais leur différence n'est que 3, & devoit être $5\frac{1}{2}$, donc 25 & 28 ne sont pas les deux nombres que l'on cherche.

Pour les trouver, il faut diviser $5\frac{1}{2}$ que l'on cherche par les 3 qui sont venus, il viendra $1\frac{5}{6}$; cela fait, il faut multiplier 28 par $1\frac{5}{6}$, il viendra $51\frac{1}{3}$;

Il faut auſſi multiplier 24 par $1\frac{5}{6}$, il viendra $45\frac{5}{6}$, partant je dis que $\frac{1}{5}$ & $45\frac{5}{6}$ ſont les deux nombres que l'on cherche.

Pour preuve, on voit que la différence de $51\frac{1}{3}$ à $45\frac{5}{6}$ eſt $5\frac{1}{2}$.

Et de plus que les $\frac{4}{5}$ de $45\frac{5}{6}$ ſont égaux aux $\frac{5}{7}$ de $51\frac{1}{3}$.

Application.

Un Marchand a deux pieces d'étoffe, les $\frac{4}{5}$ de l'une ſont égaux aux $\frac{5}{7}$ de l'autre, & leur différence eſt 5 aunes $\frac{1}{2}$; on demande la longueur de chacune; R. $45\frac{5}{6}$ pour l'une, & $51\frac{1}{3}$ pour l'autre.

Deuxieme Theoreme ſur le même ſujet.

Trouver deux nombres, deſquels la différence ſoit 1, & que les $\frac{3}{5}$ de l'un ſoient égaux aux $\frac{5}{7}$ de l'autre.

Multipliez en croix $\frac{3}{5}$ par $\frac{5}{7}$, il viendra 21 & 25; puis diviſez 1, qui devoit venir par la différence de 25 à 21 qui eſt 4, il viendra $\frac{1}{4}$ pour quotient.

Cela fait, multipliez 21 par $\frac{1}{4}$, il viendra $5\frac{1}{4}$: multipliez auſſi 25 par $\frac{1}{4}$, il viendra $6\frac{1}{4}$: Par-là on voit que $5\frac{1}{4}$ & $6\frac{1}{4}$ ſont les deux nombres requis.

Preuve.

Pour preuve, tirez les $\frac{3}{5}$ de $6\frac{1}{4}$, il viendra $3\frac{3}{4}$ tirez auſſi les $\frac{5}{7}$, de $5\frac{1}{4}$, il viendra auſſi $3\frac{3}{4}$ qui eſt l'égalité.

Pour autre ſeconde preuve, on voit que la différence de $5\frac{1}{4}$ à $6\frac{1}{4}$ eſt 1, comme il eſt requis.

Application.

Un Marchand a deux pieces d'étoffe; les $\frac{3}{5}$ de l'une ſont égaux aux $\frac{5}{7}$ de l'autre, & leur différence eſt 1 aune; on demande la longueur de chacune. R. $5\frac{1}{4}$ & $6\frac{1}{4}$.

Théoreme 3.

Trouver deux nombres en proportion quadruple, leſquels faſſent autant ajoutés que multipliés.

Ayant pris deux nombres à plaiſir qui ſoient en proportion quadruple, comme 4 à 16, on diviſera

leur ſomme qui eſt 20, par chacun d'iceux, ſavoir par 4 & par 16, & leurs quotients ſeront autant ajoutés que multipliés.

Diviſant donc 20 par 4, il viendra 5; diviſant auſſi 20 par 16, il viendra $1\frac{1}{4}$, dont 5 & $1\frac{1}{4}$ ſont les nombres requis.

Pour preuve, ſi on ajoute 5 avec $1\frac{1}{4}$, le produit ſera $6\frac{1}{4}$, & ſi on multiplie les mêmes 5 par un $\frac{1}{4}$, le produit ſera auſſi $6\frac{1}{4}$.

Et pour ſeconde preuve, on voit que ces deux nombres $1\frac{1}{4}$ & 5 ſont en proportion quadruple, comme veut la queſtion.

Théoreme 4.

Trouver un nombre, qui étant multiplié par 48, & ajoutant à ſon produit 160, faſſe autant que le même nombre multiplié par 56, après en avoir ôté 400.

Pour faire cela, il faut ajouter le plus & le moins; ſavoir, 160 & 400, la ſomme ſera 560, qu'il faut diviſer par 8, qui eſt la différence de 48 à 56, & il viendra 70, pour le nombre que l'on cherche.

Pour preuve, il faut multiplier 70 par 48, il viendra 3360, auxquels ajoutant 160, la ſomme ſera 3520.

Multipliez auſſi les mêmes 70 par 56, le produit ſera 3920, duquel ôtant les 400 propoſés, le reſte ſera 3520, comme ci-deſſus.

Autre Théoreme.

On peut ſéparer 25 en deux parties, telles que diviſant la grande par la petite, le quotient ſoit $25\frac{3}{4}$.

Ajoutant 1 à $25\frac{3}{4}$, la ſomme ſera $26\frac{3}{4}$, & ce ſera le dénominateur des 25, nombre à diviſer, la ſomme ſera $\frac{100}{107}$, pour la moindre partie, laquelle étant ſouſtraite de 25, il reſtera $24\frac{7}{107}$ pour la grande partie.

Pour preuve, diviſez $24\frac{7}{107}$, par la moindre partie, qui eſt $\frac{100}{107}$, & le quotient ſera $25\frac{3}{4}$, comme veut la queſtion.

Queſtion ſur la fauſſe poſition ſimple.

Trouver un nombre duquel en ayant ôté le $\frac{1}{3}$, le $\frac{1}{4}$ & le $\frac{1}{6}$, le reſte ſoit 64.

Application.

C'eſt comme qui diroit : Quatre perſonnes ont une certaine ſomme à répartir entr'eux ; le premier en doit avoir $\frac{1}{3}$, le ſecond $\frac{1}{4}$, le troiſieme $\frac{1}{6}$ & le quatrieme le reſte ; on demande quelle eſt la ſomme qu'ils ont à répartir entr'eux.

Pour le ſavoir, prenez un nombre à plaiſir, comme 12, dont le tiers eſt 4, le quart eſt 3, le ſixieme eſt 2; ajoutant 4, 3 & 2 la ſomme eſt 9, ôtez 9 de 12, il reſte 3, & devoit reſter 64, dites donc par Regle de Trois : Si 3 ſont reſtés de 12, d'où reſteront 64, R. de 256. Pour preuve, tirez le tiers, le quart & le ſixieme de 256, ces trois parties ajoutées feront 192, leſquels ôtés de 256, le reſte ſera 64, comme veut la queſtion.

Autre Application.

Il y a une piece de drap de laquelle $\frac{1}{3}$ eſt rouge $\frac{1}{4}$ eſt blanc, & $\frac{1}{6}$ eſt jaune, & 16 aunes de couleur noire, on demande combien cette piece contient d'aunes.

Faites comme ci-deſſus, & vous trouverez 64 aunes pour la longueur de ladite piece.

Autre Application.

Les $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{8}$, d'une piece de bois ſont cachés dans un bâtiment, & il en paroît en dehors 7 $\frac{1}{2}$ pieds; on demande combien cette piece a de longueur.

Suivez l'explication ci deſſus, & vous trouverez 25 pieds $\frac{5}{7}$, pour la longueur de ladite piece de bois.

Pour preuve, tirez $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{8}$ de 25 $\frac{5}{7}$, & y ajoutez 7 $\frac{1}{2}$, la ſomme ſera les mêmes 25 $\frac{5}{7}$ comme ci-deſſus.

Autre queſtion ſur la fauſſe poſition.

Quel eſt le nombre, lequel étant diviſé par 7, &

le quotient multiplié par 15, fasse au produit 450.

Je pose que ce nombre soit 7, lequel divisé par 7, il vient 1 au quotient, lequel multiplié par 15, fait 15, & devoit être 450, dites: Si 15 viennent de 7, d'où 450. R. 210 pour le nombre requis.

Pour preuve, divisez 210 par 7, le quotient sera 30, & 30 multipliés par 15, le produit est 450, comme il est requis.

Autre Question sur le même sujet.

Trois Marchands ont 1000 livres à partager; le premier en doit prendre une partie; le second en doit prendre deux fois autant plus 7, & le troisieme en doit avoir autant que les deux premiers moins 5, savoir combien chacun aura pour sa part.

Considérez l'opération ci-dessous, & vous trouverez la part du premier être 165 liv. $\frac{1}{6}$, & la part des autres ensuite.

Opération.

	33 991	
1		(165 $\frac{1}{6}$ part du premier.
2 P 7	666	337 $\frac{2}{6}$ part du second.
3 P 7 M 5		497 $\frac{3}{6}$ part du troisieme.
6 P 9 ég. à 1000		1000

6 égal à 991 à diviser par 6.

Autre Question sur le même sujet.

Trouver deux nombres, lesquels multipliés l'un par l'autre, fassent au produit 12, & divisant le grand par le petit, le quotient soit 1 $\frac{1}{2}$.

Pour l'opération, divisez 12 par 1 $\frac{1}{2}$, il viendra 8 pour le petit nombre, & 12 sera le grand nombre.

Grand nombre 12 ou $\frac{24}{2}$
Petit nombre 8
Quotient $1\frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{2}$ $\frac{x4}{x}$ (8
x

Ayant trouvé que le grand nombre eſt 12, & le petit nombre 8, ſi on diviſe 12 par 8, il viendra au quotient $1\frac{1}{2}$; ſi on multiplie 8 par $1\frac{1}{2}$, il viendra 12, comme le veut la queſtion.

Autre Queſtion.

Un Général d'Armée perdit ſa caiſſe militaire dans une déroute, dans laquelle il y avoit 534600 livres contenues en 100 ſacs; il y avoit des ſacs de louis d'or chacun de 24000 livres, des ſacs d'écus de 6 livres contenant chacun 3720 livres, & des ſacs de pieces de 24 ſols contenant chacun 3000 livres: on demande combien il y avoit de ſacs de louis d'or, de ſacs d'écus de 6 livres, & de ſacs de pieces de 24 ſols dans ladite caiſſe.

Pour réſoudre cette queſtion, il faut ſuivre l'explication du premier exemple de la nouvelle Méthode d'alliage, *page* 234. On prévient ceux qui voudront réſoudre cette queſtion, qu'il n'y a qu'une ſeule ſolution ou pour mieux dire une ſeule combinaiſon.

Queſtions ſur les deux fauſſes poſitions.

Queſtion premiere.

Quel eſt le nombre, lequel étant multiplié par 3, & qu'à la moitié du produit on y eût ajouté $\frac{1}{3}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{8}$ plus 25, le tout faſſe 250.

Pour faire cela, il faut ſuivre l'ordre de la Regle de deux fauſſes poſitions, prenant premiérement un nombre à plaiſir, comme 16, lequel étant multiplié

plié par 3, le produit eſt 48, dont la moitié eſt 24, & ſi on ajoute le tiers, le quart, le ſixieme, le huitieme de 24 avec les mêmes 24 & 25 de plus, la ſomme ſera 70, & devoit être 250; on a donc erré par moins de 180.

Pour ſeconde hypotheſe, on prendra 32, & pourſuivant avec iceux comme ci-deſſus, on trouvera 115, & devoit être 250; il y a donc encore erreur par moins de 135; cela étant trouvé, le reſte eſt facile, & achevant l'opération, on trouvera le nombre que l'on cherche.

Application.

Un Architecte eſt interrogé du nombre des toiſes d'ouvrages qu'il a faites; il répond: Si les toiſes d'ouvrages que j'ai faites étoient multipliées par 3, & qu'à la moitié du produit on y eût ajouté $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$ & $\frac{1}{5}$, & plus 25, j'en aurois fait 250; on demande combien il avoit fait de toiſes. R. 80 toiſes, comme veut la queſtion ci-deſſus.

Queſtion ſeconde.

Un homme faiſant teſtament, a laiſſé 500 liv. à ſon fils & à ſa fille, à la charge qu'il veut que la cinquieme partie de la part du fils ſurpaſſe la quatrieme partie de la part de la fille de 8; on demande ce qu'ils auront chacun.

Je poſe que la part de la fille ſoit 12, ſon quart eſt 3, & ajoutant 8 avec 3, la ſomme eſt 11; donc 11 eſt la cinquieme partie de ce que doit avoir le fils, & multipliant 11 par 5, le produit eſt 55 pour la part du fils, qui, ajoutés avec 12, part de la fille, fait 67, & devoit faire 500; ôtant 67 de 500, le reſte ſera 433, qu'il faut poſer en cette ſorte, 12 M 433.

Enſuite on prendra un autre nombre à plaiſir, ſavoir, 16 pour la fille, ſon quart eſt 4, leſquels ajoutés avec 8, font 12; donc 12 eſt la cinquieme partie du fils: multipliez 12 par 5, il viendra 60

pour sa part entiere, qui, ajoutés avec 16, part de la fille, feront 76, & il devoit venir 500. Si on ôte 76 de 500, le reste sera 424, qu'il faut poser sous la premiere hypothese, en cette sorte, 16 M 424; puis opérant selon le précepte de la Regle des deux fausses positions, on trouvera 295 $\frac{5}{9}$ pour la part du fils, & 204 $\frac{4}{9}$ pour la part de la fille.

Pour preuve, ajoutez ces deux portions, il viendra juste 500 liv. & pour seconde preuve, tirez la cinquieme partie de la part du fils, & y ajoutez 8, il viendra 51 $\frac{1}{9}$, lesquels, multipliés par 4, il viendra 204 $\frac{4}{9}$ pour la part de la fille, comme veut la question.

Question troisieme.

Un Architecte a pris un tailleur de pierre pour 60 jours, auquel il a donné 32 sols par jour les jours qu'il a travaillé; & les jours qu'il a chommé, il a restitué à l'Architecte 6 sols par jour; & au bout de 60 jours ils comptent ensemble, par lequel compte le tailleur de pierre a reçu 37 liv. 6 sols, on demande combien il a travaillé de jours.

Je pose qu'il a travaillé 20 jours, à 32 sols, ce sont 32 liv. & qu'il ait chommé 40 jours, à 6 sols, font 12 liv. à rabattre de 32 liv. il reste 20 liv. qu'il a reçues, & devoit recevoir 37 liv. 6 sols; il y a donc erreur par moins de 17 $\frac{3}{10}$, qu'il faut poser en cette sorte, 20 M 17 $\frac{3}{10}$.

Je pose qu'il ait travaillé 30 jours à 32 sols, ce sont 48 liv. & chommé 30 jours à 6 sols, ce sont 9 liv. à rabattre de 48 liv. il reste 39 liv. qu'il a reçues, & ne devoit recevoir que 37 liv. 6 sols, il y a donc erreur par plus de 1 $\frac{7}{10}$, qu'il faut poser en cette sorte, 30 P 1 $\frac{7}{10}$.

Opération.

	20 M	17 $\frac{3}{10}$	17 $\frac{3}{10}$
	30 P	1 $\frac{7}{10}$	7 $\frac{7}{10}$
par	17 $\frac{3}{10}$	20	19 divis.
	510	20	
	9	14	
	34	—	
		34	
	553		

~~172~~
~~353~~
——— (29 $\frac{2}{19}$ de jour qu'il a travaillé.
~~599~~ 30 $\frac{17}{19}$ de jour qu'il a chommé.
~~1~~

Pour preuve, si vous multipliez les 29 $\frac{2}{19}$ de jour qu'il a travaillé par 32 sols, il viendra 46 livres 11 sols 4 den. $\frac{8}{19}$ qu'il auroit dû recevoir.

Si aussi vous multipliez les 30 $\frac{17}{19}$ de jour qu'il a chommé, il viendra 9 liv. 5 sols 4 den. $\frac{8}{19}$ qu'il faut soustraire, & ce sera 37 liv. 6 sols, comme veut la question.

Question quatrieme.

Un Marchand a acheté 12 pieces de marchandises qui coûtent 96 liv. la deuxieme coûte 1 liv. plus que la premiere, & la troisieme 1 liv. plus que la deuxieme, & toujours en augmentant d'une livre jusqu'à la derniere : on demande combien a coûté la premiere, & toutes les autres ensuite.

Je pose que la premiere ait coûté 1 liv. la deuxieme coûtera 2 liv. la troisieme coûtera 3 liv. & ainsi de suite jusqu'à la douzieme, qui coûtera 12 livres ; puis ajoutant, selon l'addition de la progression arithmétique, la somme sera 78, & devoit être 96 ; il y a donc erreur par M de 18, que l'on posera en cette sorte, 1 M 18.

Pour seconde position, je pose que la premiere ait coûté 2 liv. la seconde coûtera 3 liv. la troisieme coûtera 4 liv. & ainsi jusqu'à la douzieme, qui coûtera 13 liv. puis faisant addition des 12 pieces, la somme sera 90; il y a donc erreur par M de 6, que l'on posera en cette sorte, 2 M 6, le tout comme il se voit ci-dessous par l'opération, on trouvera que la premiere coûtera $2\frac{1}{2}$, la seconde $3\frac{1}{2}$, & ainsi jusqu'à la douzieme, qui coûtera $13\frac{1}{2}$; puis ajoutant, selon l'addition de la progression arithmétique, la somme sera 96, comme veut la question.

Opération.

Prem. position.

1	7	2	8
2	8	3	9
3	9	4	10
4	10	5	11
5	11	6	12
6	12	7	13
	12		13
plus	1	plus	2
font	13	font	15
par	6	par	6
	78		90

Seconde position.

1 moins	18	36
2 moins	6	6
	12	30
	6	
	30	

(2 $\frac{1}{2}$ Prem. piece.

3 $\frac{1}{2}$	8	$\frac{1}{2}$
4 $\frac{1}{2}$	9	$\frac{1}{2}$
5 $\frac{1}{2}$	10	$\frac{1}{2}$
6 $\frac{1}{2}$	11	$\frac{1}{2}$
7 $\frac{1}{2}$	12	$\frac{1}{2}$
	13	$\frac{1}{2}$

	13	$\frac{1}{2}$
plus	2	$\frac{1}{2}$
	16	
par	6	
	96	comme il est requis.

Queſtion cinquieme.

Un Seigneur a acheté ſix baſſins d'argent qui lui ont coûté 1015 liv. 10 ſols : le ſecond lui a coûté 1 livre plus que le premier, le troiſieme 1 liv. plus que le ſecond, ainſi des autres juſqu'au dernier ; on demande combien coûte le premier, & les autres enſuite.

Pour la réſolution de cette queſtion, ſuivez l'ordre de l'explication de la queſtion ci-devant, & vous trouverez que le premier baſſin coûtera 166 liv. 15 ſ. La valeur des autres eſt facile à trouver.

Avertiſſement.

Cette même queſtion, outre qu'elle ſe réſout par les deux fauſſes poſitions, elle ſe réſout auſſi par l'algebre avec plus de facilité, comme ci-après.

Explication.

Je poſe que le premier baſſin coûte 1 R. le ſecond coûtera 1 R P 1 ; ainſi les 6 coûteront 6 R P 15, égaux à 1015 liv. 10 ſols, & ôtant P 15 de 1015 liv. 10 ſols, le reſte ſera 1000 liv. 10 ſols, que l'on diviſera par les 6 R, & le quotient ſera 166 liv. 15 ſ. pour la valeur du premier, 167 liv. 15 ſols pour la valeur du ſecond, ainſi des autres, juſqu'au ſixieme ; & ajoutant le tout, la ſomme ſera 1015 liv. 10 ſ. pour la valeur totale de ſix baſſins, comme il a été propoſé, & comme il ſe voit par l'opération ci-après.

Opération.

1	R		*	1015	liv. 10 ſols.
1	P	1	P	15	
1	P	2			
1	P	3	reſte	1000	liv. 10 ſ. à diviſer par 6.
1	P	4	$\frac{1}{6}$	166	liv. 15 ſ. val. du 1 baſſin.
1	P	5		167	15
				168	15
6	RP	15	égaux à *	169	15
				170	15
				171	15
Somme				1015	liv. 10 ſ. & c'eſt la preuve.

Queſtion ſixieme.

Deux Marchands ont du vin à faire venir d'Orléans par la voie du Canal de Briare, l'un deſquels en a 20 muids, & l'autre 64 muids ; & pour le paſſage dudit Canal, ils ont été obligés de payer le péage. Celui qui avoit 20 muids de vin a donné 2 muids de vin, & on lui a rendu 4 liv. l'autre, qui en avoit 64 muids, a donné cinq muids de vin, 4 liv. davantage de ſon argent; on demande combien valoit le muid de vin, & combien ils ont payé pour chaque muid.

Conſtruction de la Regle.

Je poſe que le muid de vin valût 6 liv. les deux muids que le premier a donnés en vaudront 12, & on lui rend 4 liv. il reſte donc 8 liv. qu'il a payées pour ſes 20 muids de vin. Maintenant il faut dire : Si 20 muids coûtent 8 liv. combien 64. R. 25 $\frac{3}{5}$?

$$\begin{array}{r} \cancel{1} \\ 5\ 12 \\ \hline \cancel{1}\cancel{0}\cancel{0} \\ \cancel{2} \end{array} \quad (25\tfrac{3}{5} \qquad \begin{array}{r} 9 \\ \hline 512 \end{array}$$

Or, il a donné cinq muids de vin, qui valent 30 liv. à 6 liv. piece, & 4 liv. qu'il a données de plus, ce ſont 34, & ne devoit être que $25\frac{3}{5}$, la différence eſt donc $8\frac{2}{5}$ qu'il faut poſer en cette ſorte : 6 plus $8\frac{2}{5}$.

Je poſe que le muid vaut 10 liv. les deux vaudront 20 liv. & on lui rend 4 liv. il reſte 16 liv. pour ſon péage de 20 muids ; puis il faut dire :

Si 20 ... 16 ... 64 Reſp. $51\frac{1}{5}$

16

384
64

1024

$x\phi x4$ (51 $\frac{1}{5}$.
$x\phi\phi$
x

Or, il a donné 5 muids qui valent 50 liv. & 4 liv. de ſon argent ſont 54, & ne devoit faire que $51\frac{1}{5}$; il y a donc plus de $2\frac{4}{5}$, qu'il faut poſer en cette ſorte ; 10 plus $2\frac{4}{5}$.

Pour le ſurplus de l'opération, ſuivez le précepte de la Regle des deux fauſſes poſitions.

6 plus $8\frac{2}{5}$ | $8\frac{2}{5}$
10 plus $2\frac{4}{5}$ | $2\frac{4}{5}$

84 — Reſte $5\frac{3}{5}$ diviſeur.
$16\frac{4}{5}$ — 28

reſte $67\frac{1}{5}$ à diviſer par $5\frac{3}{5}$

336 — 28

8
336
(12
288
x

Reſp. 12 liv. pour la valeur du muid de vin, & les deux muids valent 24 liv. dont on lui a rendu

4 liv. partant, il reſte 20 liv. pour les 20 muids, qui eſt une liv. pour le péage de chaque muid.

Et le ſecond a donné 5 muids, à raiſon de 12 liv. & 4 liv. d'argent: Le tout fait 64 liv. qui eſt auſſi 1 liv. pour chaque muid.

Queſtion ſeptieme.

Un Particulier ſe promenant, rencontra une bande de filles, auxquelles il dit : Bon jour les deux douzaines de belles filles. Une d'entr'elles répondit : Nous ne ſommes pas deux douzaines ; mais ſi nous étions encore quatre fois autant que nous ſommes, nous ſerions autant plus de douzaines, comme nous ſommes à préſent moins de deux douzaines ; on demande combien elles étoient de filles.

Je poſe qu'elles fuſſent 12 avec 4 fois autant, font 60, qui ſurpaſſent 12 de 48, & nous ne voulons que 24: la différence eſt donc 24, qu'il faut poſer de la ſorte, 12 plus 24.

Je poſe qu'elles ne fuſſent que 10 filles, avec 4 fois autant, ce ſeroient 50, qui ſurpaſſent 36 de 14, & nous voulions qu'elles fuſſent 24, la différence eſt donc 12, qu'il faut poſer en cette ſorte ; 10 plus 12.

Opération.

		Produits.		
12 plus 24		240	96	
10 plus 12		144	——	(8 filles.
			12	
reſte	12	reſte 96		

Questions sur la Racine quarrée.

Théorême premier.

La différence de deux nombres est $4\frac{1}{2}$, & leur produit 405, qui sont-ils?

Application.

Une piece de terre contient en sa superficie 405 arpents, & la différence de la longueur & la largeur est $4\frac{1}{2}$; on demande combien la longueur & combien la largeur.

Construction.

Quarrez la différence $4\frac{1}{2}$, il vient $20\frac{1}{4}$, qu'il faut ajouter au quadruple du rectangle ou 405; il vient $1640\frac{1}{4}$, desquels la racine quarrée est $\frac{81}{2}$, ou $40\frac{1}{2}$, auxquels ajoutant la différence $4\frac{1}{2}$, il viendra 45, desquels la moitié $22\frac{1}{2}$ est la longueur de ladite piece. Et au contraire, ôtant la différence $4\frac{1}{2}$ de $40\frac{1}{2}$, il reste 36, dont la $\frac{1}{2}$ est 18 pour la largeur.

Pour preuve, on voit que la différence de 18 à $22\frac{1}{2}$ est $4\frac{1}{2}$.

Et de plus multipliant 18 par $22\frac{1}{2}$, il viendra 405, comme il est requis.

Théorême second.

La différence des deux nombres est $8\frac{1}{2}$, & leur produit est $412\frac{1}{2}$; qui sont-ils?

Application.

Une piece de terre rectangulaire contient en sa superficie 412 arpents $\frac{1}{2}$, la longueur excede la largeur de 8 arpents $\frac{1}{2}$; on demande quelle est la longueur & aussi la largeur.

Il faut quarrer la différence $8\frac{1}{2}$, il viendra $72\frac{1}{4}$, qu'il faut ajouter au quadruple du produit, il viendra $1722\frac{1}{4}$, dont il faut extraire la racine quarrée,

il viendra $\frac{83}{2}$, ou $41\frac{1}{2}$, auxquels il faut ajouter la différence $8\frac{1}{2}$, la somme est 50, dont la moitié 25 est la longueur de ladite piece de terre. Et si on ôte la même différence de $41\frac{1}{2}$, le reste sera 33, dont la moitié $16\frac{1}{2}$ est la largeur.

Pour preuve, on voit que la différence de 25 à $16\frac{1}{2}$ est $8\frac{1}{2}$: & de plus, que multipliant 25 par $16\frac{1}{2}$, il viendra $412\frac{1}{2}$, comme il a été proposé.

Autre Question.

La somme de deux nombres est 16, & la somme de leurs quarrés est 130 : qui sont-ils ?

Quarrez 16, il viendra 256, qu'il faut ôter de 260, double de la somme des quarrés, le reste sera 4, dont la racine quarrée est 2 ; ajoutant la racine 2 à 16, qui est la somme des nombres proposés, il viendra 18, dont la moitié, qui est 9, sera le grand nombre ; ensuite ôtant le même 2 des mêmes 16, il restera 14, la moitié, qui est 7, est l'autre nombre.

Pour preuve, ajoutez ces deux nombres 9 & 7, il viendra 16, qui est la somme d'iceux ; puis quarrez les mêmes 9 & 7, il viendra 81 & 49, lesquels étant ajoutés font 130, qui est la somme des quarrés de ces deux nombres que l'on cherchoit.

Autre Question.

Deviner deux nombres que quelqu'un aura pensé.

Je pose que ces deux nombres soient 3 & 7, la différence de 3 à 7 est 4, il faut multiplier 7 par 3, il vient 21 ; cela fait, il faut quarrer la différence 4, il vient 16, puis quadrupler 21, il viendra 84 ; ensuite il faut ajouter 16 à 84, il vient 100, dont la racine quarrée est 10, & y ajoutant la différence 4, il vient 14, dont la moitié est 7 pour le grand nombre ; & ôtant la différence de 10, le reste est 6, dont la moitié 3 est le petit nombre, & partant je conclus que 7 & 3 sont les deux nombres pensés.

Autre Question.

Un Capitaine a 2738 Soldats, lesquels il veut

mettre en bataillon rectangulaire, en proportion double, comme de 2 à 4; on demande combien il y aura d'hommes en la longueur, comme auſſi en la largeur.

Pour le ſavoir, diviſez 2738 par 2, à cauſe de la proportion double, il viendra 1369, deſquels la racine quarrée eſt 37 qui eſt le flanc; puis doublant 37, il viendra 74 pour le front.

Pour preuve, multipliez 74 par 37, le produit ſera 2738, comme veut la queſtion.

Autre Queſtion.

On veut former un bataillon en forme de Trapeze par le moyen de 4418 hommes, on entend que le premier rang ſoit de 30 hommes, le ſecond de 33, le troiſieme de 35, &c. on demande combien il y aura de rangs, combien contiendra le dernier rang, & combien il y aura d'hommes en tout pour former ledit bataillon.

Il faut conſidérer que ſi le premier rang du bataillon eſt 30, ſi de ce nombre on prend le tiers, il viendra 10, & partant ce ſeront 9 termes qu'il faut augmenter audit nombre, dont le neuvieme ſera 27, & le premier 3.

Et pour avoir la quantité des termes, ſi on ajoute le premier terme 3 avec 27, neuvieme terme, il viendra 30, qu'il faut multiplier par $4\frac{1}{2}$, il viendra 135, qu'il faut ajouter à 4418, & la ſomme ſera 4553.

Pour faire la Regle, prenez le tiers de 4553, il viendra 1517, & 2 de reſte; maintenant doublez 1517, il viendra 3034, dont la racine quarrée eſt 54, & reſte 118, & ne devoit reſter que 51: il y a donc 64 de trop; & d'autant que le nombre 1517 a été doublé pour en tirer la racine, les 64 ne valent que 32, qu'il faut multiplier par 3, à cauſe que la progreſſion eſt en raiſon triple, il viendra 96, auxquels ajoutez les 2 reſtés de la diviſion, le tout fait

98, or, je dis que 98 ſont les hommes qui ſe trouvent ſurnuméraires.

Maintenant pour ſavoir combien il y a de rangs, ôtez 9 termes de la racine 54, parce qu'ils ne ſont pas compris, & que l'on ne commence à compter que par le deuxieme terme, le reſte 45 eſt le nombre des rangs ; & pour ſavoir combien il y a d'hommes au dernier rang, il faut tripler la racine 54, il viendra 162 pour les hommes du dernier rang.

Et pour ſavoir combien il y a d'hommes en tout, ajoutez le premier terme 30 avec 162, il viendra 192, qu'il faut multiplier par 22½, moitié du nombre des rangs, il viendra 4320, & ajoutant les ſurnuméraires, le tout fera 4418, comme veut la queſtion.

Autre Queſtion.

On veut former un bataillon en proportion, comme de 2 à 7, par le moyen de 345 hommes.

Il faut diviſer 345 par 2, multipliés par 7, c'eſt-à-dire, par 14, il viendra 24, & reſte 9 ; puis tirant la racine quarrée de 24, il vient 4, & reſte 18 ; enſuite multipliant la racine 4 par 2, & par 7, il reviendra 8 & 28, qui ſont en proportion comme 2 à 7.

Pour preuve, multipliez les deux côtés l'un par l'autre, ſavoir 28 par 8, il vient 224, & d'autant qu'il eſt reſté 6 hommes de l'extraction, il faut les compter pour 8 fois 14, qui font 112, auxquels ajoutez les 9 reſtés de la diviſion, le tout enſemble fait 121, leſquels ajoutés à 224, le tout fait 345 pour le nombre propoſé, & c'eſt la preuve.

7	69	8		
x	345	x4		
	(24		4 racine	4 racine
14 diviseur	x44	42	7	
	x			
		8	28	
Reste	8 de l'extraction		8	
par	14			
			224	
fait	112		121	
	9 restés de la divis.			
			345	
	121			

Questions sur la racine cubique.

Question premiere.

Etant donné à toiser la maçonnerie d'un puits en forme ronde, trouver le solide de la maçonnerie, à raison de 7 toises 3 pieds de profondeur.

Supposé que le grand diametre soit 21 pieds, dites par Regle de Trois :

Si 7 de diametre donnent 22 de circonférence, combien 21 ? R. 66 pour la circonférence.

Ensuite, supposé que le petit diametre soit 14 pieds, dites encore :

Si 7 de diametre donnent 22, combien 14 ? R. 44 pour la circonférence. Ayant trouvé que la grande circonférence est 66, & la petite 44, il les faut ajouter ensemble : la somme est 110, qu'il faut multiplier par $3\frac{1}{2}$, le produit donnera 385, desquels la moitié est $192\frac{1}{2}$, qu'il faut multiplier par 7 toises 3 pieds, ou par 45 pieds, le produit donnera 8662 pieds $\frac{1}{2}$, lesquels divisés par 216, valeur

de la toise cube, il viendra 40 toises, & 22 $\frac{1}{2}$ pieds cubes pour la solidité de toute la maçonnerie.

Question seconde.

Etant donné à toiser la maçonnerie d'un puits qui est en ovale, trouver le solide de ladite maçonnerie, à raison de 4 $\frac{1}{2}$ toises de profondeur.

Je suppose que le grand diametre de l'ovale, c'est-à-dire, de dehors en dehors de la maçonnerie, contient 2 toises 4 pieds, ou 16 pieds, & le petit diametre de la même ovale de dehors en dehors aussi contient 2 toises ou 12 pieds.

Maintenant il faut connoître le contenu de l'ovale en sa superficie; pour faire cela, il faut multiplier la longueur de l'ovale, qui est 16 pieds, par 12, qui est sa largeur, il viendra 192; dites après par Regle de proportion :

Si 14... 11... 192. Rx. 150 pieds $\frac{6}{7}$, pour la superficie entiere de l'ovale.

Or, pour avoir le contenu de la maçonnerie, il faut savoir combien elle contient en dedans œuvre, c'est-à-dire de dedans en dedans. Pour faire cela, supposé que le grand diametre contienne 2 toises, & le petit $\frac{1}{2}$ toise, il les faut multiplier l'un par l'autre, savoir 12 pieds par 9 pieds, il viendra 108 pieds; cela fait, dites par la Regle de Trois comme ci-dessus :

Si 14... 11... 108. Rx. 84 pieds $\frac{6}{7}$ pour la superficie du dedans qu'il faut soustraire de 150 $\frac{6}{7}$, restera 66 pieds, pour la superficie de la maçonnerie. Et pour avoir le solide de ladite maçonnerie, il faut multiplier les 66 par les 27 pieds de la profondeur, & il viendra 1782 pieds cubes, qu'il faut diviser par 216, pour avoir des toises cubes, il viendra 8 toises, reste 54 pieds ou $\frac{1}{4}$ de toise cube.

Queſtion troiſieme.

Il y a une Terraſſe rectangulaire ſolide, qui contient 5832000000 pieds cubes, de laquelle la longueur contient 6 fois la hauteur, & la hauteur 6 fois l'épaiſſeur ; on demande combien contient la longueur, la hauteur & l'épaiſſeur.

Je poſe que l'épaiſſeur ſoit un pied, &, ſelon la Regle des rectangles, la hauteur ſera 6 pieds, & la longueur, 36, leſquels multipliés l'un par l'autre, le produit donnera 216 pieds cubes, & on devoit trouver 5832000000 ; c'eſt pourquoi la poſition eſt fauſſe ; mais ſi je diviſe le tout par 216, le quotient donnera 27000000, deſquels la racine cubique eſt 300 pieds pour l'épaiſſeur, leſquels multipliés par 6, le produit ſera 1800, pour la hauteur, qu'il faut encore multiplier par 6, & on aura au produit 10800. Pour preuve, ſi vous multipliez ces trois produits l'un par l'autre, le dernier produit donnera 5832000000 pieds cubes, comme veut la Regle.

Queſtion quatrieme.

Un Seigneur veut faire faire un Fort, qui ſoit de 486 toiſes cubes, & il entend que la largeur ſoit les $\frac{3}{4}$ de la longueur, & l'épaiſſeur la moitié de la largeur ; on demande la longueur, largeur & épaiſſeur dudit Fort.

Conſtruction.

Je poſe que la longueur ſoit 1 ℞, ſa largeur ſera donc $\frac{3}{4}$ ℞, & l'épaiſſeur $\frac{3}{8}$ ℞ ; cela ſuppoſé, il faut multiplier l'un par l'autre, ſavoir 1 ℞ par $\frac{3}{4}$ ℞, il vient $\frac{3}{4}$ Q, qu'il faut multiplier par $\frac{3}{8}$ ℞, il vient $\frac{9}{32}$ cubes égaux à 486 toiſes cubes.

Maintenant diviſez 486 par $\frac{9}{32}$, il viendra au quotient 1728, dont la racine cubique qui eſt 12, eſt la longueur dudit Fort, ſa largeur ſera 9, & l'épaiſſeur ſera $4\frac{1}{2}$ toiſes, comme veut la Regle.

Opération.

1 ℞ par $\frac{3}{4}$ ℞ fait $\frac{3}{4}$ Q par $\frac{3}{8}$ font $\frac{9}{32}$ cubes.

$$\frac{26}{1} \times \frac{9}{32} \quad \frac{\cancel{6}\cancel{2}\cancel{7}\ \cancel{1}\cancel{5}\cancel{5}\cancel{5}\cancel{2}}{\cancel{9}\cancel{9}\cancel{9}\cancel{9}} \ (1728 \quad \frac{\cancel{1}.\ \cancel{7}\cancel{2}\cancel{8}}{\cancel{1}\ \cancel{3}\ \cancel{7}\cancel{2}\cancel{8}} \ (12$$

Cinquieme Question sur le même sujet.

Un Seigneur veut faire vuider 2592 toises cubes de terre pour faire un fossé ; mais il entend que la largeur soit les $\frac{3}{4}$ de la longueur, & la profondeur le tiers de la largeur ; on demande quelle sera la largeur, longueur, & aussi la profondeur.

Pour l'opération, il faut garder le même ordre que ci-dessus, & vous trouverez 24 pour la longueur. Le reste est facile à trouver.

FIN.

TRAITÉ

DE

L'ARITHMÉTIQUE

PAR LES JETONS.

CETTE Arithmétique eſt auſſi utile que celle qui ſe fait avec la plume, puiſqu'avec des Jetons on fait toutes les Regles dont on a beſoin dans tous les calculs qui ſervent dans le Commerce. Cette maniere de calculer eſt plus pratiquée par les femmes que par les hommes ; cependant pluſieurs perſonnes qui ſont employées dans les Finances & dans toutes les Juriſdictions, s'en ſervent avec beaucoup de ſuccès. Les maximes dont on ſe ſert dans cette façon de calculer, ſont ſemblables à celles qui ſe pratiquent avec la plume ; car la Numération, la Poſition, l'Addition, la Souſtraction, la Multiplication & la Diviſion, ſeront définis comme elles l'ont été dans le Traité précédent, où on aura recours, ſi on en a beſoin.

Dans ſa pratique, on emploie les caracteres qui conviennent au Jet, & dont les Financiers ſe ſervent ordinairement, qui ſont repréſentés ci-après. Ceux à qui ils ne conviendront pas, ſe ſerviront des chiffres de l'Arithmétique à la plume, s'ils le jugent à propos.

Chiffres de Finance.

j un	xxiv vingt-quatre
ij deux	xxv vingt-cinq
iij trois	xxvj vingt-ſix
iiij quatre	xxvij vingt-ſept
v cinq	xxviij vingt-huit
vj ſix	xxix vingt-neuf
vij ſept	xxx trente
viij huit	xl quarante
ix neuf	l cinquante
x dix	lx ſoixante
xj onze	lxx ſoixante-dix
xij douze	lxxx quatre-vingt
xiij treize	xc quatre-vingt-dix
xiiij quatorze	c cent.
xv quinze	iic deux cents
xvj ſeize	iiic trois cents
xvij dix-ſept	iiiic quatre cents
xviij dix-huit	vc cinq cents
xix dix-neuf	m mille
xx vingt	iim deux mille
xxj vingt-un	iiim trois mille, ainſi des
xxij vingt-deux	autres.
xxiij vingt-trois	

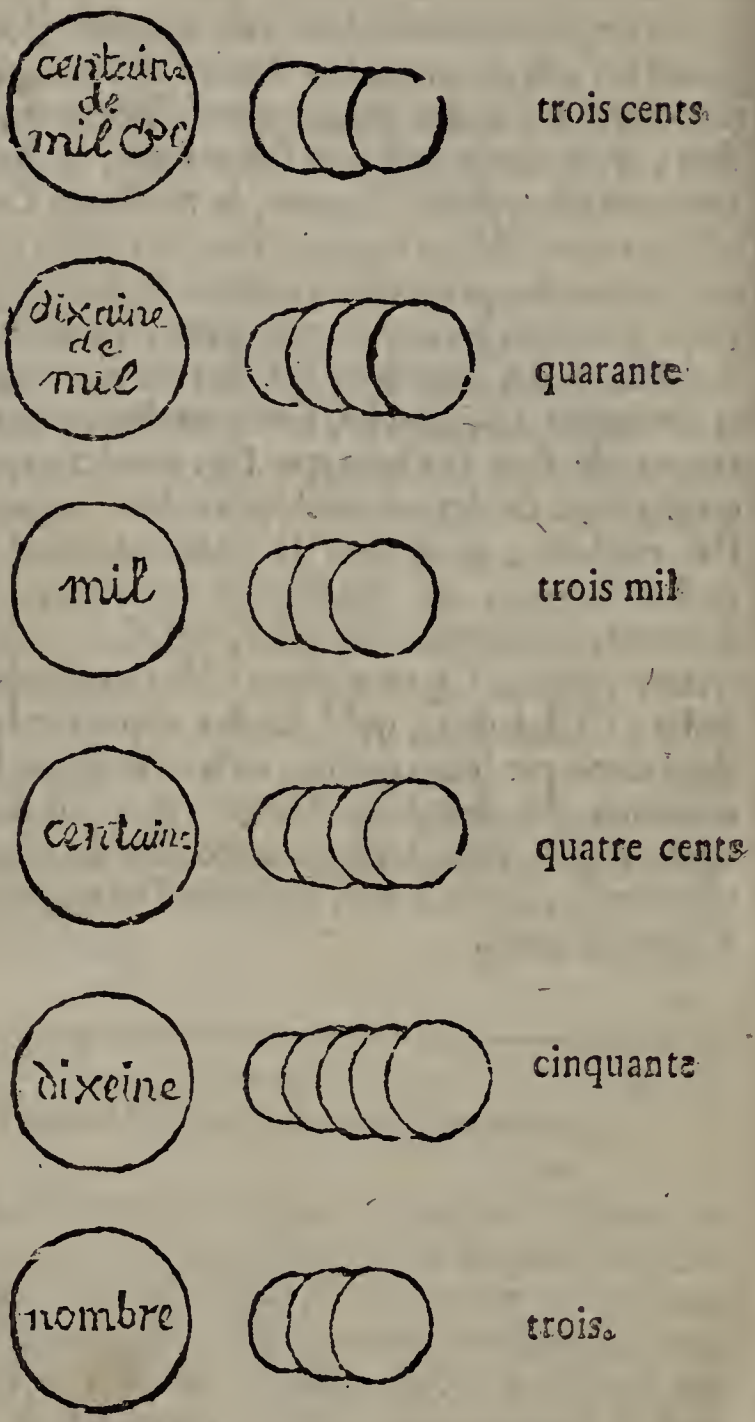
De la Poſition & de la Numération.

LA Poſition eſt un certain arrangement d'un, de deux, ou de pluſieurs Jetons diſpoſés de maniere que, ſuivant l'idée de ſon auteur, ils ſignifient quelque choſe qu'il a voulu expliquer ; mais parce que cet ordre dépend de la puiſſance des nombres & de l'ordre qu'on a de compter, il faut

obſerver que pour établir cette poſition, on place ordinairement les Jetons en ligne droite, commençant par en bas, & remontant vers le haut, obſervant de laiſſer entre chaque Jeton une diſtance égale; & ces Jetons ainſi poſés ſont nommés l'Arbre du grand Jet, & ils montrent l'ordre & les degrés de la numération. Le plus bas eſt appellé Nombre, c'eſt-à-dire, qu'il s'exprime par ſoi-même; le ſecond en montant eſt appellé Dixaine, le troiſieme Centaine, le quatrieme Mille, le cinquieme Dix mille, le ſixieme Cent mille, & ainſi des autres de dix en dix: de ſorte que tous les Jetons qui ſeront poſés vis-à-vis de chacun des degrés de l'Arbre de numération, à la droite ou à la gauche, horizontalement, vaudront autant de fois la choſe que l'on voudra exprimer, qu'il y aura de Jetons multipliés ſur chaque degré. Par exemple, ſi devant le troiſieme degré, il y a quatre Jetons, ils ſignifieront quatre cents, ſoit hommes, ſoit livres, ſoit écus, &c. ſi devant le quatrieme degré, il y en a deux, ils ſignifieront deux mille, c'eſt-à-dire, qu'il faudra exprimer la valeur des Jetons par leur nombre, en leur donnant la dénomination du degré de l'Arbre vis-à-vis duquel ils ſont rangés. Pour faire comprendre la choſe plus clairement, il n'y a qu'à regarder l'exemple de la I. Figure ci-après.

Exemple *I. Figure.*

Arbre de Numération.



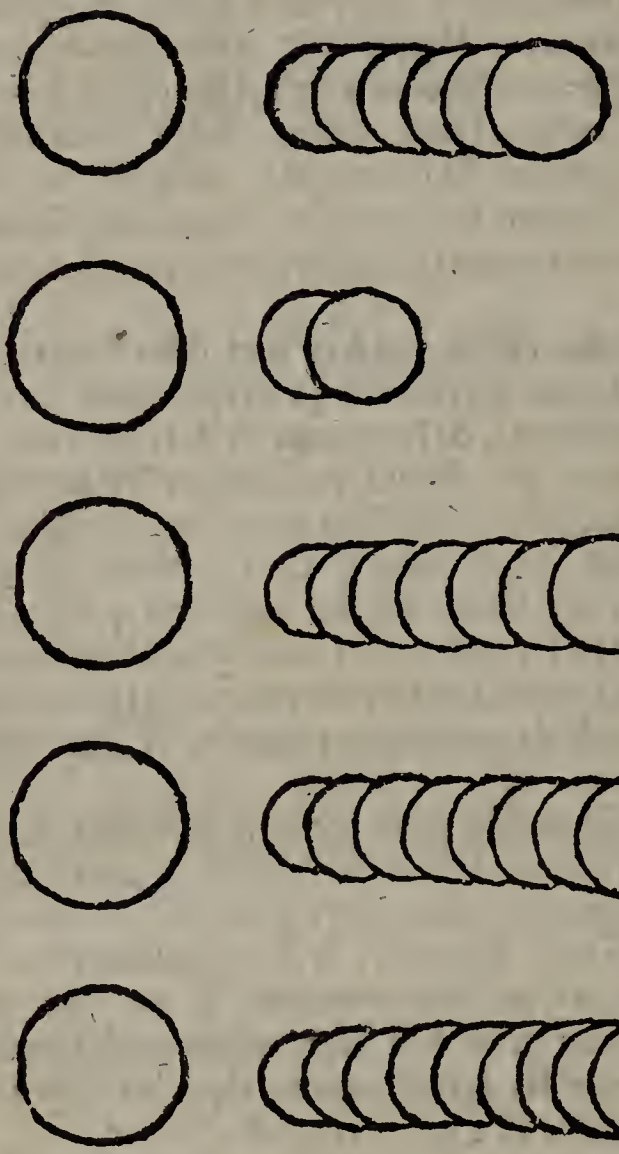
Dans les opérations qui seront faites dans toutes les Regles de ce Traité, on ne posera que les Jetons de l'Arbre simplement, c'est-à-dire, sans aucune inscription dedans, qui cependant auront une dénomination semblable à ceux de l'Arbre de l'exemple de la premiere Figure; & cette dénomination doit être par conséquent expliquée par Nombre, Dixaine, Centaine, &c. comme il a été dit ci-dessus; ainsi pour nombrer la somme de l'exemple de ladite I. Figure, suivant sa disposition, le produit donnera trois cents quarante-trois mille quatre cents cinquante-trois.

Vous vous ressouviendrez que dans cet exemple les grands Jetons ne servent qu'à représenter l'Arbre de la Numération, & l'ordre qu'ils doivent avoir, & que les Jetons qui seront posés entre les degrés de l'Arbre, vaudront cinq fois autant que ceux du degré inférieur, ou la moitié du supérieur. Et pour distinguer, les Jetons qui ne vaudront que cinq en abrégé, dans les opérations où il sera nécessaire d'en mettre, ils seront décrits plus petits que les autres: ce qui sera facile de reconnoître dans les Regles suivantes.

Ceux qui auront bien compris la valeur des Jetons, suivant les degrés de l'Arbre de numération, n'auront point de difficulté à poser tel nombre proposé qu'on leur donnera, & de l'exprimer selon l'ordre dudit Arbre. Par exemple, si on veut poser soixante-deux mille sept cents quatre-vingt-neuf, il faudra ranger les Jetons comme vous les voyez dans l'exemple de la II Figure ci-après.

On peut retrancher, si on veut, plusieurs Jetons dans cet exemple, & dans les autres qui suivent, & cette maniere de retrancher les Jetons est sans contredit beaucoup plus commode & moins embarrassante, quand on la sait bien pratiquer. Il faut remarquer qu'on peut lever les Jetons à tous les rangs

Exemple. *II. Figure.*

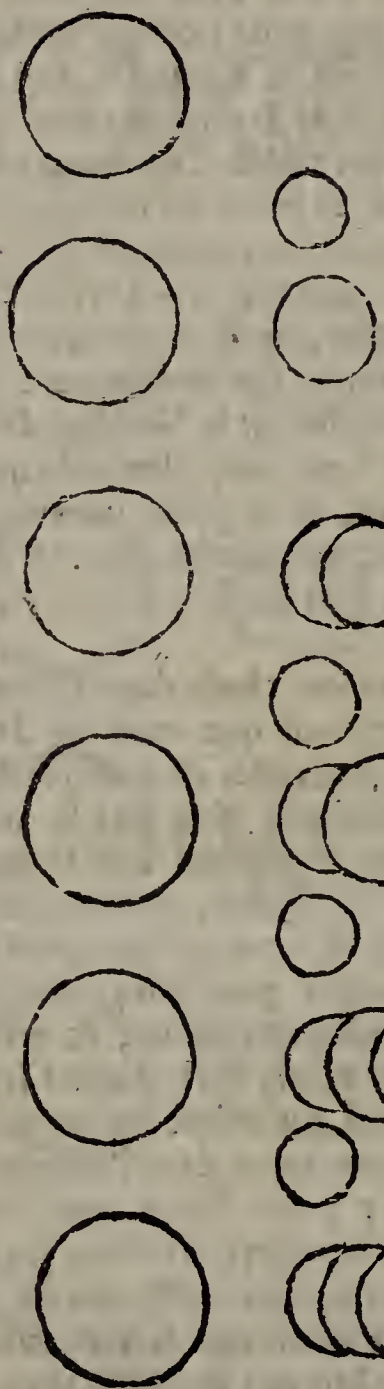


de chaque position, dès qu'il y a plus de cinq : ce qui va être expliqué dans l'exemple de la Figure III. Premiérement, commençant par le premier rang d'enhaut où sont les dixaines de mille, & où il y a six Jetons, qui valent soixante mille, si vous en levez

cinq, & que des cinq vous en posiez un entre le rang des centaines de mille & des dixaines de mille ; ce Jeton, suivant sa position, vaudra, comme il a été dit ci-devant, cinquante mille ; si vous le joignez avec celui qui est dessous, qui vaut dix mille, ils vaudront ensemble soixante mille ; ce que les six Jetons valent à l'exemple de la Figure II. On peut faire la même chose aux sept Jetons qui sont posés vis-à-vis les centaines, qui valent sept cents ; il n'y aura qu'à en ôter cinq, & en poser un entre les mille & les centaines, qui vaudra cinq cents ; si on le joint avec les deux de dessous, qui sont vis-à-vis les centaines qui valent deux cents, les deux ensemble vaudront pareillement sept cents. On peut encore faire de même aux Jetons posés devant le Nombre. Il y en a neuf, dont on peut en lever cinq, il en reste quatre qui est leur propre valeur, & en poser un entre les dixaines & les nombres, qui vaudra cinq ; si on le joint avec les quatre qui sont posés dessous, ils feront ensemble neuf.

Vous observerez la même chose dans toutes les autres positions, remarquant que tous les Jetons que l'on posera dans les intervalles de quelque degré que ce soit, vaudront toujours cinq fois la valeur d'un de ceux qui seront au-dessous, & la moitié d'un de ceux qui seront au-dessus, comme il a été dit ci-devant ; & que chaque Jeton qui sera posé dans un intervalle, étant compté pour cinq, doit toujours être ajouté au nombre de dessous, & prendre le titre du Jeton de l'Arbre, vis-à-vis duquel les Jetons qui seront au-dessous du même seront posés, comme vous le pouvez remarquer dans l'exemple de la Figure III, où il y a un Jeton posé entre cent & mille : ce Jeton vaut cinq ; savoir, cinq centaines, parce qu'il est posé entre mille & cent ; les deux Jetons qui sont posés dessous, & vis-à-vis du rang des centaines, ne valent que des centaines, par

Exemple III. Figure.



soixante

deux mille

sept cents

quatre-vingt

neuf

conséquent

conſéquent le jeton qui vaut cinq, qui eſt poſé dans l'intervalle, joint avec les deux qui ſont vis-à-vis des centaines, font ſept cents ; ainſi des autres.

Cet ordre doit être réguliérement obſervé dans toutes les opérations de l'Arithmétique aux jetons, tant dans l'Addition, la Souſtraction, la Multiplication, que dans la Diviſion.

DE L'ADDITION.

Premiere Regle.

Définition. Ajouter, c'eſt mettre pluſieurs nombres ou ſommes de même eſpece enſemble, & en trouver la ſomme totale.

Exemple d'Addition en nombres entiers.

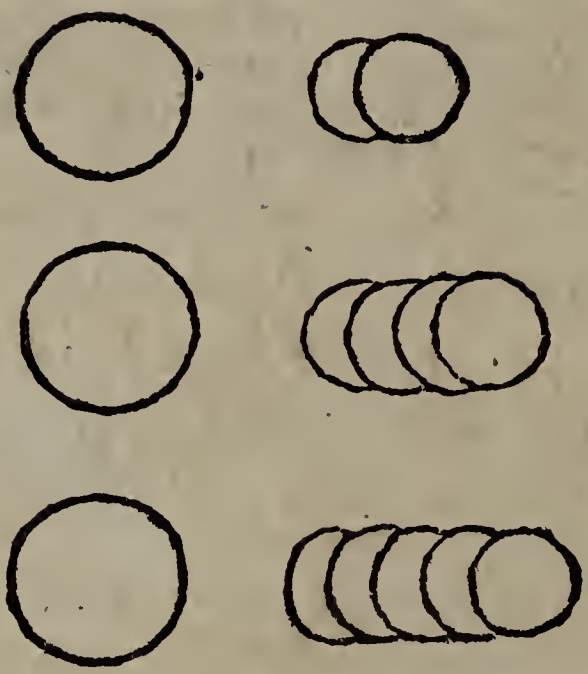
ON propoſe d'ajouter les quatre ſommes ſuivantes, pour en faire un total : ſavoir,

Deux cents quarante-cinq livres, ou IICXLV livres.
Trois cents vingt-huit livres, ou IIICXXVIII livres.
Cinquante-neuf livres, ou LIX livres.
Quatre-vingt-trois livres, ou LXXXIII livres.

La ſomme totale monte à VIICXV livres.

Pour faire cette regle, il faut obſerver ce qui a été dit ci-devant pour l'ordre de l'arbre & pour la poſition des jetons, & poſer d'abord pour la premiere des ſommes, qui eſt deux cents quarante-cinq livres, deux jetons pour les deux cents livres, vis-à-vis du degré de l'arbre qui marque les centaines : pour les quarante livres, on poſera quatre jetons vis-à-vis du degré qui marque les dixaines ; & pour les cinq livres, on poſera cinq jetons vis-à-vis du degré de l'arbre qui marque les nombres ſimples, comme vous voyez à la quatrieme Figure.

IV. Figure.



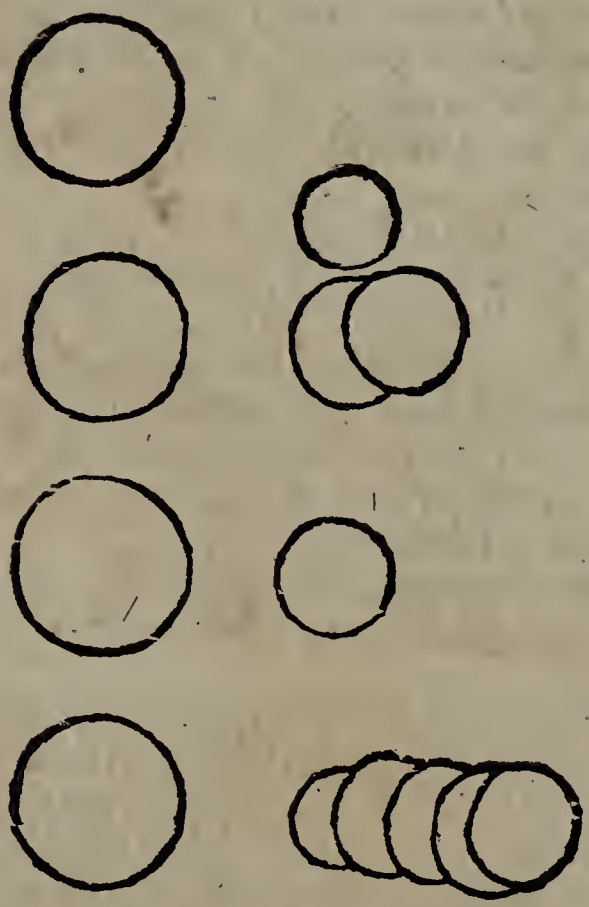
Premiere opération de l'exemple.

Pour les trois autres ſommes, il faut les ajouter, l'une après l'autre, à la premiere, obſervant le même ordre qu'on y a gardé en la faiſant; ce qui étant fait, on trouvera que leſdites quatre ſommes, ajoutées enſemble, feront celle de ſept cents quinze livres, comme le montre la cinquieme Figure.

On écrira cette ſomme totale de ſept cents quinze livres en chiffres de Finance, de cette maniere, VIICXV liv. ou en chiffres ordinaires, ainſi, 715 liv.

Quand on ſaura bien faire l'Addition en nombres entiers, il ne ſera pas difficile de la faire avec des livres, des ſols & des deniers; ce qui va être enſeigné le plus clairement qu'il ſera poſſible dans l'exemple de la ſixieme Figure, ci-après.

V. Figure.



Exemple d'Addition par livres, ſols & deniers.

Pour faire l'Addition avec des livres, ſols & deniers, il faut obſerver de poſer les ſommes des livres comme elles l'ont été aux deux précédents exemples des Figures IV & V, & y ajouter la marque qu'on met aux livres ; & à l'égard des ſols & des deniers, il faut les poſer vis-à-vis les livres, le nombre des ſols devant le nombre de l'arbre, & les dixaines de ſols devant les dixaines de l'arbre, y ajoutant la marque des ſols, qui eſt une ſ : les deniers doivent

être auſſi poſés vis-à-vis les ſols, & comme chaque ſol vaut douze deniers, quand on voudra poſer ſix deniers en moins de jetons, on en poſera un ſous le rang des ſols; alors il vaudra ſimplement ſix deniers, y ajoutant auſſi la marque qu'on met ordinairement au-deſſus des deniers, comme ils ſont marqués à l'exemple de la ſixieme Figure, vis-à-vis le degré des nombres.

Quand on fera une addition, & qu'on aura douze deniers, qui valent un ſol, il faudra poſer un jeton au rang des ſols; quand il y aura vingt ſols, qui valent une livre, il faudra poſer un jeton au rang des livres, comme vous le pouvez voir à la ſixieme Figure, où les livres, ſols & deniers ont chacun la marque qu'on leur met ordinairement pour les diſtinguer les uns des autres.

Il vous eſt propoſé de faire une addition des quatre ſommes qui ſuivent, pour ſavoir à quoi elles montent.

La premiere eſt IIII livres IX ſols VII den.

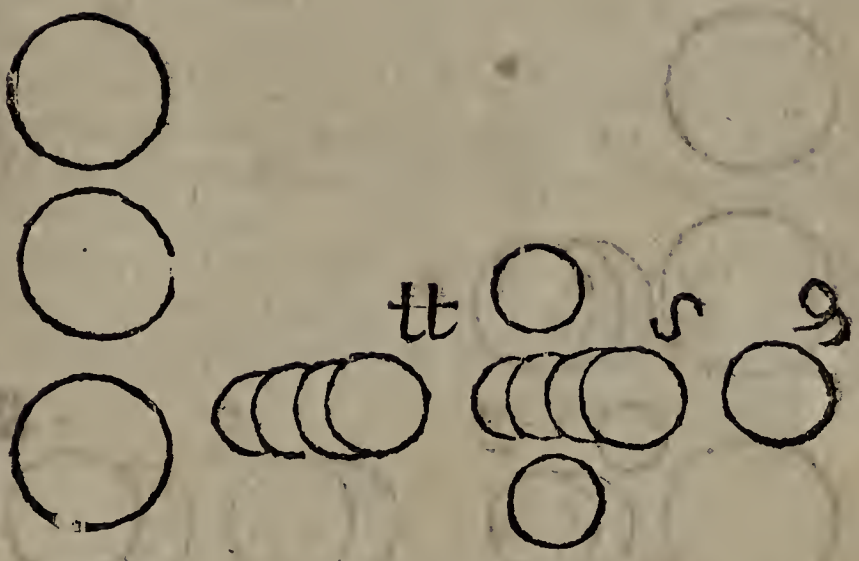
La ſeconde eſt de XXXII livres XII ſols VII den.

La troiſieme eſt de XLIII livres XVII ſols IX den.

La quatrieme eſt de CXXXVII livres XV ſols VIII den.

Il faut commencer par poſer la premiere ſomme, qui eſt quatre livres neuf ſols ſept deniers, & placer les quatre livres vis-à-vis le rang des nombres; ſur le même rang vous placerez le nombre des ſols ſimples, obſervant de laiſſer un intervalle entre les livres & les ſols, afin de ne pas les mêler enſemble: il y en a neuf, qu'on peut mettre tout de ſuite, ſi l'on veut; mais comme cela emploieroit beaucoup de jetons, on peut en mettre quatre, afin d'abréger, & au-deſſus deſdits ſols mettre un jeton, qui, dans ce rang, qui eſt entre la dixaine & le nombre, vaudra cinq, & vous aurez, par ce moyen, poſé vos neuf ſols: pour les ſept deniers, il les faut mettre vis-à-vis le rang des nombres, & après les ſols, y

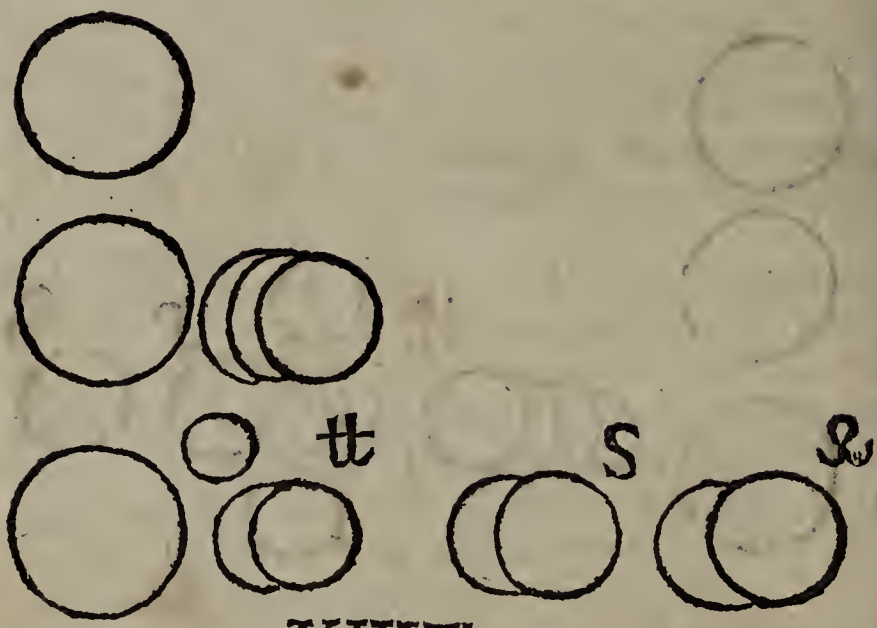
VI. Figure.



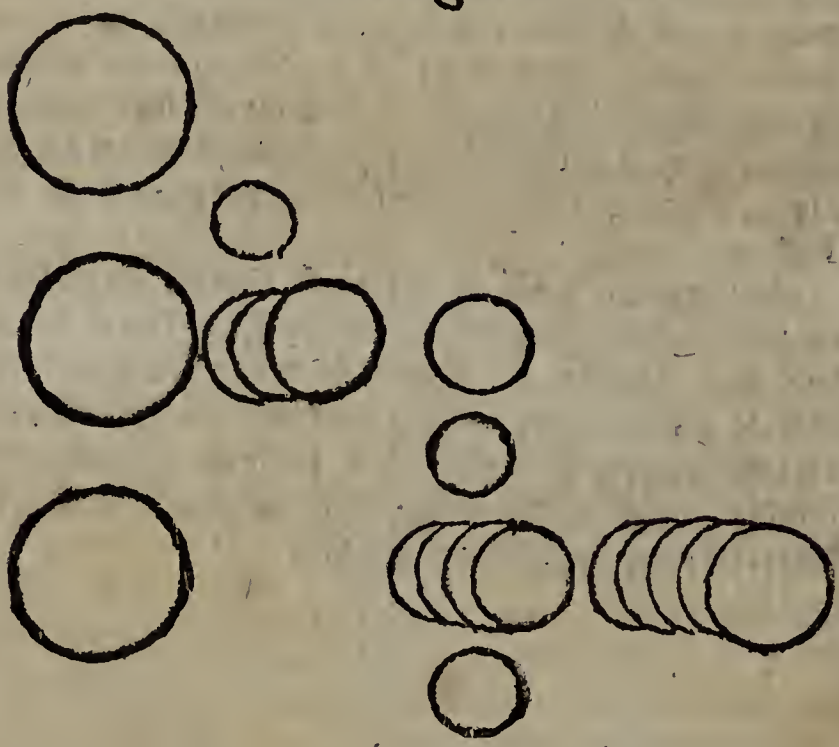
laiſſant un petit intervalle entr'eux; ils ſe peuvent mettre tout de ſuite; mais pour abréger, on poſera ſeulement un jeton après les 3 ſols, qui ne vaudra ſimplement qu'un denier; & deſſous les ſols un autre jeton, qui, à cauſe de cette poſition, vaudra ſix deniers, comme vous le pouvez remarquer à la VI. Figure.

Après avoir poſé la premiere ſomme il faudra y ajouter la ſeconde, qui eſt trente-deux livres douze ſols ſept deniers, obſervant de poſer les livres, les ſols & les deniers, chacun au rang où ils doivent être mis; le produit des deux ſommes ajoutées enſemble ſera de trente-ſept livres deux ſols deux deniers. *Voyez la ſeptieme Figure.*

VII. Figure.



VIII Figure.

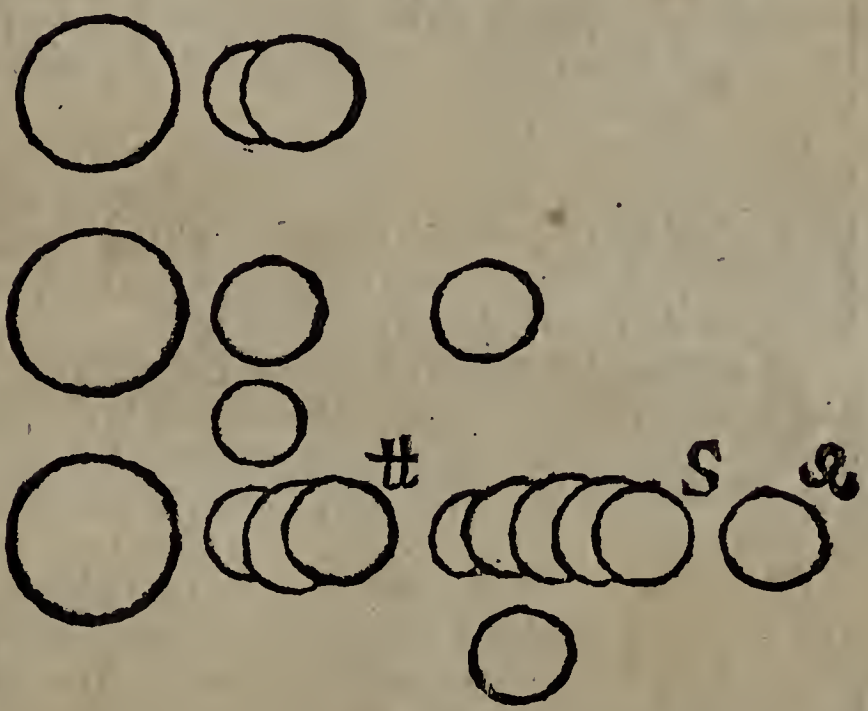


Il faut encore ajouter à la premiere & seconde

ſomme qui a produit trente-ſept livres deux ſols deux deniers ; la troiſieme, qui eſt de quarante-trois livres dix-ſept ſols deux deniers, obſervant toujours de poſer les livres, les ſols & les deniers, chacun à leur rang, comme il a été pratiqué aux deux précédentes Regles de la VI & VII. Figure, les trois ſommes ajoutées enſemble, produiront celle de quatre-vingt livres dix-neuf ſols onze deniers. *Voyez la huitieme Figure.*

Enfin, il faut encore ajouter la quatrieme & derniere ſomme, qui eſt de cent trente-ſept livres quinze ſols huit deniers, aux trois précédentes, qui ont produit quatre-vingt livres dix-neuf ſols onze deniers.

IX. Figure.



Pratiquant les Regles preſcrites aux trois Additions qui viennent d'être faites ci-devant, vous aurez au

produit la somme de deux cents dix-huit livres quinze sols sept deniers, qui est la somme totale qui vous a été proposée de calculer aux Jetons, comme vous le pouvez remarquer à la somme de la IX Figure.

DE LA SOUSTRACTION.

Seconde Regle.

Définition. Soustraire est ôter une petite somme d'une grande, & en donner le reste.

ON veut ôter d'une somme qui contient vingt-quatre, celle de quatorze, la Soustraction étant faite, il restera dix, qui est la somme ou le reste qu'on demande; si on ajoute le reste dix avec les quatorze, les deux sommes feront ensemble celle de vingt-quatre, qui est la preuve.

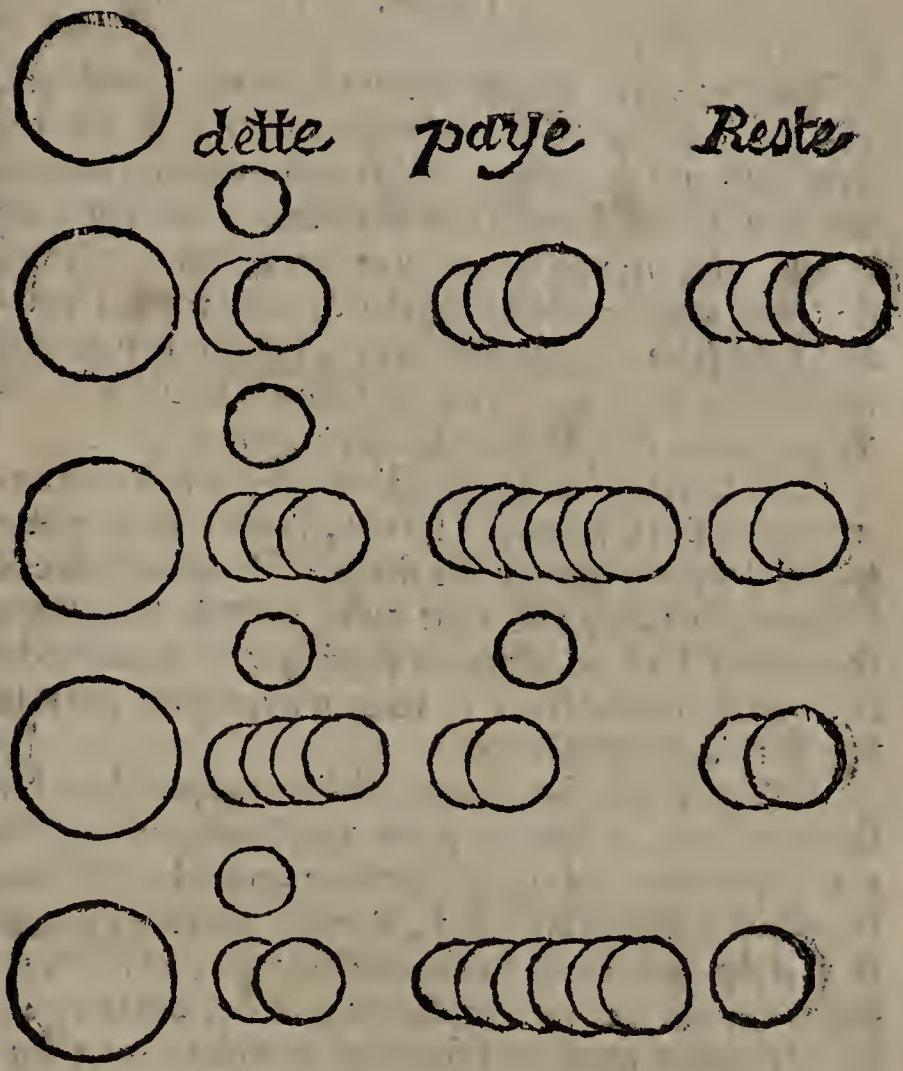
Pour faire cette Regle, il faut commencer d'abord à poser l'arbre de Numeration, comme il l'a été à la Regle d'Addition, qui fera connoître tous les degrés dudit arbre, qui sont toujours les mêmes dans toutes les Regles de l'arithmétique aux Jetons.

On commence à poser la somme qui est due à main gauche, & près de l'arbre de Numération; la somme qui a été payée se pose auprès, & la somme qui reste à payer est posée à main droite, comme la X Figure le démontre.

On suppose qu'il est dû à une personne la somme de sept mille huit cents quatre-vingt-dix-sept livres, sur cette somme on lui a payé trois mille six cents soixante & seize livres; on demande combien il reste à lui payer.

Pour soustraire la somme qu'on a payée de la somme qui étoit due, on commence à ôter par le haut

X. Figure.



de l'arbre à main gauche : on dit, qui de ſept mille en paie trois, reſte quatre qu'on poſe à main droite, ſur le degré des mille ; puis on dit, qui de huit cents en paie ſix, reſte deux, qu'on poſe encore à main droite, ſur le degré des centaines : Enfin, on dit, qui de ſept en paie ſix, reſte un, qu'on poſe à main droite, ſur le degré des nombres. Après avoir

fait cette Souſtraction, il reſte la ſomme de quatre mille deux cents vingt-une livres.

Preuve.

Pour prouver que la Souſtraction eſt bien faite, il n'y a qu'à additionner la ſomme qui reſte à payer avec celle qu'on a payée, ſi les deux ſommes enſemble ſont égales à celle qui étoit due, la Regle eſt bonne. Il faut remarquer que ce qu'on ſouſtrait, doit être toujours de même eſpece; car ſi vous vouliez ſouſtraire des écus de livres, cela ne ſe pourroit pas faire, à moins qu'on ne réduisît les écus en livres, avant que de faire la Souſtraction.

Dans la Regle de Souſtraction, il n'y a ordinairement que deux ſommes; ſavoir, la dette & la paie: quand il y a des ſols & des deniers à ſouſtraire de ces ſommes, ils ne ſe trouvent qu'au rang du Nombre; & comme il eſt néceſſaire d'expliquer la maniere de faire cette Souſtraction, vous n'avez qu'à jeter la vue ſur l'article ſuivant.

A l'égard des ſols, quand il s'en trouve dans les ſommes dues, il faut les poſer auprès des livres; s'il y a des deniers, il les faut poſer auprès des ſols ſur le même rang du Nombre, à main gauche. Quand il y a des ſols dans les ſommes payées, il les faut poſer auprès des livres; & s'il y a des deniers, il faut les poſer après des ſols ſur le même rang du Nombre, à main droite: après avoir ſouſtrait de la ſomme payée, le reſte eſt la ſomme qui eſt encore due.

Quand on fera la Souſtraction de quelque ſomme, ſi le nombre des livres de la paie eſt plus grand que celui de la dette, il faudra emprunter une dixaine du degré ſupérieur de la dette, & après faire la Souſtraction.

Si les ſols de la dette ſont moindres que ceux de

la paie, il faudra emprunter une livre sur les livres de la dette ; comme cette livre vaut vingt sols, il faut les ajouter avec les sols de la dette, & ensuite faire la Soustraction.

Enfin, si les deniers de la dette sont moindres que ceux de la paie, il faudra emprunter un sol sur les sols de la dette ; comme ce sol vaut douze deniers, il faut les ajouter avec les deniers de la dette, & ensuite faire la Soustraction, comme on l'a faite aux livres & aux sols.

DE LA MULTIPLICATION.

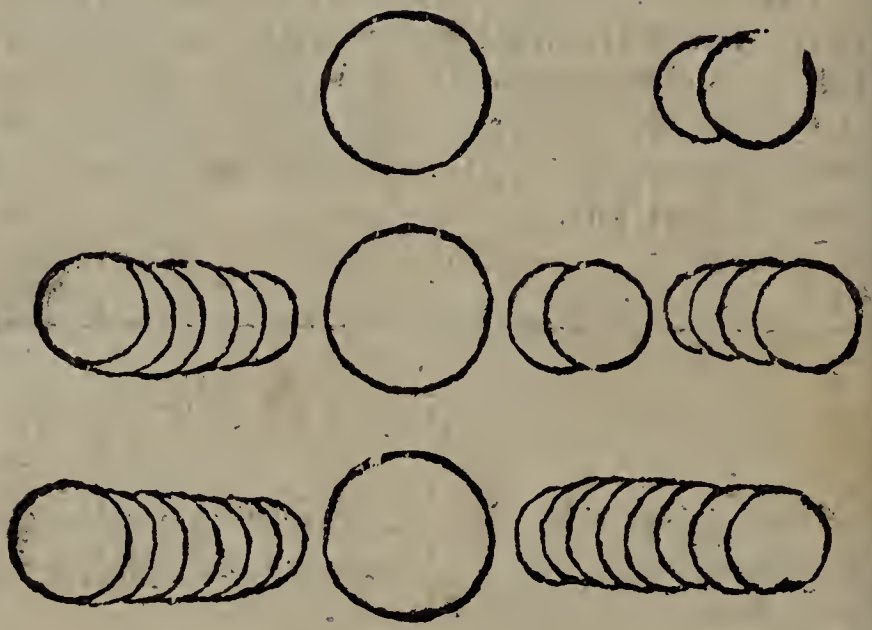
Définition. Multiplier est trouver un nombre qui contienne autant de fois le nombre multiplié, qu'il y a d'unités au multiplicateur.

SI on veut multiplier deux nombres ; savoir, six & quatre l'un par l'autre ; l'on suppose que le nombre quatre est le multiplicateur. Il est certain que le produit de cette multiplication donnera vingt-quatre ; dans ce nombre vingt-quatre, il y a quatre fois six, par conséquent autant de fois qu'il y a d'unités au multiplicateur quatre.

Pour faire cette Regle, il faut premiérement placer l'Arbre de Numération, comme on a fait aux Regles précédentes. Ensuite poser le nombre à multiplier à la main gauche dudit Arbre, & proposer un nombre tel qu'il vous plaira, pour multiplicateur : on suppose que ce soit quatre ; il faut donc retenir ce nombre dans sa mémoire, ou l'écrire sur du papier, ou en tel autre endroit qu'il vous plaira, afin de s'en servir pour faire la multiplication.

Le nombre à multiplier de cette Regle soit soi-

XI. Figure.



xante-ſept, qu'on veut multiplier par le multiplicateur quatre, il faut donc commencer à multiplier les ſept Jetons, qui ſont poſés devant le degré des nombres à gauche, par le multiplicateur quatre, & dire: quatre fois ſept font vingt-huit; dans ces vingt-huit il y a deux dixaines, il faut les poſer à la droite de l'arbre, devant le degré des dixaines, & les huit reſtants devant le degré des nombres. Après cela, il faut aller aux ſix Jetons, qui ſont poſés à gauche au rang des dixaines, & les multiplier par le même multiplicateur quatre, & dire: quatre fois ſix font vingt-quatre, dans ces vingt-quatre il y a vingt-quatre dixaines, qui valent deux cents quarante; il faut poſer deux Jetons devant le rang des centaines pour les deux cents, & pour les quarante reſtants, qui valent quatre dixaines; il faut poſer quatre

Jetons devant le rang des dixaines, & la Regle sera faite.

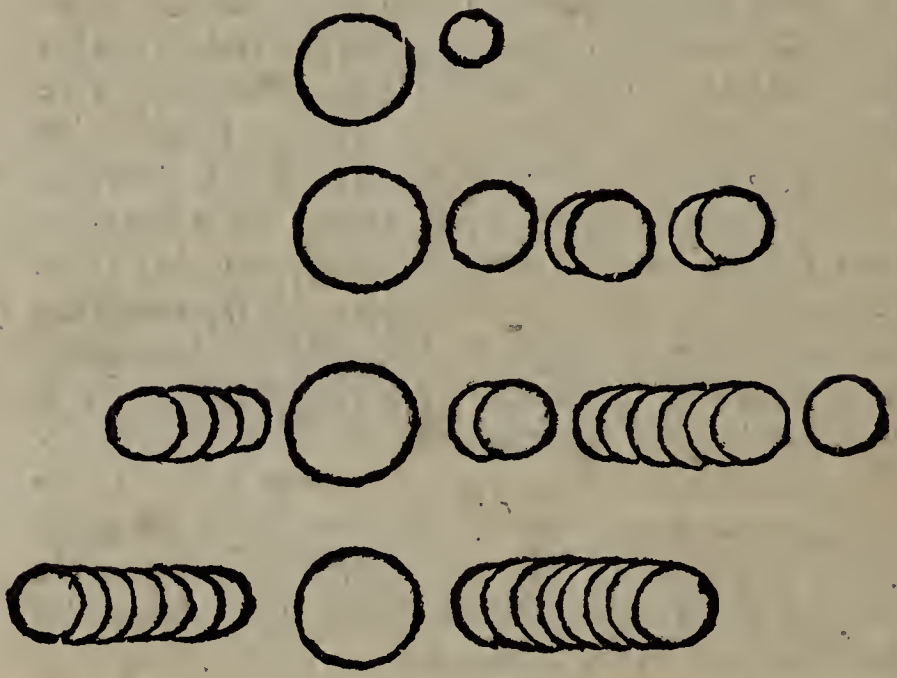
Il a été mis une petite distance entre les dixaines des deux multiplications, afin de les mieux distinguer, & remarquer que la premiere a produit vingt-huit, & la seconde vingt-quatre. Pour savoir ce que ces deux multiplications-là doivent produire au total, il faut prendre garde aux rangs où sont placés les Jetons de la Regle; & comme il y a deux Jetons devant le rang des centaines, on dira deux cents; devant le rang des dixaines, où il y en a six, on dira soixante; & devant le rang des nombres, où il y en a huit, on dira huit. Par conséquent, il y a dans le total de cette multiplication deux cents soixante-huit, comme vous le voyez à la XI Figure, parce que le nombre soixante-sept a été multiplié par quatre, qui fait connoître que dans le nombre deux cents soixante-huit, il y a autant de fois soixante-sept, qu'il y a d'unités au multiplicateur quatre; ce qu'il falloit démontrer.

Toutes les multiplications qui se feront par une seule figure, n'auront point d'autres préceptes que ceux qui viennent d'être enseignés dans cette Regle de Multiplication.

Autre Regle de Multiplication, où il y a deux figures au Multiplicateur.

Le nombre proposé à multiplier soit quarante-sept, qu'on veut multiplier par trente-quatre, qui est composé de deux figures. Pour faire cette Regle, il faut premiérement multiplier le nombre quarante-sept par le quart du nombre trente-quatre, & dire: Quatre fois sept font vingt-huit, dans ces vingt-huit il y a deux dixaines, qu'il faut poser vis-à-vis le rang des dixaines, & les huit restants vis-à-vis le rang des nombres; il faut multiplier aussi les qua-

XII. Figure.



rante, qui valent quatre dixaines, par le même quatre, disant : Quatre fois quatre font seize, qui sont autant de dixaines, qui valent cent soixante, il faut poser un Jeton, qui vaudra dix dixaines ou cent, vis-à-vis le rang des centaines, & pour les soixante restants, qui valent six dixaines, poser six Jetons vis-à-vis le rang des dixaines. Cette multiplication par le quatre de trente-quatre étant faite, il faut faire celle de la seconde figure, qui est trois ; & comme ce trois vaut trente, parce que par le rang qu'il tient, il est placé au rang des dixaines, il faut dire : Trois fois sept font vingt-un, qui produisent par cette raison vingt-une dixaines, qui valent deux cents dix ; il faut donc poser deux Jetons vis-à-vis le rang des centaines, & la dixaine restante vis-à-vis le rang des dixaines ; ensuite, il faut multiplier le quatre de quarante par le même trois dont

on vient de se servir, & dire : Trois fois quatre font douze, qui valent, par la même raison qui vient d'être expliquée ci-dessus, mille deux cents ; il faut poser un Jeton vis-à-vis le rang des mille, & les deux cents restants vis-à-vis le rang des centaines : la Regle étant faite, on trouvera pour la somme totale celle de quinze cents quatre-vingt-dix-huit, comme la XII Figure le fait voir.

S'il y avoit trois ou quatre figures au multiplicateur, il faudroit toujours élever le produit de degré en degré, allant du rang des mille au rang des dix mille, du rang des dix mille au rang des cent mille, & de suite aux autres rangs plus hauts, si la somme de la multiplication le demandoit.

Les deux manieres ci-dessus bien comprises, peuvent suffisamment conduire à de plus grandes Regles.

AVERTISSEMENT.

Quant à la Multiplication des sols, pour avoir des livres & des sols en même-temps, s'il est nécessaire, il faudra se servir des Regles qui sont enseignées dans mon Arithmétique à la plume, pour les parties aliquotes de la livre de vingt sols, que l'on peut voir dans la Table, à la page 100, que je décris ci-après, afin de n'avoir pas la peine de l'aller chercher à l'endroit que je viens d'indiquer.

TABLE.

Pour	dix sols	il faut prendre	la moitié.
	cinq		le quart.
	quatre		le cinquieme.
	deux		le dixieme.
	un		le vingtieme.

Si on veut évaluer une certaine quantité d'aunes de marchandiſe, à raiſon de dix ſols l'aune ou la piece, il eſt évident par la Table ci-deſſus, que dix ſols ſont la moitié de vingt ſols que contient la livre ; par cette raiſon, il faudra prendre la moitié de la quantité des aunes de cette marchandiſe, & cette moitié ſera priſe pour les livres ; mais ſi le nombre eſt impair, le ſurplus de ce nombre ſera pris pour une moitié, qui vaudra dix ſols.

Par exemple, on veut ſavoir combien valent vingt-cinq aunes d'étoffe à quatre livres dix ſols, il faut multiplier les vingt-cinq aunes par les quatre livres, & enſuite il faut prendre pour les dix ſols la moitié de vingt-cinq, qui eſt douze livres dix ſols, qu'il faut joindre avec le produit des livres, & vous aurez au produit total la ſomme de cent douze livres dix ſols, pour leſdites vingt-cinq aunes, à quatre livres dix ſols.

Quand il faudra multiplier par cinq ſols, on prendra le quart de la ſomme à multiplier ; ſi c'eſt par quatre ſols, on prendra le cinquieme, & le reſte comme à la Table ci-devant.

Table des parties aliquotes de 24 & 12 deniers.

Pour ſix deniers, il faut prendre le quart du dixieme du nombre à multiplier & la moitié du reſte.

Pour quatre deniers, il faut prendre le ſixieme, & le tiers du reſte.

Pour trois deniers, il faut prendre le huitieme du dixieme, & le quart du reſte.

Pour deux deniers, il faut faire comme pour quatre deniers, & du produit en prendre la moitié.

Pour un denier, il faudra faire comme pour quatre deniers, & du produit en prendre le quart.

Vous remarquerez que quand on dit qu'il faut prendre le quart pour ſix deniers, & le ſixieme pour

quatre, c'eſt abaiſſer le produit de la Multiplication d'un degré à l'égard du degré d'où ce produit eſt tiré, qui eſt la même choſe que ce que nous appellons, dans notre Arithmétique à la plume, retrancher une figure du nombre à multiplier pour en avoir le dixieme. Et cette partie aliquote de quart ou de ſixieme étant tirée du dixieme, à l'égard de vingt-quatre deniers, pour avoir des livres, il faudra tirer du reſte la moitié ou le tiers, &c. à l'égard de douze deniers, pour avoir des ſols & des deniers.

Pour les parties aliquotes de vingt ſols, comme quand il ſe trouve dix-ſept ſols, &c. ou pour celles de douze deniers, comme quand il ſe trouve neuf deniers, &c. il faut toujours les ſéparer en parties aliquotes; par exemple, dix-ſept ſols doivent être ſéparés en premier lieu par dix ſols, enſuite par cinq ſols, & enfin par deux ſols; & neuf deniers doivent être auſſi ſéparés d'abord en ſix, & enſuite en trois; & ſi toutes ces parties aliquotes, après avoir été ſéparées, ſont rejointes enſemble, elles doivent faire un produit total, ſemblable à celui qu'elles avoient avant leur ſéparation.

Ceux qui auront beſoin d'une plus ample explication de ces Tables, auront recours à notre Arithmétique, avec laquelle ils opéreront par les Jetons comme avec la plume.

Utilité de la Multiplication.

L'utilité qu'on retire de cette Regle, eſt qu'on réduit, quand il eſt néceſſaire, une grande eſpece en une petite. Par exemple, ſi on veut réduire des livres en ſols, il faut les multiplier par vingt ſols, ou bien poſer deux fois le nombre des ſols à réduire, & y ajouter un Jeton au bas de l'arbre, & la ſomme que cela produira ſera réduite en ſols.

Si ce ſont des ſols qu'il faut réduire en deniers,

il faut multiplier par douze deniers, & leur produit donnera des deniers, ou bien poſer deux fois le nombre des ſols à réduire ſur le même nombre ſur un degré plus haut; & enſuite, faiſant la numération, on aura la ſomme des deniers qu'on deſire avoir.

Toutes les autres réductions qu'il faudra faire par augmentation ou par multiplication, ſe feront de la même maniere qui vient d'être expliquée dans l'article précédent.

Si on veut ſavoir combien valent trente-huit piſtoles d'Italie, à neuf livres douze ſols chacune, il faut ſe ſervir de la multiplication, & multiplier leſdites trente-huit piſtoles par neuf livres douze ſols; le produit de la Multiplication donnera la ſomme de trois cents ſoixante-quatre livres ſeize ſols.

Il faudra faire la même choſe, ſi ce ſont des aunes de marchandiſes, au lieu de piſtoles; ainſi des autres.

Cette Regle de Multiplication ſert encore pour tirer le ſol pour livre, plus ou moins. Par exemple, ſi on veut prendre un ſol huit deniers pour livre ſur cinq mille ſix cents ſoixante-dix-huit, il faut multiplier cette ſomme par un ſol huit deniers, ſuivant toujours l'ordre de multiplier, comme il vient d'être enſeigné.

Enfin, cette Regle ſert à toutes ſortes d'évaluations, tant pour les pieces de monnoie, que pour les poids & meſures, &c.

DE LA DIVISION.

Quatrieme Regle.

Définition. Diviſer un nombre, c'eſt le ſéparer en autant de parties égales qu'il y a d'unités au diviſeur.

ON propoſe de diviſer un nombre par un autre ; ſavoir 72 par 6, le quotient de cette diviſion donnera 12, qui fait connoître que dans le nombre 72 il y a 6 fois douze, & par conſéquent autant de fois 12 qu'il y a d'unités dans le diviſeur 6.

Pour faire cette Regle avec les Jetons, il faut placer l'Arbre de Numération, comme il a été pratiqué aux Regles précédentes, & mettre le nombre à diviſer à main gauche, ſuivant le rang qu'il doit tenir ſelon l'ordre dudit Arbre, & propoſer le diviſeur qu'on écrira à part, ou qu'on retiendra dans ſa mémoire.

On mettra toujours le produit de la Diviſion, qu'on nomme quotient, à la main droite de l'Arbre.

Par exemple, on veut diviſer IIIM IXC XX. Il faut les poſer comme vous voyez à l'exemple de la Figure XIII.

La poſition étant faite, il faut commencer à diviſer par les Jetons qui ſont poſés au plus haut degré de l'Arbre, qui expriment le nombre propoſé.

Dans la pratique de cette Regle, il faut remarquer, pour principe général, que tous les Jetons, ſur quelque degré de l'Arbre qu'ils ſoient poſés, excepté ſur celui du nombre, qui n'a plus de degré au-deſſous de lui, ſont autant de dixaines à l'égard des Nombres ou Jetons qui ſont le plus près & au-deſſous d'eux, comme cela ſe peut remarquer à la

Exemple. *IV. Figure.*

IIIM IXC XX à diviſer par XXXV.

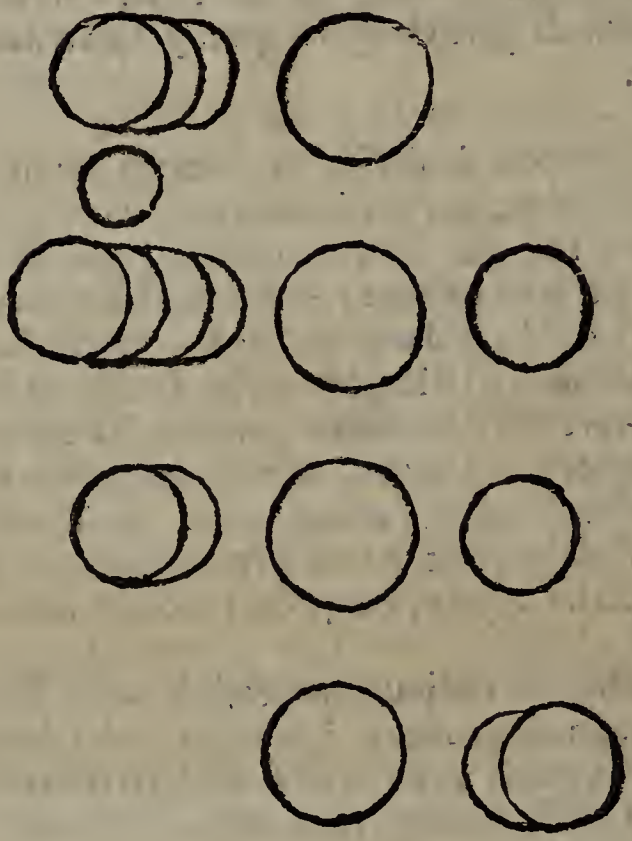


Figure XIII. où les trois Jetons qui ſont poſés ſur le rang des mille, valent par cette raiſon trois dixaines ou trente, qu'on leve d'abord ; & enſuite le Jeton qui eſt deſſous leſdits trois Jetons, qui vaut cinq, cela fait donc enſemble trente-cinq, qu'il faut diviſer par trente-cinq : on dira, en trente-cinq combien de fois eſt contenu le diviſeur trente-cinq ?

on remarque qu'il n'y eſt qu'une fois ; il faut poſer à main droite un Jeton pour quotient au degré inférieur où les cinq Jetons qu'on vient de lever étoient, c'eſt-à-dire, ſur le rang des centaines. Il faut enſuite venir aux quatre Jetons qui ſont ſur le degré des centaines, qui valent quarante, par rapport à ſon degré inférieur, qu'il faut diviſer par le diviſeur trente-cinq, diſant : En quarante il y a une fois trente-cinq, & cinq de plus ; on leve donc les quatre Jetons, ou quarante, & on poſe un Jeton au quotient à main droite, un degré plus bas que les quatre Jetons qui étoient poſés qu'on vient de lever, c'eſt-à-dire, ſur le degré des dixaines.

Enfin, pour que les cinq qui reſtent des quarante, qui valent cinq dixaines, par rapport à leur ſupériorité qu'ils ont aux deux dixaines, il faut les joindre avec les deux Jetons qui ſont ſur le degré des dixaines du nombre à diviſer, qui ſont enſemble ſept dixaines, qu'il faut diviſer par trente-cinq, on dit donc : En ſoixante & dix, combien y a-t-il de fois trente-cinq ? Ils y ſont deux fois ; il faut lever les deux Jetons & les cinq reſtants retenus du reſte des quarante, & poſer deux Jetons au quotient, ſur le degré des nombres ; la Regle étant faite, on trouve au quotient cent douze, de telles eſpeces qu'il vous plaira, hommes, livres, piſtoles, écus, &c.

On trouvera beaucoup de facilité à faire cette Regle, quand on aura bien compris la valeur des Jetons, comme il vient d'être expliqué dans la Regle précédente : la principale choſe qu'il faut faire, c'eſt de lever votre diviſeur du nombre à diviſer autant de fois qu'il pourra l'être, & de poſer ce nombre de fois ſur le degré du dernier caractere du diviſeur, comme vous voyez à la Regle ci-deſſus. Ce qu'il faudra obſerver dans toutes les autres opérations pour la poſition du quotient à l'égard du diviſeur.

Il reſte aſſez ſouvent à la fin des Diviſions quelque nombre des livres, qu'il faut réduire en ſols, en ſe ſervant des Regles de réduction qui ont été données ci-devant, & ce nombre de ſols reſtants doit être diviſé par le même diviſeur qui a diviſé les livres, & le quotient donnera des ſols.

Et s'il reſte des ſols à la fin de la Diviſion des ſols, il faudra les réduire en deniers, en les multipliant par douze, & leur produit le diviſer par le même diviſeur qui a diviſé les livres. Si après cette réduction il reſte encore quelque nombre de deniers qui ne ſe puiſſe diviſer, ce ſera une fraction; cela eſt expliqué fort clairement dans l'Arithmétique à la plume.

Utilité de la Diviſion.

Par cette Regle, on peut connoître quelle quantité il faut d'une petite eſpece, pour en faire une plus grande; c'eſt ce qui eſt nommé réduction. Par exemple, on veut réduire deux cents cinquante-deux deniers en ſols, il faut les diviſer par douze deniers, le quotient donnera vingt-un ſols.

Cela ſe peut faire encore autrement; il n'y a qu'à prendre le tiers du quart deſdits deux cents cinquante-deux deniers, & on aura pareillement vingt-un ſols.

Si on veut réduire des ſols en livres, il faut prendre la moitié du total des ſols, à la réſerve de ce qui eſt devant le Jeton de l'Arbre qui repréſente le nombre des livres, ſelon le lieu auquel elles ſe rencontreront; & à ces livres, il faudra joindre les ſols qui ſeront vis-à-vis du Jeton de l'Arbre, qui repréſente le nombre.

Il faudra faire la même choſe, quand on voudra réduire de petites eſpeces en de plus grandes, com-

me ſi on veut réduire des pouces en pieds, il faudra diviſer par douze ; des pieds en toiſes, par ſix, &c.

Pour ce qui concerne toutes les autres Regles d'Arithmétique, comme la Regle de Trois ſimple ou compoſée, la Regle de Société, & quelques autres qui dépendent de l'Addition, Souſtraction, Multiplication & Diviſion, elles ſe feront par le moyen de toutes les Regles qui ont été enſeignées ci-devant.

Par exemple, dans une Regle de Trois, ſi on diſoit, ſi trente-deux hommes gagnent ſoixante-huit livres, on veut ſavoir combien quatre-vingts en gagneront, il faudra multiplier les quatre-vingt par ſoixante-huit, le produit donnera cinq mille quatre cents quarante, qui étant diviſés par trente-deux, il viendra cent ſoixante-dix, pour le gain des quatre-vingts hommes, ainſi des autres.

Si dans le premier terme il y avoit une fraction, comme au nombre trente-deux, s'il y avoit un demi, il faudroit doubler les trente-deux, & y ajouter un, le tout feroit ſoixante-cinq demi ; il faudroit auſſi doubler les quatre-vingt, qui feront cent ſoixante ; enſuite de quoi faire la Regle, comme elle l'a été ci-deſſus.

Enfin, il eſt bon de remarquer que dans toutes les manieres dont on s'eſt ſervi pour faire les Regles d'Addition, Souſtraction, Multiplication & Diviſion avec les Jetons, il y a une parfaite conformité avec celles qui ſe font avec la plume, comme on le peut voir dans le Traité d'Arithmétique qui précede celui des Jetons, où toutes les maximes y ſont ſemblables, & dont on peut facilement s'éclaircir, en cas de doute ; & je dirai en finiſſant ce Traité, que quoiqu'il paroiſſe ſuccint & abrégé, il n'a pas donné moins de peine à le mettre dans l'état où vous le voyez, que s'il avoit été plus

ample, parce que dans son raccourci j'y ai mis toutes les explications qui auroient été nécessaires dans le contenu d'un plus grand volume.

Fin de l'Arithmétique aux Jetons.

FIN.

KURT GAERTEL & SONS
HOLLAND, PA.